ETSI Telecomunicación

Radiocomunicaciones

Apuntes de Pak

Radiocomunicaciones

Apuntes de Pak (Fco. J. Rodríguez Fortuño)
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Valencia.
Primer cuatrimestre de 3er curso
Curso 2005/2006

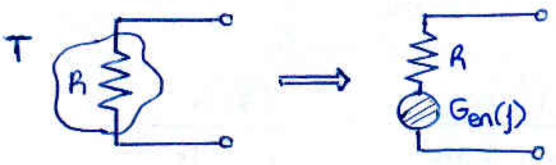
Fecha de última actualización: 3 Agosto 2007

300 – 3k	3k – 30k	30k – 300k	300k – 3M	3M – 30M	30M – 300M	300M – 3G	3G – 30G	30G – 300G
ULF	VLF	LF	MF	HF	VHF (I, II, III)	UHF (IV, V)	SHF (VI)	EHF
		navegación	AM	barco-avión	TV, FM	TV, Com. móv, Satélite, Radar, WiFi	Enlace microondas, Radar	

—— cable de pares ——→|←—— cable coaxial ——→|←—— Guía de ondas ——

Tema 2. Ruido

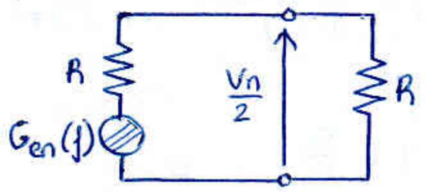
Modelo Ruido Térmico



$$G_{en}(f) = 4KTR \quad V^2/Hz$$

$$V_n^2 = 4KTRB \quad V^2$$

con impedancia adaptada

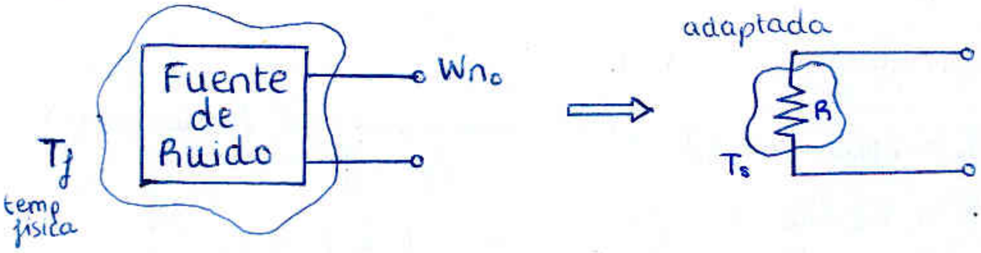


$$W_{n_o} = KTB \quad W$$

DEM:

$$W_{n_o} = \frac{(V_n/2)^2}{R} = \frac{V_n^2}{4R} = \frac{4KTRB}{4R}$$

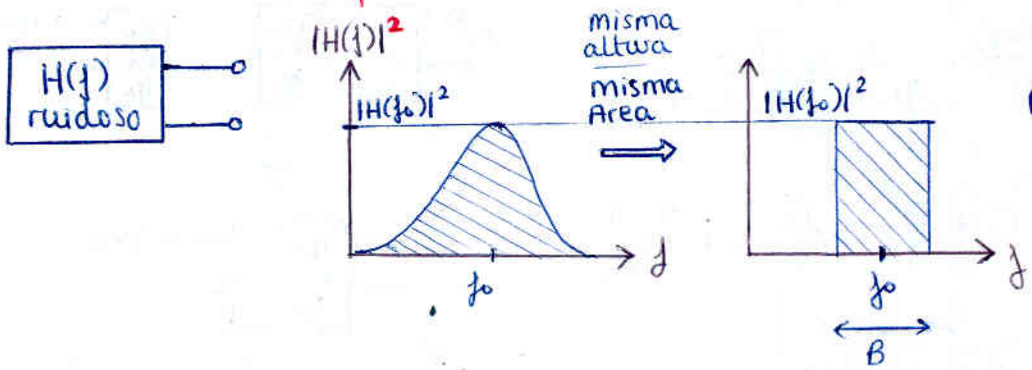
Temperatura equivalente de ruido



$$W_{n_o} = K \cdot T_S \cdot B$$

$$T_S = \frac{W_{n_o}}{K \cdot B}$$

Ancho de banda equivalente



$$B = \frac{\int_0^\infty |H(f)|^2 df}{|H(f_o)|^2}$$

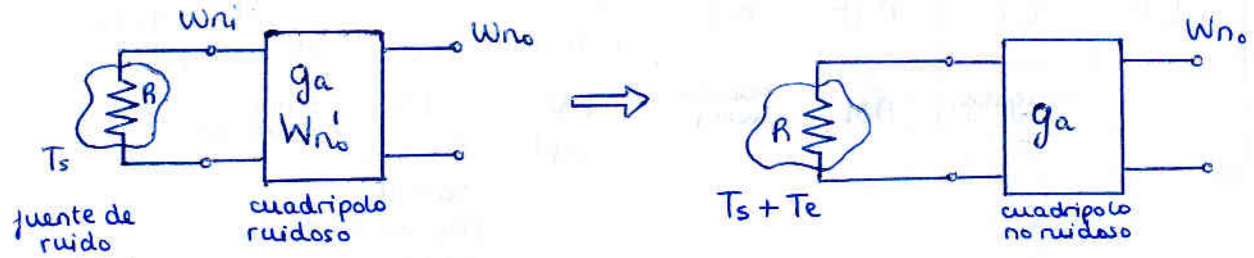
$$\text{Base} = \frac{\text{Area}}{\text{Altura}}$$

Ruido en Cuadripolos

Temperatura equivalente

g_a : ganancia en potencia

W_{no}' : ruido que introduce el cuadripolo a su salida



$$T_s = \frac{W_{ni}}{KB}$$

$$W_{no} = g_a \cdot W_{ni} + W_{no}'$$

$$W_{no} = g_a \cdot K \cdot (T_s + T_e) \cdot B$$

$$T_s = \frac{W_{ni}}{KB} \qquad T_e = \frac{W_{no}'}{g_a \cdot K \cdot B}$$

Dem $\dfrac{(W_{no}'/g_a)}{K \cdot B}$

W_{no}' era ruido a la salida y lo modelamos como T_e a la entrada

$$\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{W_{so}}{W_{no}} = \frac{W_{si} \cdot g_a}{W_{ni} \cdot g_a + W_{no}'} = \frac{W_{si}/W_{ni}}{\dfrac{W_{ni} \cdot g_a + W_{no}'}{W_{ni} \cdot g_a}} = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1 + \dfrac{W_{no}'}{W_{ni} \cdot g_a}} = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1 + \dfrac{T_e}{T_s}}$$

Factor de Ruido

$\dfrac{W_{ni} \cdot g_a + W_{no}'}{W_{ni} \cdot g_a}$ = (Potencia de ruido a la salida) dividida entre (potencia de ruido a la salida si el cuadripolo no fuera ruidoso) $\neq F$ si $T_s \neq T_o$

si $T_s = T_o$ (no suele), esa expresión se llama Factor de ruido F

$$T_s = T_o \iff F = \frac{W_{ni} \cdot g_a + W_{no}'}{W_{ni} \cdot g_a} = 1 + \frac{W_{no}'}{W_{ni} \cdot g_a} = 1 + \frac{T_e}{T_o}$$

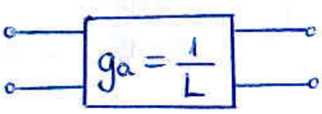
$$T_s = T_o \implies \left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{F}$$

$F \leftrightarrow T_e$

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_o}$$

$$T_e = T_o (F - 1)$$

Ruido en cuadripolo pasivo con pérdidas



$$T_e = T_{fisica} (L - 1)$$

$$F = 1 + \frac{T_{fisica}}{T_o} (L - 1)$$

Si $T_{fisica} = T_o$ (suele ocurrir)

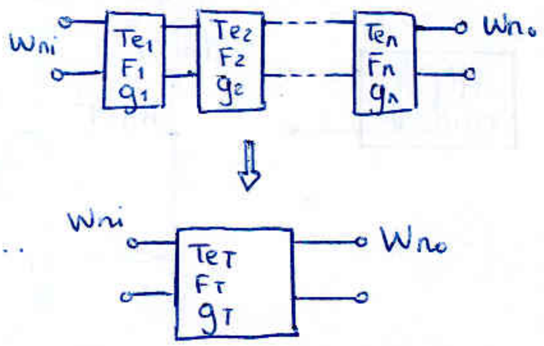
$\Downarrow$

$$F = L = \frac{1}{g_a}$$

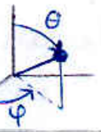
Cuadripolos en cascada (Friis)

$$T_{eT} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{g_1} + \frac{T_{e3}}{g_1 \cdot g_2} + \frac{T_{e4}}{g_1 \cdot g_2 \cdot g_3} + \cdots$$

$$F_T = \left(1 + \frac{T_{eT}}{T_o}\right) = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_1} + \frac{F_3 - 1}{g_1 g_2} + \frac{F_4 - 1}{g_1 g_2 g_3} + \cdots$$



Radiocomunicaciones - Referencia Rápida



$\theta \in [0, \pi]$
$\varphi \in [0, 2\pi]$

Tema 3. Antenas. Parámetros en transmisión

Diagrama Radiación $t(\theta,\varphi) = \dfrac{|\bar{E}|^2}{|E_{max}|^2} = \dfrac{|\bar{P}|}{|\bar{P}_{max}|} \leq 1$

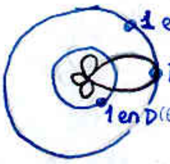
Anchos de haz:
- a -3 dB: $\Delta\theta_{-3dB}$
- entre ceros: $\Delta\theta_{ceros}$

Relación lóbulos

$NLPS = \dfrac{t(\theta_{L.P.})}{t(\theta_{L.S})}$

$F/B = \dfrac{t(\theta_{max})}{t(\theta_{max}+\pi)}$

$\boxed{D(\theta,\varphi) = D \cdot t(\theta,\varphi)}$



$\bar{P} = Re(\bar{E} \times \bar{H})$ $\frac{W}{m^2}$

$\boxed{|\bar{P}| = |E|^2/\eta_0}$

$\boxed{W_{rad} = \iint_S \bar{P} \cdot d\bar{S} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \bar{P} \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$

Intensidad de radiación $K(W/sr) = P(W/m^2) \cdot r^2$

trabajar con Wrad y D y Aef sin perd o con Went y G y Aef con perd pero no mezclarlos.

Directividad:

$D(\theta,\varphi) = \dfrac{|\bar{P}|}{P_{isotropica}} = \dfrac{|\bar{P}|}{W_{rad}/4\pi r^2} \leq D$

como $W_{rad} = W_{ent} \cdot \eta_t$

Ganancia:

$G(\theta,\varphi) = \dfrac{|\bar{P}|}{W_{entreg}/4\pi r^2} \leq G$

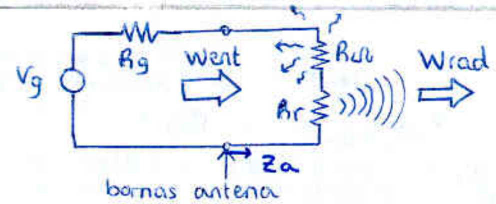
$\boxed{G(\theta,\varphi) = \eta_t \cdot D(\theta,\varphi)}$

$\eta_t < 1$
$G < D \longrightarrow$ normaliza respecto a Went, que es mayor

$\boxed{PIRE = \begin{cases} W_{rad} \cdot D \\ W_{ent} \cdot G \end{cases}}$ $= W_{ent} \cdot D \cdot \eta_t$

$PRA = W_{rad} \cdot \frac{D}{D_{d}}$ $_{1{,}64}$

$PRA = \frac{PIRE}{D_d}$



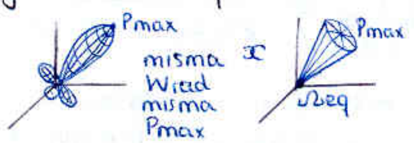
En general: $Z_a = R_\Omega + R_r + jX_a$

$\Downarrow$ resonante a f_0 $\Rightarrow X_a = 0$ (a $f = f_0$)

Adaptación $R_g = R_a$

$R_a = R_\Omega + R_r \longrightarrow \boxed{\eta_t = \dfrac{R_r}{R_r + R_\Omega}}$

Angulo solido equivalente



$\Longrightarrow$ SIEMPRE $\boxed{\iint D(\theta,\varphi) d\Omega = 4\pi}$ $\boxed{D = \dfrac{4\pi}{\Omega_{eq}}}$

Aproximación piramidal (D>20dB)

$\boxed{D >> 1 \Longrightarrow \Omega_{eq} = (\Delta\theta_{-3dB})^2}$

en realidad es $\Delta\theta_{-3dB} \cdot \Delta\varphi_{-3dB} = \Omega_{eq}$

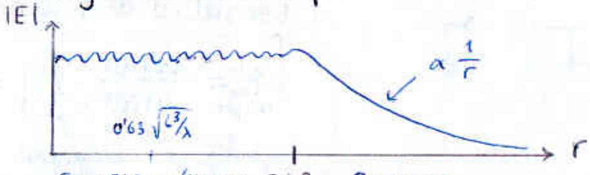
pero $\boxed{\text{antena pincel} \Rightarrow \Delta\theta_{-3dB} = \Delta\varphi_{-3dB}}$

Resolucion espacial a una distancia r

$\delta\theta = r \cdot \Delta\theta$
$\delta\varphi = r \cdot \Delta\varphi$

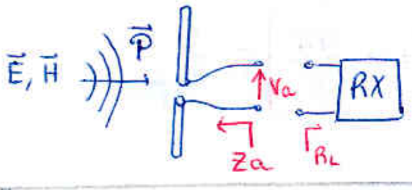
Ancho de banda: Para un determinado margen de un determinado parámetro (recuerda $f \neq f_0 \rightarrow X_a \neq 0$)

Regiones de campo



Campos próximos (Rayleigh) | radiados (Fresnel) $\frac{2L^2}{\lambda}$ Campos lejanos (Fraunhofer)

Parámetros en recepción



V_a: tensión inducida en bornas de la antena en circuito abierto

$Z_a = R_a + jX_a$ $(jX_a = 0$ si $f = f_0)$

$R_a = R_r + R_\Omega$

si $R_a = R_L$, $X_a = 0$ $\Rightarrow$ adaptación $\Rightarrow W_{rec\,max} = \dfrac{|V_a|^2}{4R_a}$ con perd

sería sin perd si pusiera R_r

si $Z_a \neq R_L \Rightarrow W_{rec} = W_{rec\,max} \cdot C_a$ coef de adaptación

$\eta_r = \dfrac{R_r}{R_r + R_\Omega}$

$W_{rec} = W_{rec\,sin\,perd} \cdot \eta_r$

$\boxed{C_a = \dfrac{4R_aR_L}{(R_a+R_L)^2 + (X_a+X_L)^2}}$ normalm en cero

Potencia recibida caso general:

$\boxed{W_{rec} = \underbrace{\dfrac{|V_a|^2}{4R_r}}_{W_{rec\,max\,sin\,perd}} \cdot C_a \cdot \eta_r}$

Area efectiva:

$\boxed{\underset{(W)}{W_{rec}} = \underset{(m^2)}{A_{ef}} \cdot \underset{(W/m^2)}{P}}$

$\boxed{A_{ef} = A_{ef\,sin\,perd}^{max} \cdot C_a \cdot \eta_r}$

Longitud efectiva:

$\boxed{\underset{(V)}{V_a} = \underset{(m)}{l_{ef}} \cdot \underset{(V/m)}{E_{ef}}}$ $\boxed{E_{ef} = E \cdot \sqrt{C_p}}$

coef de polarizacion $C_p = |\hat{E} \cdot \hat{r}|^2$

l_{ef} es siempre con pérdidas ya que no le afectan las pérdidas a Va (circ. abierto)

se tienen en cuenta con $W = \frac{|V_a|^2}{4R_a}$

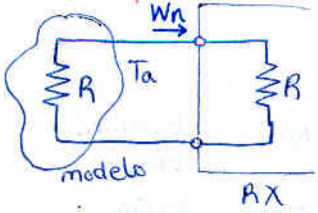
Relación Aef y lef

$\boxed{A_{ef} = \dfrac{l_{ef}^2 \cdot \eta_0}{4 \cdot R_r}}$

los coefs (C_a, φ, η_r) que añadamos a l_{ef} con la raiz, automaticamente se añadirán a Aef

$l_{ef} = \sqrt{\dfrac{4R_rA_{ef}}{\eta_0}} = \sqrt{\dfrac{4R_aA_{ef\,con\,perd}}{\eta_0}} \rightarrow \dfrac{G\lambda^2}{4\pi}$

Temp. equivalente de ruido de una antena T_a



Experimentalmente: medir ruido W_n en bornes de antena adaptada y $T_a = \frac{W_n}{K \cdot B}$

Obtención teórica: $\boxed{T_a = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi) \cdot d\Omega}$ → función temperatura de ruido

La integral se calcula a ojo; ejemplos:

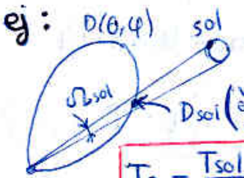
- antena isotrópica
  $D = 1 = cte$
  simplemente ir sumando cada $T(\theta,\varphi)$ multiplicado por el ángulo sólido del que viene.
  ej: cielo T_c, suelo T_s

$T_a = \frac{1}{4\pi}[2\pi T_c + 2\pi T_s]$

$T_a = \frac{T_c + T_s}{2}$

- **Sol**, T_{sol} muy alto en un $\Omega_{sol} \simeq 10^{-5}$ sr
  Se considera $D(\theta,\varphi)$ constante en Ω_{sol} y sale fuera de la integral y $T(\theta,\varphi) = T_{sol}$ constante

ej:



D_{sol} (valor de D en la dirección del sol)

$\boxed{T_a = \frac{T_{sol}}{4\pi} \cdot (\Omega_{sol} \cdot D_{sol})}$

ej: caso peor = alineado $\boxed{D_{sol} = D = 4\pi/\Omega_{eq}}$

alineado: $\boxed{T_a = T_{sol} \cdot \frac{\Omega_{sol}}{\Omega_{eq}}}$

Ruido en bornas de una antena

$\left(\frac{S}{N}\right)_{out\ antena}$

ver apuntes grandes

$W_{n0}' = K\left(T_a + T_f(L-1)\right)B\left(\frac{1}{L}\right)$

siendo $W_{señal\ recibida} = \mathcal{P} \cdot A_{ef}$ ← y las 1000 formas de calcular W que veremos

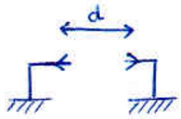
y pensar que si $W_{señal}$ va multiplicada por C_a, el ruido también y se cancelaría.

$\boxed{\begin{array}{l} \cdot \text{ ruido que recibe la antena del exterior } = K \cdot T_a \cdot B \cdot \eta_r \\ \cdot \text{ ruido térmico producido por antena } = K \cdot T_f \cdot B \cdot \underbrace{(1-\eta_r)}_{1-\eta_r = \frac{R_\Omega}{R_r + R_\Omega}} \end{array}}$

$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_{out\ antena} = \frac{W_{señal\ recibida}}{K T_a B \eta_r + K T_f B (1-\eta_r)}}$

NOTA: si fuese a la salida del RX
$W_n = [K T_a B \eta_r + K T_f B (1-\eta_r)] C_a + K T_e B$
ya no se podría cancelar

Ecuación de transmisión



1. Densidad de potencia en el receptor:

$\boxed{\mathcal{P}_{en\ rx} = \frac{W_{rad}}{4\pi d^2} \cdot D} = \frac{W_{ent}}{4\pi d^2} \cdot G = \frac{PIRE}{4\pi d^2}$

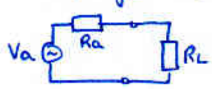
área de la esfera radio d

en general sería $D(\theta_{rx}, \varphi_{rx})$

2. Potencia en receptor

$\boxed{W_{rec} = A_{ef} \cdot \mathcal{P}_{en\ rx}}$ $\quad \mathcal{P} = \frac{|E|^2}{\eta_0}$

otra forma sería



$\boxed{V_a = l_{ef} \cdot E \sqrt{C_p}}$

$W_{rec} = \frac{V_L^2}{R_L} = \frac{\left(V_a \cdot \frac{R_L}{R_L + R_a}\right)^2}{R_L}$

Ecuación de transmisión:

$\boxed{\frac{W_{rec}}{W_{rad}} = \frac{D \cdot A_{ef}}{4\pi d^2}} \cdot C_a \cdot C_p \cdot \eta_t \cdot \eta_r \cdot C_m$

C_a: adaptación; C_p: polarización; η_t, η_r: eficiencia (pérdidas si fuera Went y Wrec con pérd.) } suele ocurrir; C_m: medio

Se puede jugar bastante con los coeficientes: ej: tener en cuenta η_r y C_a en A_{ef} no adapt. con pérd.

Relación Directividad ↔ A_{ef}

$\boxed{\frac{D}{A_{ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}} = \frac{G}{A_{ef\ con\ pérd}}$

utilizando $\frac{D}{A_{ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$ se obtiene:

$\boxed{\frac{W_{rec}}{W_{rad}} = \frac{D_T \cdot A_{efR}}{4\pi d^2} = \frac{A_{efT} \cdot A_{efR}}{\lambda^2 d^2} = \frac{D_T \cdot D_R}{(4\pi d/\lambda)^2}}$

se suele hacer $\frac{W_{rec\ RX}}{W_{ent\ TX}}$ para lo cual hay que multiplicar por $\eta_t \cdot \eta_r$

Ecuación radar

- primario: reflexión en el blanco
- secundario: pregunta y respuesta automática.
- Monoestático: lo normal. Tx y Rx misma dirección
- Biestático

Clutter: cualquier cuerpo que refleje señal y no sea target

Target: el blanco. Tiene su $A_{efB}(\theta,\varphi)$ → normalmente la proyección. Tiene su $D_B(\theta,\varphi)$ } no tiene porque cumplirse $\frac{D_B}{A_{efB}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$

1) $\mathcal{P}_B = \frac{W_{radR}}{4\pi d^2} D_R$ 2) $W_{recB} = \mathcal{P}_B \cdot A_{efB}$ 3) $\mathcal{P}_R = \frac{W_{recB}}{4\pi d^2} \cdot D_B$ 4) $W_{recR} = \mathcal{P}_R \cdot A_{efR}$

en dirección al blanco (θ_B, φ_B); en dirección al radar (θ_R, φ_R)

Radar Cross Section $RCS(\theta,\varphi) = D_B(\theta,\varphi) A_{efB}(\theta,\varphi)$

$\boxed{\frac{W_{recR}}{W_{radR}} = \frac{D_R \cdot A_{efR} \cdot D_B \cdot A_{efB}}{(4\pi d^2)^2}} = \frac{D_R \cdot A_{efR}}{(4\pi d^2)^2} RCS(\theta_R, \varphi_R) \Rightarrow$ permite despejar dmax para una Wrecmin

puedes usar $\left(D \cdot A = \frac{D^2 \cdot \lambda^2}{4\pi}\right)$ ← $\frac{D}{A} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$

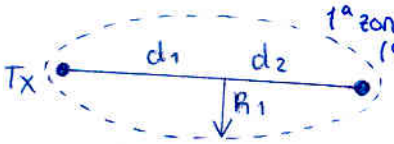
Son dos ecs de tx multiplicándose (ida y vuelta)

$\propto \frac{1}{d^4}$

En vuelo a baja altura $\propto 1/d^8$

Difracción

Zonas de Fresnel

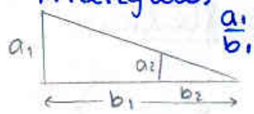


$$\boxed{R_n = \sqrt{n \cdot \lambda \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{d_1 + d_2}}}$$

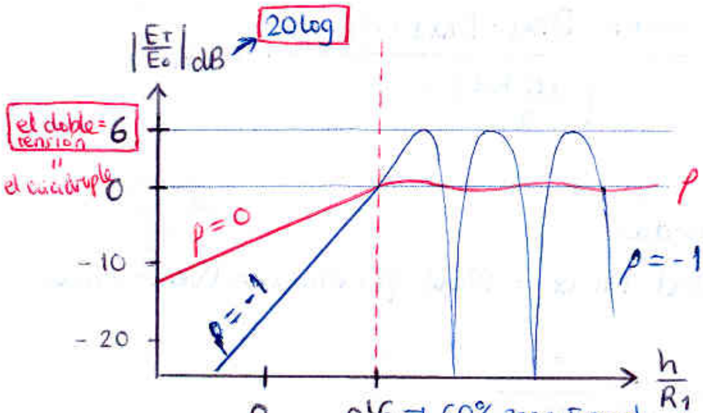
Despejamiento h

nota: $h > 0$ si hay visión directa

nota: util usar propiedad: semejanza de triangulos $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$



El parámetro importante es $\boxed{\frac{h}{R_1}}$ i.e. porción de la 1ª zona de Fresnel que se oculta

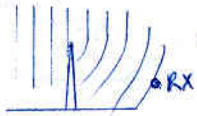


$\rho = 0$ obstáculo puntiagudo

$\rho = -1$ obstáculo plano

0'6 → 60% zona Fresnel - límite para considerar reflexión o refracción

Esta grafica recoge tanto difracción como reflexion



menor atenuación por difracción

↳ se puede apreciar como para $h > 0'6$ hay rayo directo + reflejado

$\left|\frac{E_T}{E_0}\right|_{dB} \in [-\infty, 6] \Rightarrow \left|\frac{E_T}{E_0}\right| \in [0, 2]$ interferencia

$$W_{rec} = \frac{W_{ent} \cdot D_{Txd} \cdot D_{Rxd} \cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_d}{\lambda}\right)^2} \cdot \left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2$$

onda de superficie

grafica ITU-R

para $W_{rad} = 1 kW$, $D = 3$ (monopolo)

luego, hay que desnormalizar

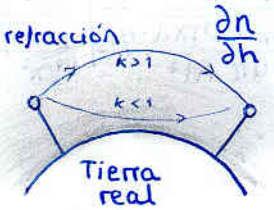
$$\boxed{|E| = |E_0| \sqrt{\frac{W_{rad}(kW) \cdot D}{3}}}$$ → PIRE(kW)

onda superficie se propaga mejor cuanto mayor σ.

lluvia → mejor

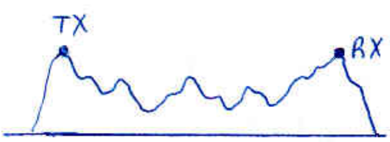
hay que usar polarización vertical

Refracción atmosférica y curvatura de la tierra

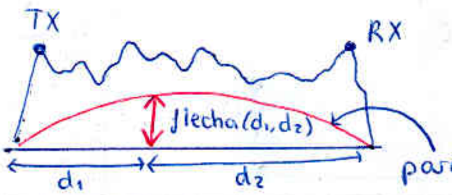


$\propto$

$$\boxed{k = \frac{1}{1 + a\frac{\partial n}{\partial h}}}$$



en realidad → la tierra es curva

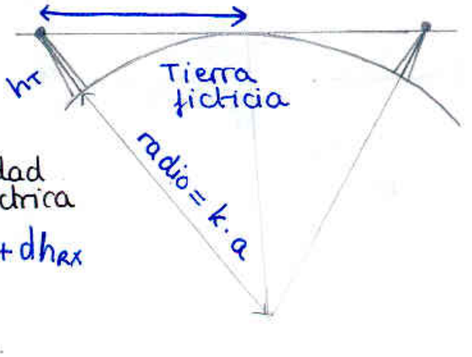


parábola de perfiles

$$\boxed{\text{flecha}(d_1, d_2) = \frac{d_1 \cdot d_2}{2(k a)}}$$

Horizonte radioeléctrico:

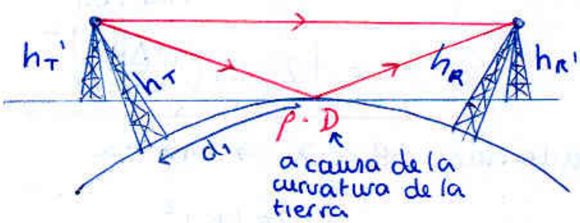
$$\boxed{d_{HTx} = \sqrt{(ka + h_T)^2 - (ka)^2}} = \boxed{\sqrt{2k \cdot a \cdot h_T}}$$



visibilidad radioeléctrica

$d_v = d_{hTX} + d_{hRX}$

Reflexión sobre tierra curva



Tierra ficticia: radio k·a

se obtiene: $h_T' = h_T - \frac{d_1^2}{2ka}$

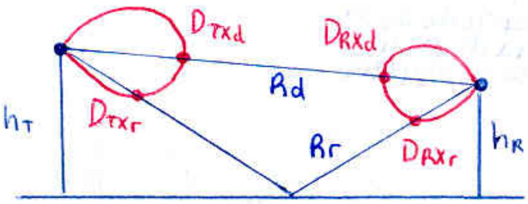
Tema 4. Propagación Radioeléctrica

Tipos de onda:

- Espacial: directo + reflejado

- Terrestre: espacial + superficie

· Reflexión



Potencia recibida

$$W_{REC} = \underbrace{\frac{W_{ENT} \cdot D_{TXd} \cdot D_{RXd} \cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_d}{\lambda}\right)^2}}_{\text{sólo onda directa}} \cdot \underbrace{C_m}_{\text{Efecto onda Reflejada}}$$

en un radar; (ida y vuelta) W_{rec} cambia (hay que pensarlo) y C_m va al cuadrado

El campo $|E|$ en el receptor

$$P_{RX} = \frac{|E_{RX}|^2}{\eta_0}$$

Recuerda:

$$PIRE(W) = W_{rad} \cdot D_{max} = W_{ent} \cdot \eta_t \cdot D_{max} = W_{ent} \cdot G_{max}$$

$$|E_{RX}| = \sqrt{\eta_0 \cdot \frac{W_{ent} \cdot D(\theta,\varphi) \cdot \eta_t}{4\pi R_d^2}} \cdot \sqrt{C_m} = \sqrt{\eta_0 \cdot \frac{PIRE \cdot t(\theta,\varphi)}{4\pi R_d^2}} \cdot \sqrt{C_m}$$

sólo va al cuadrado la R, no aparece λ

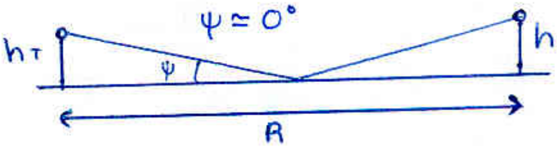
aunque en realidad el campo no se ve afectado por D_{RX}, podemos modelar el efecto de $D_{RX}(\theta,\varphi)$ teniéndolo en cuenta en C_m

siendo C_m

$$C_m = \left|\frac{E_{TOT}}{E_d}\right|^2 = \left|\frac{E_d + E_r}{E_d}\right|^2 = \left|1 + \frac{E_r}{E_d}\right|^2 = \left|1 + \frac{\rho \cdot \sqrt{\eta_0 \cdot \frac{W_{ent} \cdot D_{TXr} \cdot \eta_t}{4\pi R_r^2} \cdot \frac{D_{RXr} \cdot \eta_r}{4\pi/\lambda^2}}\, e^{-jkR_r}}{\sqrt{\eta_0 \cdot \frac{W_{ent} \cdot D_{TXd} \cdot \eta_t}{4\pi R_d^2} \cdot \frac{D_{RXd} \cdot \eta_r}{4\pi/\lambda^2}}\, e^{-jkR_d}}\right.$$

$$C_m = \left| 1 + \rho \cdot \underbrace{\frac{R_d}{R_r}}_{\text{cambio de amplitud}} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{D_{TXr} \cdot D_{RXr}}{D_{TXd} \cdot D_{RXd}}}}_{\text{efecto ponderación diagrama radiación}} \cdot \underbrace{e^{-jk(R_r - R_d)}}_{\text{cambio en la fase}} \right|^2$$

Incidencia Rasante



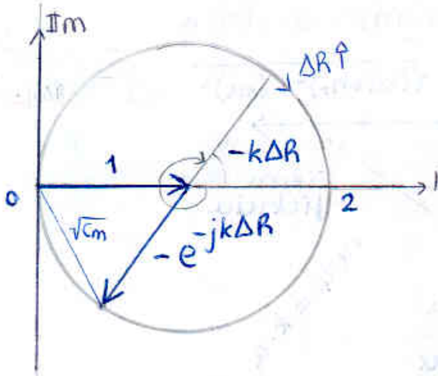
$$\frac{R_d}{R_r} \simeq 1$$

$$\rho \simeq -1$$

$$\Delta R = R_r - R_d \simeq 2\frac{h_T h_R}{R}$$

Por tanto:

$$C_m = \left|1 - e^{-jk\Delta R}\right|^2 = \left|2 \sin\left(\frac{k\Delta R}{2}\right)\right|^2$$



y si además $\Delta R \ll \lambda \Rightarrow \sin x \simeq x$

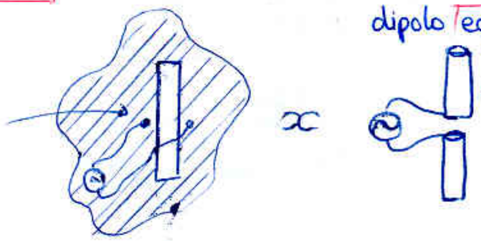
$$C_m = |k\Delta R|^2$$

NOTA $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Aperturas

- Ranuras

se alimenta así



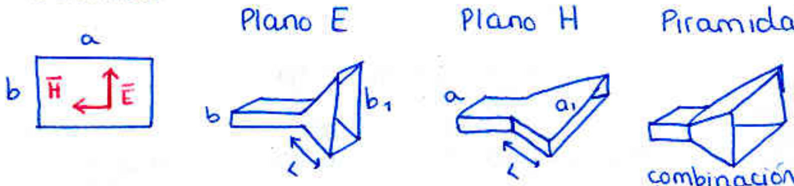
dipolo equivalente en TODO EXCEPTO en la polarización, que es ortogonal

ejemplos: repetidor UHF

receptor TV sat

- Bocinas

Plano E — Plano H — Piramidal

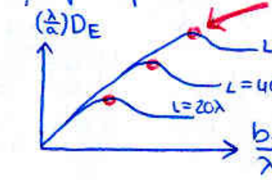


combinación de ambas

D_E (directividad) — D_H

$$D_P = \left(\frac{\lambda}{b_1} D_E\right)\left(\frac{\lambda}{a_1} D_H\right)\left(\frac{\pi}{32}\right)$$

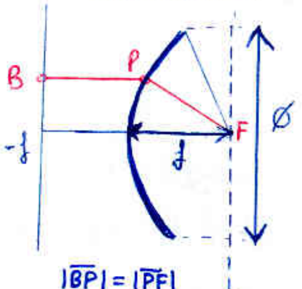
ejemplo: plano E



para cada L hay un pto óptimo de mayor D

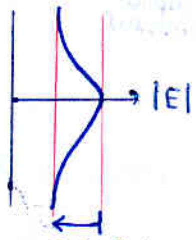
- Reflector Parabólico

Geométrico: — Electromagnético



$|\overline{BP}| = |\overline{PF}|$

plano focal



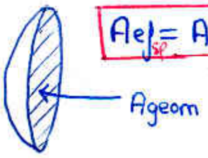
$T(dB) = T_1 + T_2 < 0$

T_1: las ondas de los extremos han recorrido mayor proporción de camino siendo esféricas → atenuación

T_2: El diagrama de radiación de la bocina radia más hacia el centro de la parábola

Todas las ondas han recorrido el mismo camino al llegar al plano focal

Area efectiva:



$$\boxed{A_{ef} = A_{geom} \cdot \eta_{il_T}}$$

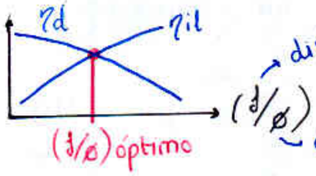
eficiencia de iluminación total

$$\boxed{\eta_{il_T} = \eta_{il} \cdot \eta_d}$$

PRODUCTO, NO SUMA

iluminación: ↙ mas cuanto mas uniforme se radie $(f/Ø)\uparrow$

↓ desbordamiento mayor cuanto menos se pierde $(f/Ø)\downarrow$

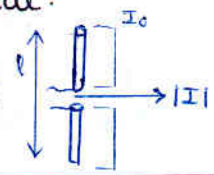


→ distancia focal

~ diametro

Antenas elementales

- Dipolo elemental:
  - $l << \lambda$
  - $I = I_0$ cte



$|\bar{P}| = A_0 \frac{\sin^2\theta}{r^2}$ $\quad t(\theta,\varphi) = \sin\theta$ $\quad D = 1'5 = \frac{3}{2}$

$\eta_t << 1$

$l_{ef} = l$

$A_{ef} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$ se deduce

$R_r = 80\pi^2 (l/\lambda)^2 << 1$

- Espira elemental:

$t(\theta,\varphi) = \sin\theta$
$D = 1'5 = \frac{3}{2}$

$\eta_t << 1$ (menos aun que el dipolo elemental)

Obtención de parámetros

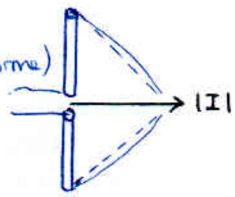
$I(z) \xrightarrow[\text{(asignatura antenas)}]{} \bar{E}, \bar{H} \longrightarrow \bar{P}$

1. $t(\theta,\varphi) = \frac{P(\theta,\varphi)}{P_{max}}$
2. $D = \frac{P_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2}$ $\quad \boxed{W_{rad} = \iint_S \bar{P} \cdot d\bar{S} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \bar{P}\, r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi}$
3. $l_{ef} = \frac{1}{I(z=0)} \int_{\text{antena}} I(z) \cdot dz$
4. $\frac{A_{ef}}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \rightarrow A_{ef}$
5. $A_{ef} = \frac{l_{ef}^2 \eta_0}{4 R_r} \longrightarrow R_r \longrightarrow \eta_t$

En realidad $\eta_t << 1$ no es problema si el ruido es bajo. Lo que cuenta es $(\frac{S}{N})$

Antenas típicas

- Dipolo corto
  - $l << \lambda$ (no pensar en antena pequeña, λ puede ser enorme)
  - I es la parte inicial de un seno ~ una recta



$l_{ef} = \frac{l}{2}$ $\quad t(\theta,\varphi) = \sin^2\theta$

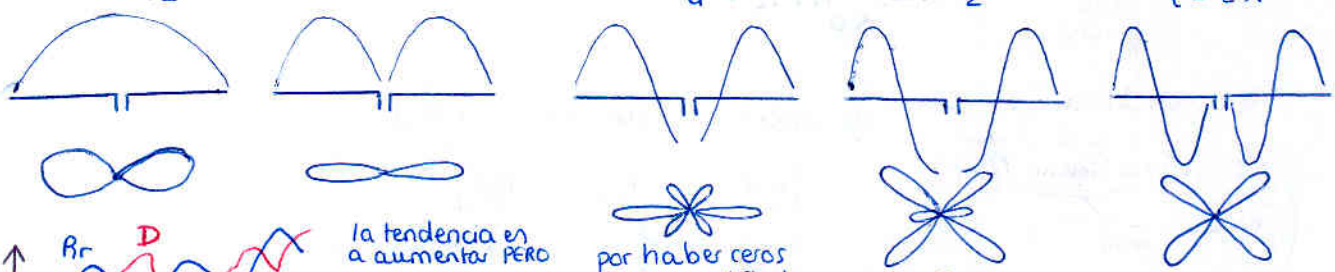
$R_r = 20\pi^2 (l/\lambda)^2 << 1$ $\quad D(\theta,\varphi) = \frac{3}{2}\sin^2\theta$

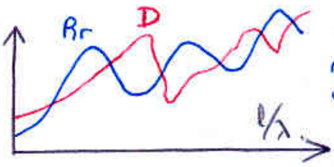
$= \frac{1}{4} R_r$ dipolo elemental

- Dipolo longitud comparable a λ

En cada brazo hay lo que quepa del seno $I_0 \sin(kz)$ i.e. $I(z) = \begin{cases} I_0 \sin(k(z+\frac{l}{2})) & z \in [-\frac{l}{2}, 0] \\ I_0 \sin(k(\frac{l}{2}-z)) & z \in [0, \frac{l}{2}] \end{cases}$

$l = \lambda/2$ $\quad l = \lambda$ $\quad l = \frac{5}{4}\lambda$ $\quad l = \frac{3}{2}\lambda$ $\quad l = 2\lambda$





la tendencia es a aumentar PERO NO podemos afirmar que R_r o D aumenten con $\frac{\lambda}{l}$

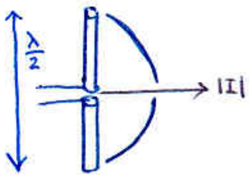
por haber ceros aparecen lóbulos

los LS se comen a los LP ocupando su lugar

$\frac{l}{\lambda}\uparrow \rightarrow$ más lóbulos

al final $l >> \lambda$

- Dipolo en $\lambda/2$



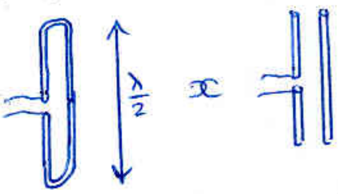
$l_{ef} = \frac{\lambda}{\pi}$

$D = 1'64$

$Z_{in} = 73\Omega$

A veces se da D en $dB_{\lambda/2} = 10\log(\frac{D}{D_{\lambda/2}})$

- Dipolo doblado

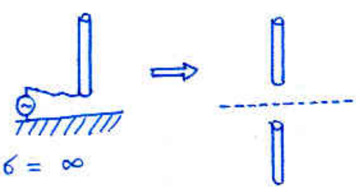


- Tiene mayor ancho de banda
- Se usa en TV
- $Z_i = 300\Omega$

antes las TV tenían entrada 300Ω
ahora las Yagi-Uda tienen su dipolo doblado y un BALUN (adapta impedancia)

- Monopolos

Aprovechan T^a imágenes para lograr mayor D



Relaciones con su dipolo equivalente

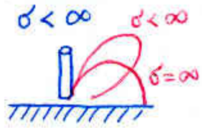
$\Omega_{rad\,m} = \frac{1}{2}\Omega_{rad\,d}$

$W_{rad\,m} = \frac{1}{2} W_{rad\,d}$

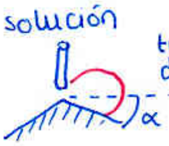
$R_{rm} = \frac{1}{2} R_{rd}$

$\boxed{D_m = 2 D_d}$

Problema: $\sigma < \infty$



solución

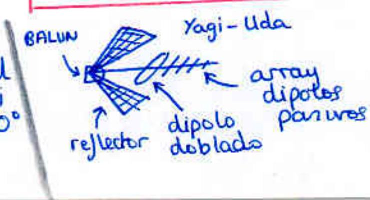


tiende al dipolo si $\alpha = 90°$

- Arrays

Jugar con interferencias para ajustar $t(\theta,\varphi)$

$\boxed{t(\theta,\varphi)_{array} = t(\theta,\varphi) \cdot \underbrace{FA(\theta,\varphi)}_{\text{Factor Array}}}$



Radiocomunicaciones

TEMA 1. Introducción a las radiocomunicaciones

El espectro radioeléctrico

	ULF	VLF	LF	MF	HF	VHF I, II, III	UHF IV, V	SHF VI	EHF
f (Hz)	300 – 3k	3k – 30k	30k – 300k	300k – 3M	3M – 30M	30M – 300M	300M – 3G	3G – 30G	30G – 300G
Medio		Cable de Pares		Cable coaxial				Guia de Ondas	
Usos			navegación	AM	barco-avión	TV, FM	TV, Comunic móviles, Satélites, Radar, WIFI	Radar, Enlaces microondas	

Servicios

- Radiodifusión : · Radio (AM, FM)
  · Televisión (terrestre, digital)
  · Satélite
- Comunicaciones móviles (GSM, UMTS)
- Radar, Telemetria, GPS, Balizas
- Enlaces : · Punto a punto : radioenlaces
  · Punto a multipunto

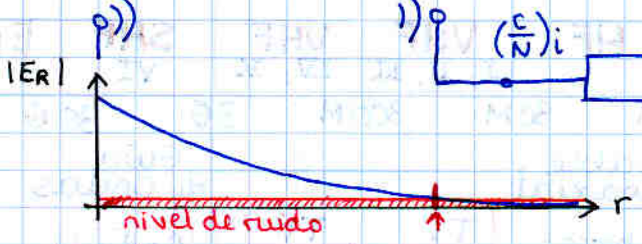
WiFi

TEMA 2. Ruido en Comunicaciones

1 Concepto

Todo aquello que enmascara o degrada la calidad de la señal
Externo (natural o artificial) o interno (componentes)

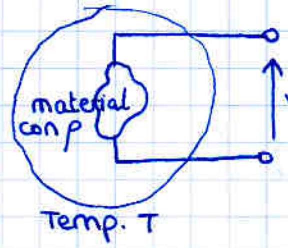
Limita el alcance de la señal



se puede especificar un nivel mínimo de (C/N) en distintos puntos.

2. Tipos de ruido

A) Ruido térmico



· estocástico · gaussiano · media nula

$$G_{en}(f) = 4KTR(f) \quad V^2/Hz$$

$\boxed{\overline{V_n^2} = \int_{f_L}^{f_H} G_{en}(f)\,df}$ → en analógica E_n^2

en analógica $e_n^2(f)$

K: cte de Boltzmann $1'38 \cdot 10^{-23}$ J/k

T: temp en kelvin

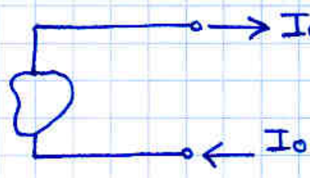
$R(f) = \mathrm{Re}[Z(f)]$ prácticamente cte en f

⇓

ruido blanco

B) Ruido impulsivo (shot)

saltos aleatorios de e^- y h^+ sobre barreras de potencial en semiconduct.

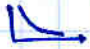


· estocástico · gaussiano · media nula

$$G_{in}(f) = 2qI_o$$

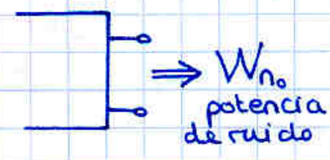
q: carga electrón $1'6 \cdot 10^{-19}$ C

⇒ ruido blanco

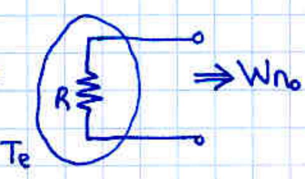
c) otros que no aparecen en nuestras aplicaciones
ej. Flicker (ruido rosa) (1/f) 

Modelo de ruido térmico

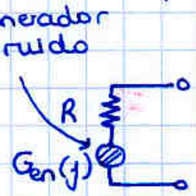
Cualquier ruido o suma de ruidos de cualquier origen, si es blanco, puede ser modelado como producido por una resistencia



≡



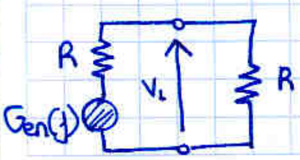
≡



$G_{en}(f) = 4KTR \; V^2/Hz$

$\overline{V_n^2} = 4KTRB \; V^2$

• si consideramos impedancia adaptada



$V_L = \dfrac{V_n}{2}$ (divisor de tensión)

$$W_{n_o} = \frac{\left(\frac{V_n}{2}\right)^2}{R} = \frac{V_n^2}{4R} = \frac{\cancel{4}KT\cancel{R}B}{\cancel{4}\cancel{R}}$$

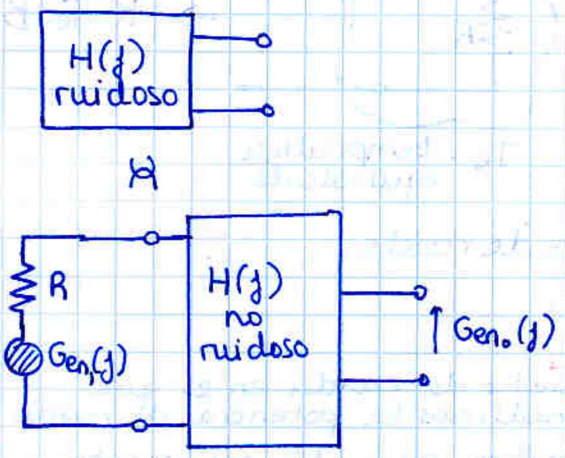
Nyquist

Potencia que entrega una resistencia a una carga adaptada

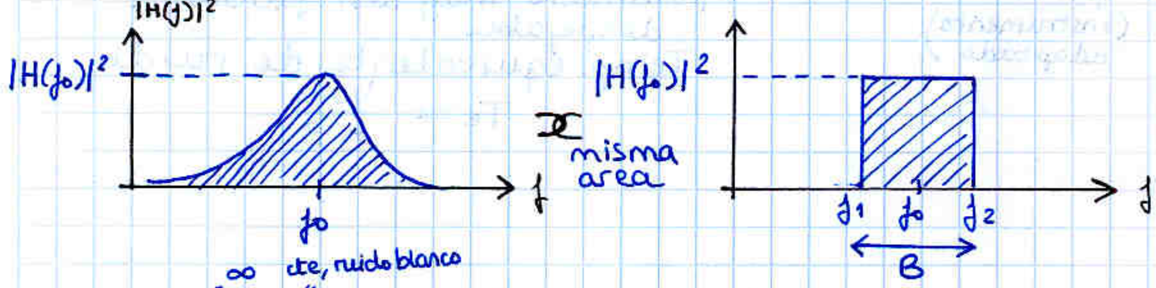
$$\boxed{W_{n_o} = KTB}$$

3. Ruido en dipolos

3.1 Ancho de banda equivalente



lo modelamos como un cuadripolo no ruidoso con el ruido a la entrada



$$En_o^2 = \int_0^\infty \underbrace{\overset{\text{cte, ruido blanco}}{Gen_i(f)} \cdot |H(f)|^2}_{Gen_o(f)}\, df \qquad E_{no}^2 = Gen_i \cdot |H(f_0)|^2 \cdot \underbrace{(f_2 - f_1)}_{}$$

sale fuera

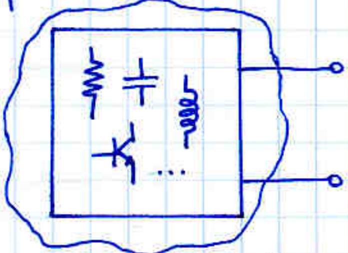
$$= Gen_i \cdot \int_0^\infty |H(f)|^2 df \underset{\text{igualando}}{=} = Gen_i \cdot |H(f_0)|^2 \cdot B$$

Despejando:

$$\boxed{\text{Ancho de Banda Equivalente} := B = \frac{\int_0^\infty |H(f)|^2 df}{|H(f_0)|^2}} = \frac{\text{area}}{\text{altura}} = \text{base}$$

3.2 Fuentes de ruido incorreladas

La potencia de ruido a la salida es la suma de las potencias de ruido de cada una.



multiples fuentes de ruido

$$\overline{V_n^2} = \overline{V_{n_1}^2} + \overline{V_{n_2}^2} + \dots$$

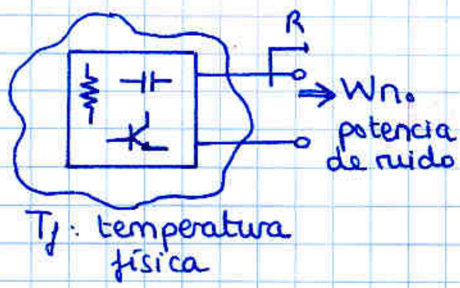
en caso de 2 fuentes no incorreladas sería
$$\overline{V_n^2} = \overline{V_{n_1}^2} + \overline{V_{n_2}^2} + Re[V_{n_1} \cdot V_{n_2}^*]$$
$\overset{\shortparallel}{\text{correlacion}}$.
Es cero en fuentes incorreladas

ejemplo 

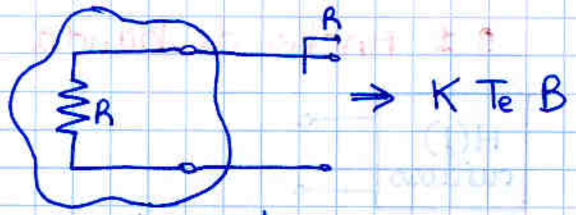
$$Vn_T^2 = Vn_1^2 + Vn_2^2 = 4KTB(R_1 + R_2)$$

3.3 Temperatura equivalente de ruido

modelo de ruido térmico
con impedancia adaptada



$\equiv$



T_e : temperatura
equivalente

Igualando la potencia de ruido

$$\boxed{W_{no} = K \cdot T_e \cdot B}$$

Muy util en laboratorio

W_{no}: potencia que se mide (instrumento) adaptado

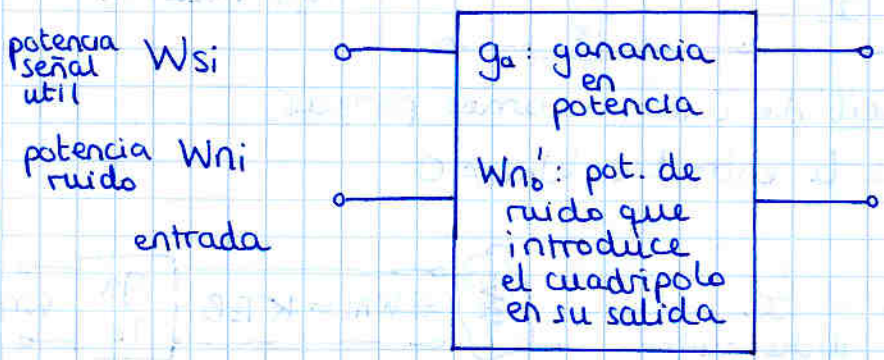
K: $1'38 \cdot 10^{-23}$ J/K

B: ancho de banda en el que medimos la potencia de ruido

T_e: parámetro muy util facilmente despejable
Temp. equivalente de ruido

$$T_e = \frac{W_{no}}{KB}$$

4. Ruido en cuadripolos



$W_{so} = g_a \cdot W_{si}$

$W_{no} = g_a W_{ni} + W_{no}'$

Es facil deducir que a la salida : $W_{so} = g_a \cdot W_{si}$
$W_{no} = g_a \cdot W_{ni} + W_{no}'$

La relación :

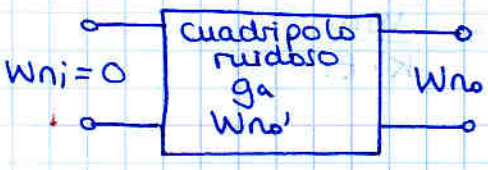
$$\frac{W_{so}}{W_{no}} = \left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{W_{si} \cdot g_a}{W_{ni} \cdot g_a + W_{no}'} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{dividiendo} \\ \text{por } W_{ni} g_a}}{=} \frac{\left(W_{si}/W_{ni}\right)}{1 + \frac{W_{no}'}{W_{ni} \cdot g_a}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1 + \frac{W_{no}'}{g_a \cdot W_{ni}}}}$$

4.1 Temperatura equivalente de ruido

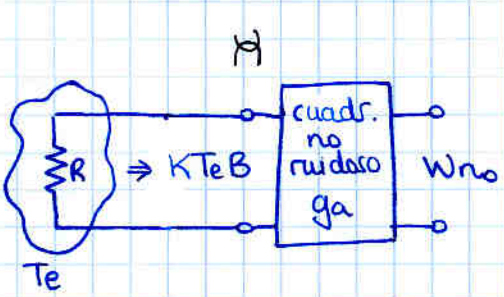
Vamos a conseguir un parámetro equivalente a W_{no}' pero mas facil de trabajar.

Consideremos el cuadripolo sin ruido a la entrada:



$W_{no} = W_{no}'$

⇔



$W_{no} = g_a \cdot K T_e B$

igualando la potencia de ruido a la salida,

$$\boxed{W_{no}' = g_a \cdot K \cdot T_e \cdot B} \qquad T_e = \frac{W_{no}'}{g_a \cdot K \cdot B}$$

pot ruido a la salida generado por el cuadripolo
i.e. ruido medido sin ruido a la entrada

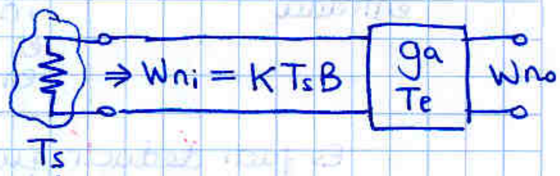
por tanto

Wno' y Te dan la misma información.

Pero Te es mas facil de usar. Veamos porqué

supongamos ruido a la entrada $W_{ni} \neq 0$

dicho ruido puede modelarse con el modelo de ruido térmico



temp. equiv de ruido de la fuente

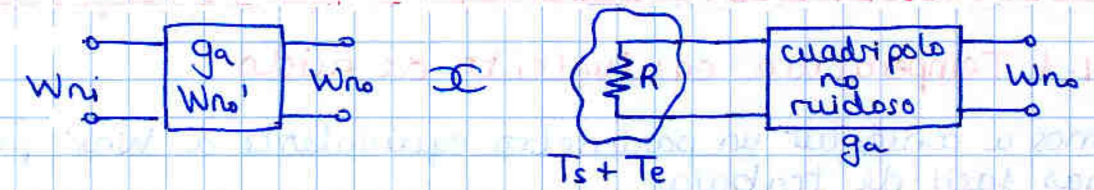
$$T_s = \frac{W_{ni}}{K B}$$

en este modelo

$$W_{no} = g_a K T_s B + g_a K T_e B$$

$$= g_a K (T_s + T_e) B$$

que seria la expresión del circuito al que queriamos llegar



siendo: $T_e = \frac{W_{no}'}{g_a \cdot K \cdot B}$

$$T_s = \frac{W_{ni}}{K \cdot B}$$

deducir

$$\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1+0} = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1+\frac{T_e}{T_s}}$$

4.2 Factor de Ruido (Noise Figure: Cifra de ruido)

$$W_{no} = g_a W_{ni} + W_{no}'$$

$$\boxed{F = \left.\frac{g_a W_{ni} + W_{no}'}{g_a W_{ni}}\right|_{T_s = T_o} = \left.\frac{W_{no}}{g_a W_{ni}}\right|_{T_s = T_o}}$$

siendo
T_o: temp. de referencia
293 K

F es equivalenta a T_e. La relación es: (varios modos de llegar)

$$F = \frac{g_a W_{ni} + W_{no}'}{g_a W_{ni}} = 1 + \frac{W_{no}'}{g_a W_{ni}} = 1 + \left.\frac{g_a K T_e B}{g_a K T_s B}\right|_{T_s = T_o} = 1 + \frac{T_e}{T_o}$$

$$F = \frac{W_{no}}{g_a W_{ni}} = \left.\frac{K(T_e + T_s) B g_a}{g_a K \cdot T_s \cdot B}\right|_{T_s = T_o} = 1 + \frac{T_e}{T_o}$$

$$\boxed{F = 1 + \frac{T_e}{T_o}}$$

$$\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1 + \frac{T_e}{T_s}}$$

En el caso particular $T_s = T_o$

recordando:

$$\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1 + \frac{W_{no}'}{g_a W_{ni}}} = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{1 + \frac{T_e}{T_s}} \xrightarrow[\text{i.e. } T_s = T_o]{\text{si } W_{ni} = K T_o B} \left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{C}{N}\right)_i}{F}$$

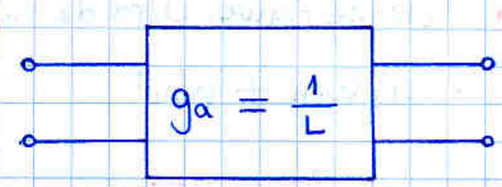
$$\boxed{T_s = T_o \Rightarrow F = \frac{(C/N)_i}{(C/N)_o}}$$

Cuidado: no generalicemos esto para $T_s \neq 293\,K = T_o$

Definición de F escrita:
Potencia de ruido a la salida partida entre
Potencia de ruido a la salida si el cuadripolo no fuera ruidoso
considerando ruido fijo a la entrada ($T_s = T_o$)

2.4.3 Ruido en Cuadripolos Pasivos con Pérdidas

ejemplo: un cable



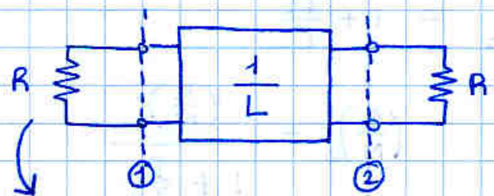
se cumple:

$$\boxed{\begin{aligned} T_e &= T_{física}(L-1) \\ F &= 1 + \frac{T_f}{T_0}(L-1) \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\text{si } T_f = T_0 \\ &F = L \end{aligned}}$$

Demostración:

cargamos con R iguales y a temperatura T_f



$\rightarrow W_{n_2} = K T_f B$

$W_{n_1} = K T_f B \longrightarrow W_{n_2} = K T_f B \frac{1}{L} + W_{n_0}'$

igualando las dos expresiones de W_{n_2}

$$K T_f B = K T_f B \frac{1}{L} + W_{n_0}' \Rightarrow W_{n_0}' = K T_f B \left[1 - \frac{1}{L}\right]$$

$$\xrightarrow{\text{modelo térmico}} W_{n_0}' = K T_e B \frac{1}{L}$$

igualando: $\rightarrow T_f\left[1 - \frac{1}{L}\right] = T_e\left[\frac{1}{L}\right] \Rightarrow \boxed{T_e = T_f\,[L-1]}$

en cuanto a F $\quad F = 1 + \frac{T_e}{T_0} = \boxed{1 + \frac{T_f}{T_0}(L-1)}$

y, aunque T_f no suele ser T_0, sí que suele pasar $T_f = T_0 = 20°C$
en ese caso

caso $T_f = T_0$ $\qquad \boxed{T_f = T_0 \Rightarrow F = L}$

además, si $T_f = T_0$, $\quad W_{n_0}' = K \cdot T_0 \cdot B \cdot \left[1 - \frac{1}{L}\right]$ y
sabiendo

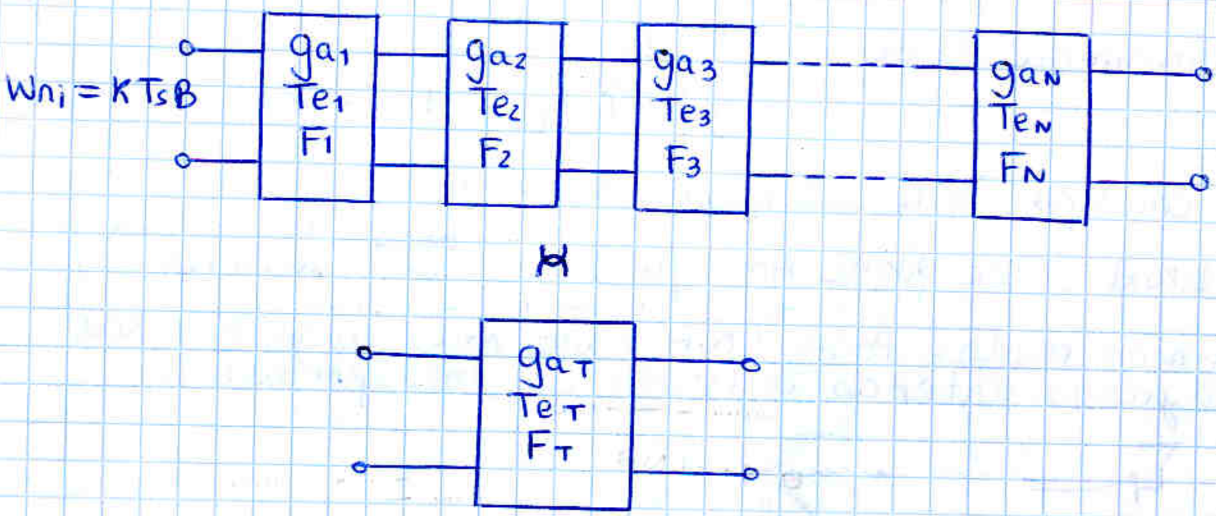
$$W_{n_i} = K \overset{T_0}{\overset{\shortparallel}{T_f}} B \qquad W_{n_0} = K \overset{T_0}{\overset{\shortparallel}{T_f}} B \frac{1}{L} + W_{n_0}'$$

$$= K T_0 B \qquad\qquad = K T_0 B \frac{1}{L} + K T_0 B - K T_0 B \frac{1}{L}$$

$$= K T_0 B$$

i.e. Curiosamente, la potencia a la entrada y a la salida es la misma. La potencia que atenúa el cuadripolo la añade como ruido.

5. Cuadripolos en cascada (Friis)



Tenemos $\quad W_{no} = g_{aT} W_{ni} + W_{no}'$

$$\overset{=}{\scriptstyle (1)}\ g_{aT} K (T_s + T_{eT}) B$$

RECUERDA: Aunque 'T_e' modela el ruido a la salida (W_{no}') creado por el cuadripolo, se modela como una resistencia A LA ENTRADA

se incluye g_{a1}

$$W_{no} = \underbrace{K T_s g_{aT} B}_{\text{ganancia del ruido a la entrada}} + \underbrace{K T_{e1} B (g_{a1} \cdot g_{a2} \cdots)}_{1^{er}\text{ cuadripolo}} + \underbrace{K T_{e2} B (g_{a2} \cdot g_{a3} \cdots)}_{2^{o}\text{ cuadripolo}} + \dots + K T_{eN} B (g_{aN})$$

$$= k \cdot B \cdot g_{aT} \left[T_s + T_{e1} + \sum_{j=2}^{N} T_{ej} \left(\prod_{k=1}^{j-1} g_{ak} \right)^{-1} \right] \overset{(1)}{=} K B g_{aT} (T_s + T_{eT})$$

de donde:

Fórmula de Friis para Te $\qquad \boxed{T_{eT} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{g_{a1}} + \frac{T_{e3}}{g_{a1} \cdot g_{a2}} + \frac{T_{e4}}{g_{a1} g_{a2} g_{a3}} + \dots}$

y como $\quad F_T = 1 + \frac{T_{eT}}{T_0}$

Fórmula de Friis para F $\qquad \boxed{F_T = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_{a1}} + \frac{F_3 - 1}{g_{a1} \cdot g_{a2}} + \frac{F_4 - 1}{g_{a1} g_{a2} g_{a3}} + \dots}$

Cuidado! $\quad F_i$ en lineal! no en dB!! ⚠
$\qquad\qquad g_i$ en lineal!

Comentarios

· El ruido del primer cuadripolo es muy importante (se suma directamente)

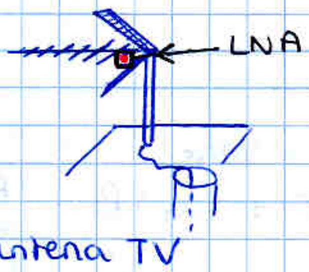
Para minimizar ruido: $T_{e1}, F_1 \downarrow\downarrow$

$g_{a1} \uparrow\uparrow$ (para $F_T \simeq F_1$)

Un cuadripolo que satisfaga eso es un

LNA (Low Noise Amplifier) (aunque la ganancia no es mucha)

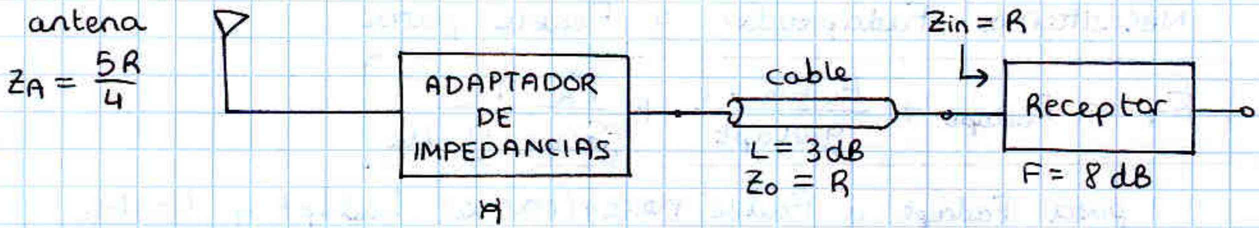
Minimizar ruido: Poner LNA nada mas llega la señal (algunas antenas lo llevan ya incorporado)

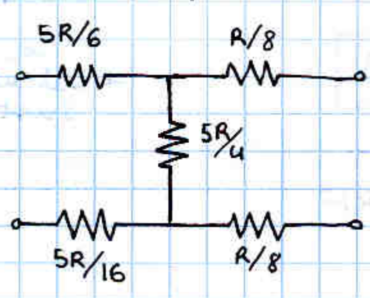


Si dejamos que haya cable entre la antena y el LNA, el cable es como un cuadripolo, con una $g_a < 1$ por lo que AUMENTA el efecto de las T_e siguientes.

La calidad es similar poniendo los amplificadores al final de la cadena que no poniendo nada

Problema 1.

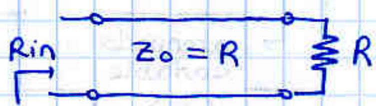




a) si $T_f = T_0$, calcular $F_{adaptador}$

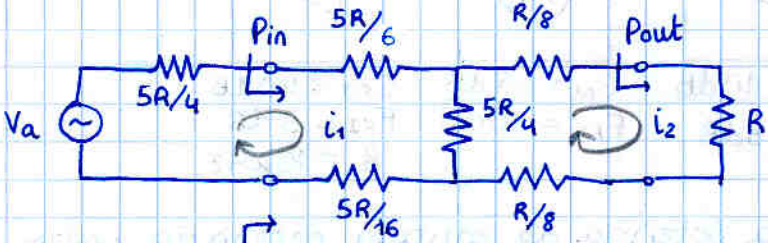
$$\boxed{T_f = T_0 \Rightarrow F = L}$$

NOTA:



$R_{in} = Z_0 = R$ ya que al estar adaptado no hay onda reflejada

$$L = \frac{P_{IN}}{P_{OUT}}$$



$R_{in} = \frac{5R}{4}$ (ya que adapta a la antena)

$$P_{IN} = \frac{(V_a/2)^2}{5R/4} = \frac{V_a^2}{5R}$$

$$P_{OUT} = i_2^2 \cdot R \qquad \begin{pmatrix} V_a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 25R/8 & -5R/4 \\ -5R/4 & 10R/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$i_2 = \frac{V_a}{5R}$$

$$P_{OUT} = \frac{V_a^2}{25R}$$

$$\Rightarrow \quad F = L = \frac{P_{IN}}{P_{OUT}} = 5$$

b) $T_f = 27°C$

F_T adaptador + cable + receptor ?

Necesitamos $F_{adaptador}$ y F_{cable} para

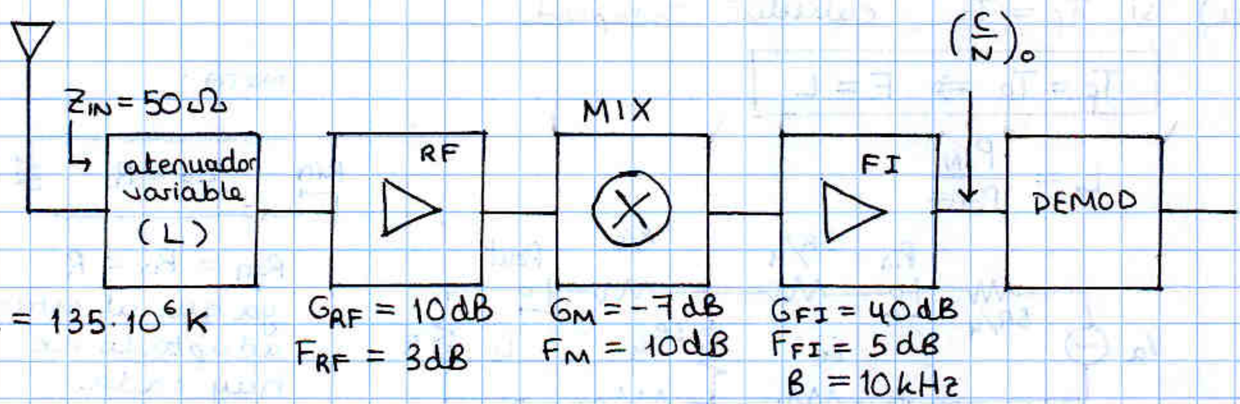
$$\boxed{F_T = F_{adapt} + \frac{F_{cable} - 1}{g_{adapt}} + \frac{F_R - 1}{g_{adapt} \cdot g_{cable}}}$$

para F_{adapt} y F_{cable} necesitamos L_{adapt} y L_{cable}

$$\boxed{F = 1 + \frac{T_f}{T_0}(L-1)}$$

los tenemos.
→ calcular y sustituir

Problema 2. Receptor de HF



Sensibilidad: mínima tensión de entrada necesaria para conseguir una determinada calidad a la salida

sensibilidad entrada receptor $\equiv 100\mu V \Rightarrow \left(\frac{C}{N}\right)_o = 10dB \Rightarrow L$?

$$\left(\frac{C}{N}\right)_o = 10\,dB = 10 = \frac{W_{si} \cdot g_{aT}}{W_{ni}\, g_{aT} + W_{no}'} = \frac{W_{si} \cdot g_{aT}}{W_{ni}\, g_{aT} + K\, T_e\, B\, g_{aT}}$$

no tenemos que calcular g_{aT}

$$= \frac{W_{si}}{K T_s B + K T_e B}$$

$$= \frac{W_{si}}{K(\underbrace{T_e}_{\text{¿Función de L?}} + T_s)B}$$

$$W_{si} = \frac{(sens)^2}{Z_{in}}$$

NOTA: Como B tomamos el del ultimo elemento (el que más limita.

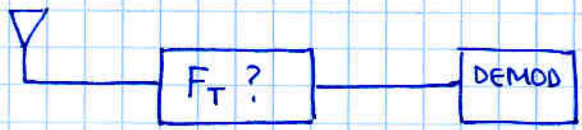
NOTA: Si no se dice nada, $T_f = T_0$, por tanto $F_{aten} = L$

NOTA: Solo falta calcular T_{eT}, que dependerá de L

Vamos a utilizar la fórmula de Friis para hacer:

$$F' = F_{RF} + \frac{F_M - 1}{g_{RF}} + \frac{F_{FI} - 1}{g_{RF} \cdot g_M}$$ cuidado: pasar a lineal

$$= 2 + \frac{10-1}{10} + \frac{3'16 - 1}{10 \cdot 0'19} \simeq 3'98 = 6\,dB$$



$$F_T = L + \frac{F' - 1}{(1/L)} = LF' = 3'98\,L$$

y como $F_T = 1 + \frac{Te_T}{T_0}$

$$Te_T = T_0 (F_T - 1)$$

Podemos sustituir en

$$\left(\frac{C}{N}\right)_0 = 10 = \frac{W_{si}}{k(T_e + T_s)B} = \frac{\left(\frac{sens^2}{Z_{in}}\right)}{k\,[T_0(LF'-1) + T_s]\,B} \qquad \frac{sens^2}{Z_{in}} = \frac{(100 \cdot 10^{-6})^2}{50}$$

$$10 = \frac{2 \cdot 10^{-10}}{1'38 \cdot 10^{-23} \cdot 10 \cdot 10^3\,[135 \cdot 10^6 + 293\,(3'98L - 1)]}$$

despejando L

$$L = 8511'38 \simeq 39'3\,dB \Rightarrow \begin{cases} F_{atenuador} = L \\ \& \\ T_{atenuador} = 9'9 \cdot 10^6\,K \end{cases}$$

NOTA: Teniendo una gran L ($F = L$) al principio y con ganancia < 1 [totalmente opuesto a lo deseable en cuando a ruido] se consigue una buena $(C/N)_0$ con un fuerte ruido a la entrada

La función del atenuador L es evitar la saturación.

Al ser T_s tan alto ($135 \cdot 10^6\,K$) nos podemos permitir un atenuador que tiene $T_e = 9'9 \cdot 10^6\,K$ (ordenes de magnitud por debajo).
El ruido externo predomina sobre el ruido interno
→ no nos hace falta diseño de mínimo ruido.

Para $f < 30\,MHz \Rightarrow$ RUIDO EXTERNO >> RUIDO INTERNO (HF)
Para $f > 300\,MHz \Rightarrow$ RUIDO EXTERNO << RUIDO INTERNO (UHF)

TEMA 3. Antenas

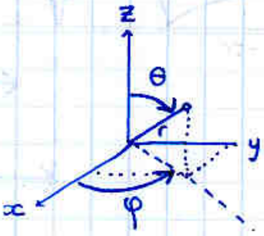
Introducción

2 definiciones:

- Todo aquello que radía y capta ondas electromagnéticas
  - ↳ Normalmente diseñadas como tal: pueden dirigir la radiación en ciertas direcciones del espacio.
- Transductor: señales guiadas ↔ ondas electromagnéticas

3.1 Parámetros de antenas

3.1.1 Parámetros de transmisión



(r, θ, φ)

El campo radiado por una antena disminuye con la distancia. Sin embargo esa disminución es independiente de la dirección (θ, φ) en que nos alejamos

$$\vec{E} = \underbrace{\frac{1}{4\pi r} e^{-jkr}}_{\text{disminución}} \cdot \underbrace{f(\theta,\varphi)}_{\text{valor de } \vec{E} \text{ según dirección}}$$

→ Podemos estudiar las direcciones de radiación olvidándonos de r.

- **A) Diagrama de Radiación**

$$\boxed{t(\theta,\varphi) = \frac{|E(\theta,\varphi)|^2}{|E_{max}|^2} \leq 1}$$

Se definen θ_{max} y φ_{max} como las coordenadas donde E es máximo: $t(\theta_{max}, \varphi_{max}) = 1$

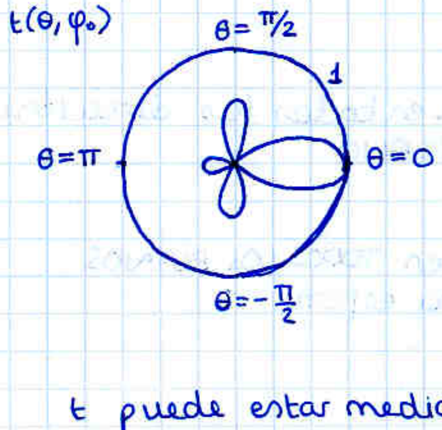
Planos de corte: Podemos convertir la gráfica 3D $t(\theta,\varphi)$ a varias 2D haciendo planos de corte.
Existen planos de corte estándar

Plano E: Contiene dirección máxima radiación $\hat{r}_{max}$ y dirección del campo eléctrico $\vec{E}$

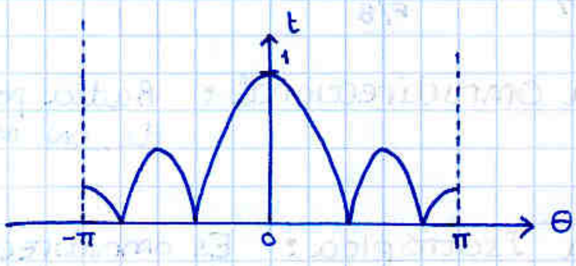
Plano H: Contiene dirección $\hat{r}_{max}$ y dirección $\vec{H}$

Representación:
ejemplo: fijamos $\varphi = \varphi_0$
y representamos $t(\theta, \varphi_0) = t(\theta)$

POLAR

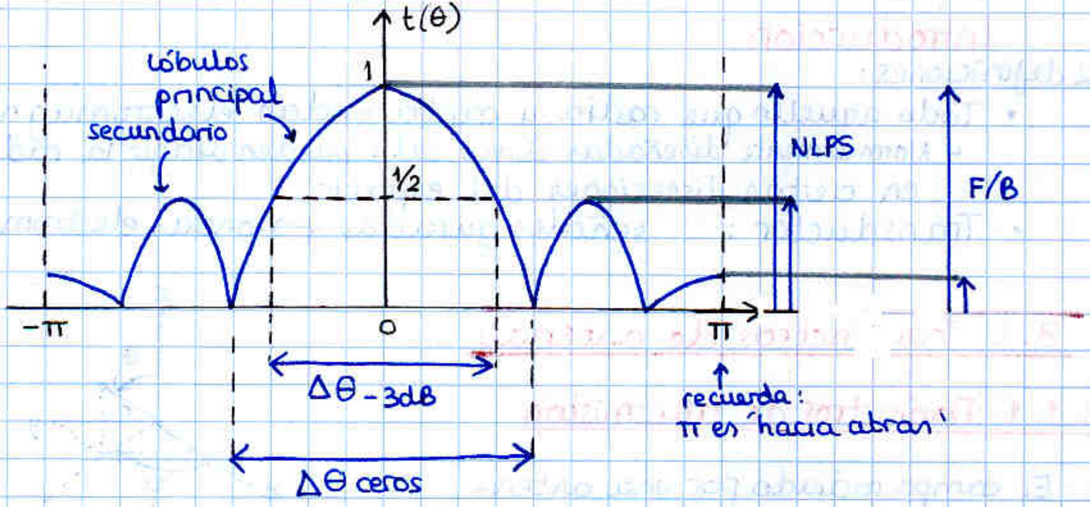


RECTANGULAR



t puede estar medido en lineal o en logarítmico $t(dB) = 10 \log t$
(se usa 10 ya que E^2 es magnitud de potencia)

• Parámetros de un diagrama de radiación



NLPS: Nivel de lóbulo principal a secundario
Relación/cociente del nivel del lob. principal al lob. secund.

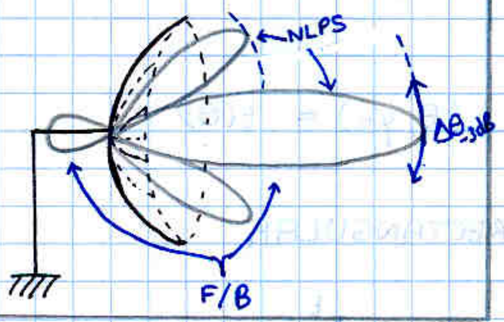
$$NLPS = \frac{t(\theta_{LP})}{t(\theta_{LS})}$$

F/B: Front Back
Relación/cociente del nivel de la direcc principal de radiación (= 1) y la parte opuesta a ella (parte de atrás = $\theta_{max} \pm \pi$)

$$F/B = \frac{1}{t(\theta_{max} + \pi)}$$

$\Delta\theta_{-3dB}$: Ancho de haz a −3dB

ejemplo:



Antena Omnidireccional: Radía por igual en todas las direcciones de UN MISMO PLANO

Antena Isotrópica: Es omnidireccional en TODOS LOS PLANOS
i.e. Diagrama de radiación es una esfera
i.e. $t(\theta, \varphi) = 1 \quad \forall\theta, \forall\varphi$

dBi = dB respecto a la isotrópica

B) Densidad de Potencia radiada

Vector de Poynting $\boxed{\vec{\mathcal{P}} = \mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{H}^* \right]}$ (W/m^2)

Potencia total radiada $W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot \vec{dS}$

Recuerda: en esféricas $\vec{dS} = r^2 \,\mathrm{sen}\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{r}$

toda la esfera' $S \begin{cases} \theta \in [0, \pi] \\ \varphi \in [0, 2\pi] \end{cases}$

Impedancia intrínseca del medio $\vec{E} \perp \vec{H} \Rightarrow \eta_0 = \dfrac{|E|}{|H|} = 120\pi \,\Omega$

$$|\vec{\mathcal{P}}| = \frac{|E|^2}{\eta_0} \Rightarrow \boxed{t(\theta,\varphi) = \frac{|E(\theta,\varphi)|^2}{|E_{max}|^2} = \frac{|\mathcal{P}(\theta,\varphi)|}{\mathcal{P}_{max}}}$$

ejercicios:

1) Antena isotrópica $\vec{\mathcal{P}} = \mathcal{P}_0 \cdot \hat{r}$ (W/m^2)

$\mathcal{P}_{isotrópica} = \dfrac{W_{rad}}{4\pi r^2}$

Calcular Wrad

$$W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot \vec{dS} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \mathcal{P}_0 \,\hat{r} \cdot \hat{r}\, r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = 4\pi r^2 \mathcal{P}_0 \ (W)$$

2) $\vec{\mathcal{P}} = A_0 \dfrac{\sin\theta}{r^2} \hat{r}$ (W/m^2)

$$W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot \vec{dS} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} A_0 \frac{\sin\theta}{r^2}\, \hat{r} \cdot \hat{r}\, r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = \pi^2 A_0 \ (W)$$

c) Intensidad de radiación

Concepto muy similar a densidad de potencia, pero en lugar de ser vatios por metro cuadrado, son vatios por unidad de ángulo sólido.

Recuerda: ángulo sólido $\Omega = \dfrac{S}{r^2}$

unidad: sr = estéreo radianes

Intensidad de radiación $\boxed{K = \mathcal{P} \cdot r^2}$ (W/sr)

Elimina en cierta forma la dependencia con la distancia

ej. Antena Isotrópica $K = \dfrac{W_{rad}}{4\pi}$ (W/sr)

D) Directividad

La función directividad indica, para cada dirección, cuanto vale la potencia normalizada respecto al caso de que la antena distribuyera por igual su potencia (isótropica)

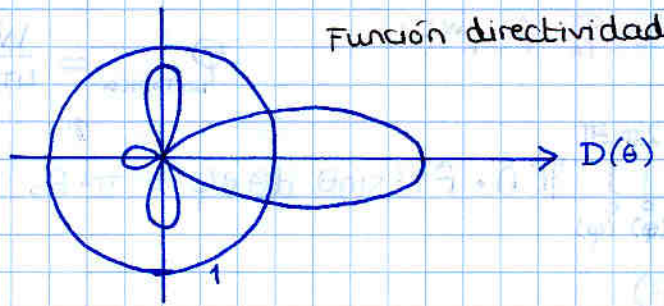
Función Directividad $$\boxed{D(\theta,\varphi) = \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{(W_{rad}/4\pi r^2)}} = \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{\mathcal{P}_{isotropica}}$$

NOTA ACLARATORIA: Supongamos dos antenas que radian la MISMA potencia. Una isotrópica y la otra no.
Para la isotrópica $t(\theta,\varphi) = 1$, valor máximo siempre.
Para la no isotrópica $t(\theta,\varphi) = 1$ sólo en su dirección de máxima radiación. Sin embargo, como t se calcula respecto a $|E_{max}|^2$, no se debe interpretar que la isotrópica radía en todas direcciones tanta potencia como la otra en la dirección de máxima potencia, ya que en la isotrópica una $t = 1$ representa menos potencia que $t = 1$ en la no isotrópica; por tanto al dividir

$$\frac{t_{no\ isotropica}(\theta,\varphi)}{t_{isotropica}(\theta,\varphi)} = \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{\mathcal{P}_{isotropica}} = \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{(W_{rad}/4\pi r^2)} = D(\theta,\varphi)$$

el resultado sería algo como:

Función directividad:



Directividad:
$D = D(\theta,\varphi)_{max}$

$$\boxed{D = \frac{\mathcal{P}_{max}}{(W_{rad}/4\pi r^2)} = \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{(W_{rad}/4\pi r^2)} \cdot \frac{\mathcal{P}_{max}}{\mathcal{P}(\theta,\varphi)} = \frac{D(\theta,\varphi)}{t(\theta,\varphi)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{D(\theta,\varphi) = D \cdot t(\theta,\varphi)}$$

ejercicio Calcular W_{rad} y D si $\vec{\mathcal{P}} = A_0 \frac{\sin^2\theta}{r^2}\hat{r}$

$$W_{rad} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} A_0 \frac{\sin^2\theta}{r^2}\hat{r} \cdot r^2 \sin\theta\, \hat{r}\, d\theta\, d\varphi = A_0 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta\, d\varphi = 2\pi A_0 \int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta$$

$$= 2\pi A_0 \int_0^{\pi} (1-\cos^2\theta)\sin\theta\, d\theta = 2\pi A_0 \left[-\cos\theta + \tfrac{1}{3}\cos^3\theta\right]_0^{\pi}$$

$$= 2\pi A_0 \left[(1-1/3) - (-1+1/3)\right] = \frac{8}{3}\pi A_0 \ (W)$$

$$D = \frac{\mathcal{P}_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2} = \frac{A_0/r^2}{W_{rad}/4\pi r^2} = \frac{A_0}{2/3 A_0} = \frac{3}{2}$$

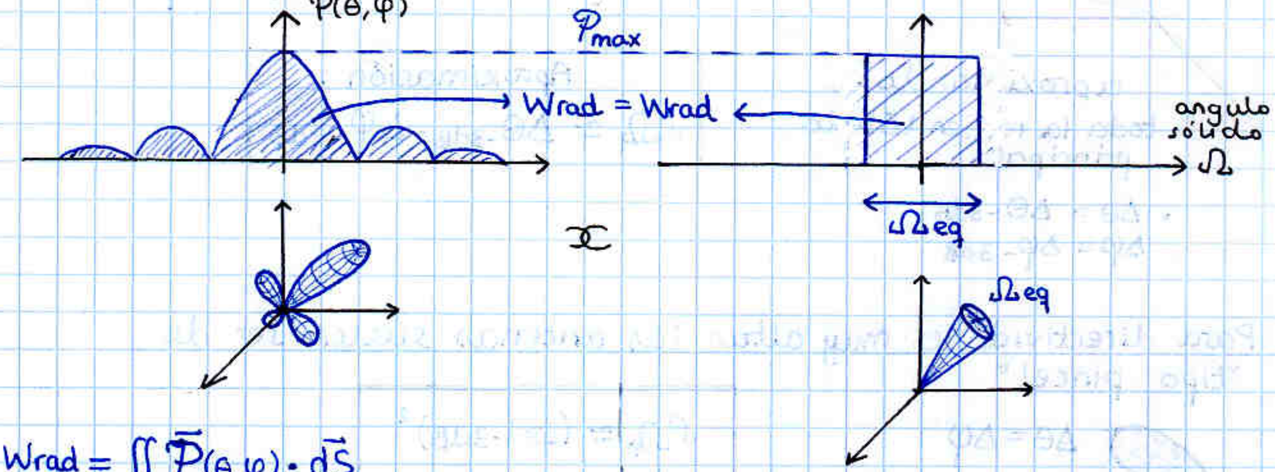
$$t(\theta,\varphi) = \frac{|\mathcal{P}(\theta,\varphi)|}{\mathcal{P}_{max}} = \frac{A_0 \sin^2\theta / r^2}{A_0/r^2} = \sin^2\theta$$

$$D(\theta,\varphi) = D \cdot t(\theta,\varphi)$$

$$D(\theta,\varphi) = \frac{3}{2} \cdot \sin^2\theta$$

• Ángulo sólido equivalente

Modelamos una antena como:



$$W_{rad} = \iint_S \vec{P}(\theta,\varphi)\cdot \vec{dS}$$

$$= \iint_S P(\theta,\varphi)\cdot \overbrace{\sin\theta \cdot r^2 \cdot d\varphi \cdot d\theta}$$

$$W_{rad} = \iint_S \vec{P}(\theta,\varphi)\cdot \vec{dS} \qquad d\Omega = \frac{ds}{r^2}$$

$$= \iint_{\Omega_{eq}} P \cdot r^2 \cdot d\Omega = P_{max}\cdot r^2 \cdot \Omega_{eq}$$

$$D = \frac{P_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2} = \frac{4\pi r^2}{W_{rad}/P_{max}}$$

$$= \frac{4\pi \, r^2}{\iint_S \underbrace{\frac{P(\theta,\varphi)}{P_{max}}}_{t(\theta,\varphi)} \cdot \sin\theta \cdot d\varphi \cdot d\theta \cdot r^2}$$

¿se puede cancelar?

$$= \frac{4\pi}{\iint_S t(\theta,\varphi)\cdot \sin\theta \cdot d\varphi \cdot d\theta}$$

$$D = \frac{P_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2} = \frac{P_{max}\cdot 4\pi r^2}{P_{max}\cdot r^2 \cdot \Omega_{eq}}$$

$$\boxed{D = \frac{4\pi}{\Omega_{eq}}}$$

Fórmula General. Válida siempre

NOTA: Ω_{eq} en rad

Identificando términos es fácil obtener Ω_{eq}

$$\boxed{\Omega_{eq} = \iint_S t(\theta,\varphi)\cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi}$$

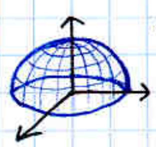
ejemplos simples:

- antena isotrópica:

$\Omega_{eq} = 4\pi$

$D = \frac{4\pi}{4\pi} = 1$

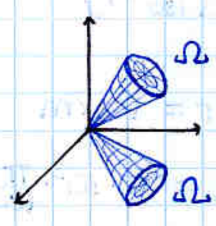
- antena q radía en semiespacio



$\Omega_{eq} = 2\pi$

$D = \frac{4\pi}{2\pi} = 2$

- antena de dos haces

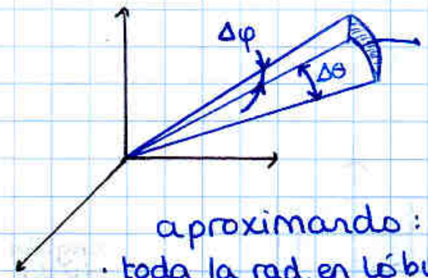


$\Omega_{eq} = 2\Omega$

$D = \frac{4\pi}{2\Omega} = \frac{2\pi}{\Omega}$

• Aproximación Piramidal (sólo antenas muy directivas $D \gg 1$)

tip: $D \geq 20\ dB$



$$\Omega = \frac{S}{r^2} \simeq \frac{r \cdot \Delta\theta \cdot r \cdot \Delta\varphi}{r^2} = \Delta\theta_{-3dB} \cdot \Delta\varphi_{-3dB}$$

aproximando:
- toda la rad. en lóbulo principal
- $\Delta\theta = \Delta\theta_{-3dB}$
  $\Delta\varphi = \Delta\varphi_{-3dB}$

Aproximación:

$$\boxed{\Omega_{eq} \simeq \Delta\theta_{-3dB} \cdot \Delta\varphi_{-3dB}}$$

Para directividades muy altas las antenas suelen ser de "tipo pincel"

$\Delta\theta = \Delta\varphi$

si no nos lo dicen, lo suponemos.

$$\Omega_{eq} \simeq (\Delta\theta_{-3dB})^2$$

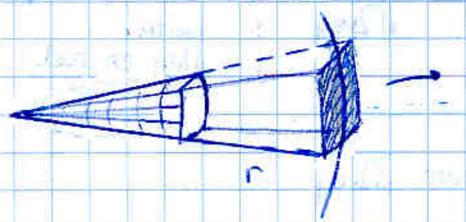
$$D \simeq \frac{4\pi}{(\Delta\theta_{-3dB})^2}$$

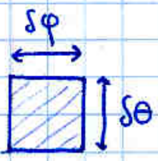
• Resolución espacial

Se usa mucho en radar

se define resolución espacial a una distancia r:

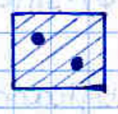
Proyectamos el diagrama de radiación a distancia r





$\delta\theta = r \cdot \Delta\theta$
$\delta\varphi = r \cdot \Delta\varphi$

En radar:
si 2 objetos están dentro del cuadro el radar los detecta como uno solo.



ejemplo:

pincel $\Delta\theta_{-3dB} = 1°$ (1 grado)

- Calcular D

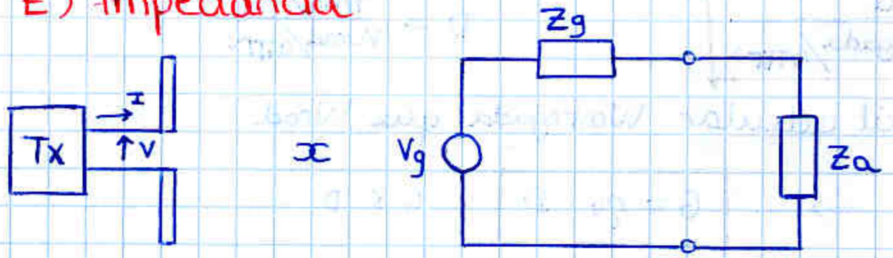
$$D = \frac{4\pi}{(\Delta\theta_{-3dB})^2} = \frac{4\pi}{\left(\frac{\pi}{180} \cdot 1\right)^2} = 46\ dB$$

- Calcular $\delta\theta$, $\delta\varphi$ a $r = 10\ km$

$$\delta\theta = r \cdot \Delta\theta_{-3dB} = 10 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi}{180} \simeq 175\ m$$

$$\delta\varphi = \delta\theta$$

E) Impedancia



Modelo circuital de la antena en Tx

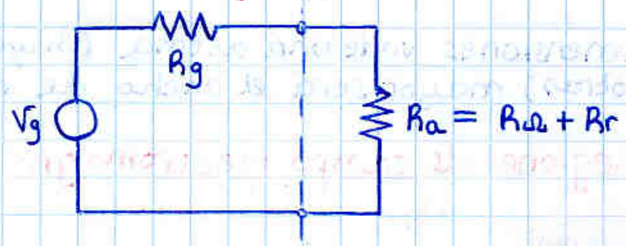
Máxima Transferencia de Potencia $\longleftrightarrow$ Adaptación de Impedancias $Z_a = Z_g^*$ $\longleftrightarrow$ $\boxed{\begin{matrix} R_a = R_g \\ X_a = 0 \end{matrix}}$

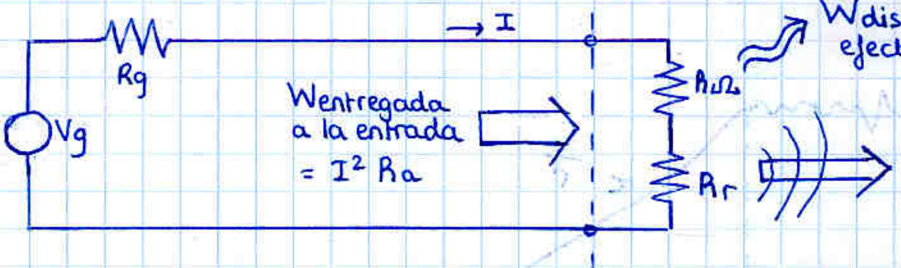
$Z_g = \begin{matrix} 50\,\Omega\,(RF) \\ 75\,\Omega\,(TV) \end{matrix}$

Como $X_a = X_a(\omega)$, $X_a = 0$ para una determinada frecuencia:

Concepto: Antena resonante a una determinada frecuencia f_0, en la cual	$X_a(\omega_0) = 0$ ⇒ si $R_a = R_g$ ⇒ adaptación ⇒ máxima transf. potencia

Resistencias de radiación y de pérdidas óhmicas





$W_{\text{disipada por efecto Joule}} = I^2 R_\Omega$

$W_{\text{radiada}} = I^2 R_r$

recuerda
$W_{rad} = \iint \overline{P} \cdot d\overline{S}$
se puede igualar para despejar algo

$$W_{\text{entregada}} = W_{\text{disipada Joule}} + W_{\text{radiada}}$$

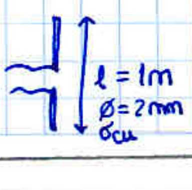
se modela suponiendo R_Ω como una resistencia donde se representa la potencia disipada y R_r 'resistencia' que representa la potencia que se radia.

Radiacion eficiente: $R_r >> R_\Omega$

Eficiencia: $\eta_t = \dfrac{W_{rad}}{W_{entregada}} = \dfrac{R_r}{R_r + R_\Omega}$

En general; eficiencia (η_t) es alta si la longitud física de la antena es comparable a la longitud de onda.

ejemplo



$f = 100\,kHz$ $\lambda = 3\,km$ ⇒ $\eta_t = 1'6\,\%$

$f = 3\,MHz$ $\lambda = 100\,m$ ⇒ $\eta_t = 93\,\%$

$f = 30\,MHz$ $\lambda = 10\,m$ ⇒ $\eta_t = 99'9\,\%$

G) Ganancia

$$\boxed{G = \frac{P_{max}}{W_{entregada}/4\pi r^2}}$$

Similar a la expresión vista

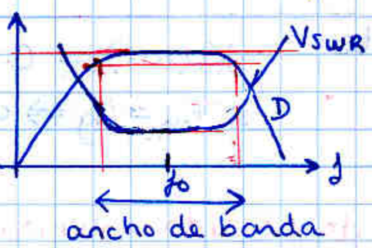
$$D = \frac{P_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2}$$

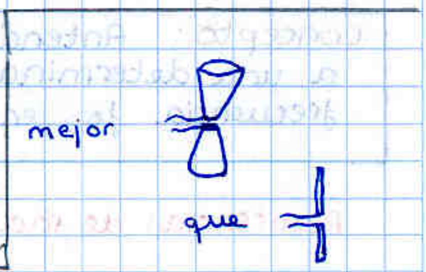
Es más facil calcular Wentregada que Wrad

$$\eta_t = \frac{W_{rad}}{W_{entreg}} \longrightarrow \boxed{G = \eta_t \cdot D} \qquad G \leq D$$

H) Ancho de banda de una antena

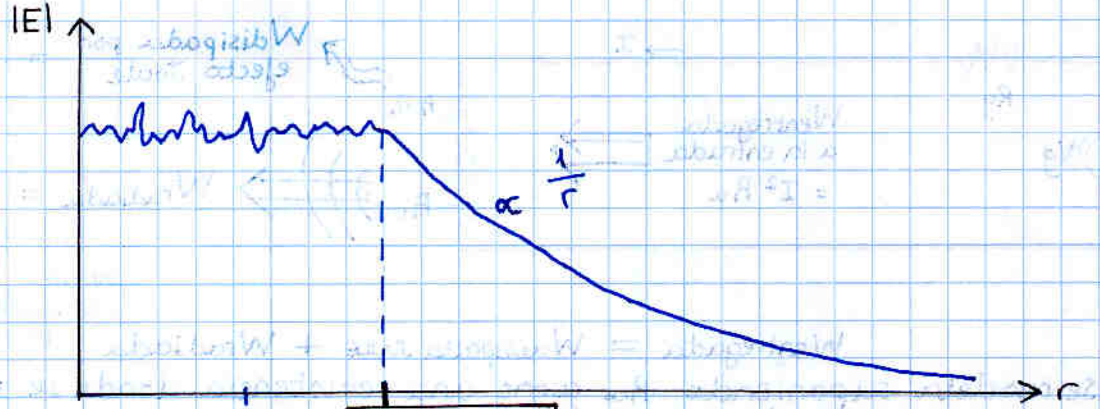
Los parámetros (ej. D, G, ROE (V_{SWR} = Voltage standing Wave Ratio)) están relacionados con que exista o no adaptación de impedancia, por lo cual serán válidos sólo a la frecuencia de resonancia f_0 (y cercanas)





En cuantas más dimensiones varíe una antena (hayan menos direcciones predominantes sobre otras) mayor será el ancho de banda

Concepto: Regiones de campo electromagnético



$r_1 = 0'63 \cdot \sqrt{\frac{L^3}{\lambda}}$

$\boxed{r_2 = 2\frac{L^2}{\lambda}}$ r_2: distancia mínima de un enlace de radiocomunicaciones

Campos Próximos (Rayleigh)

campos próximos radiados (Fresnel)

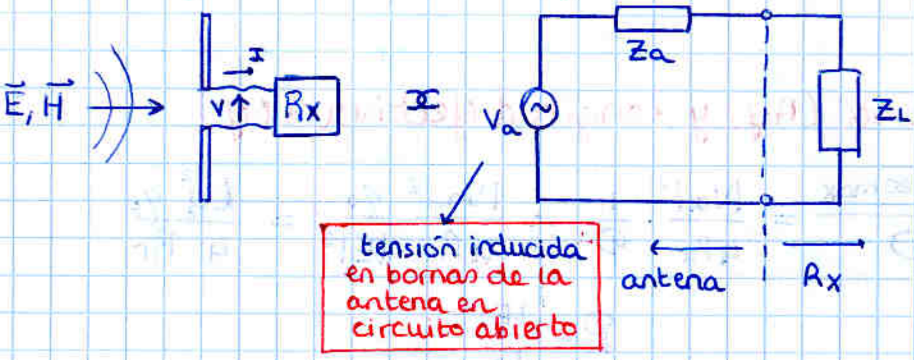
Campos Lejanos (Fraunhofer)
- onda localmente plana
- Zona donde se forma el diagrama de radiación

En general, L es la máxima dimensión de la antena

3.1.2 Parámetros en recepción

Teorema de reciprocidad: Una antena tiene los mismos parámetros ya sea colocada en transmisión como en recepción
ej. mismo diagrama radiación, misma resistencia de radiación, ...

A) Impedancia (en recepción)



- Adaptación impedancias
  $R_a = R_L$
  $X_a = 0$

$$W_{\substack{\text{recibida} \\ \text{receptor} \\ \text{máxima}}} = \left(\frac{|V_a|}{2R_a}\right)^2 R_a = \frac{|V_a|^2}{4R_a}$$

- Sin adaptar
  $Z_a \neq Z_L$

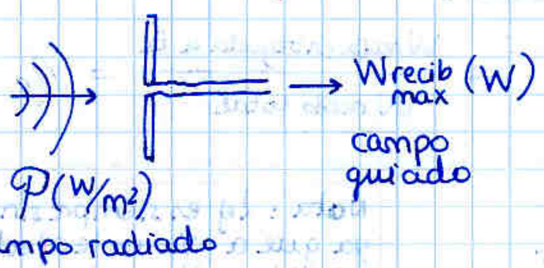
$$W_{\substack{\text{recibida} \\ \text{receptor} \\ \text{sin adaptar}}} = \frac{|V_a|^2}{|Z_a+Z_L|^2} \operatorname{Re}(Z_L) = \frac{|V_a|^2 \cdot R_L}{(R_a+R_L)^2+(X_a+X_L)^2}$$

$$= \underbrace{\frac{|V_a|^2}{4R_a}}_{} \cdot \underbrace{\frac{4R_aR_L}{(R_a+R_L)^2+(X_a+X_L)^2}}_{}$$

$$\boxed{W_{rec} = W_{recmax} \cdot C_a}$$

C_a: coeficiente de desadaptación de impedancias
$0 < C_a < 1$

B) Area efectiva



$$\boxed{A_{ef_{\substack{max \\ (adapt)}}} = \frac{W_{recib\ max\ (adapt)}}{\mathcal{P}}} \quad [m^2]$$

Caso general sin adaptación

$$A_{ef} = A_{ef\,max} \cdot C_a$$

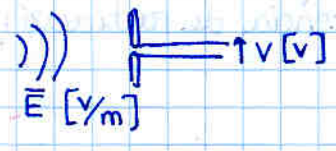
c) Longitud efectiva

Tiene sentido para una antena unidimensional

$$\boxed{l_{ef} = \frac{V_a}{E}}$$

$V_a \rightarrow$ tensión inducida en bornas de la antena en circuito abierto

$E \rightarrow$ campo eléctrico incidente



Relación área efectiva (A_{ef}) y longitud efectiva (l_{ef})

$$A_{ef\,\substack{max\,(adapt)\\ sin\,perdidas}} = \frac{W_{rec\,max}}{\mathcal{P}} = \frac{|V_a|^2}{4R_r}\cdot\frac{1}{\mathcal{P}} = \frac{|V_a|^2}{4R_r}\frac{\eta_0}{|E|^2} = \frac{l_{ef}^2\,\eta_0}{4\,R_r}$$

$$\mathcal{P} = \frac{|E|^2}{\eta_0}$$

$$\boxed{A_{ef\,\substack{max\\ con\,perdidas}} = \left.\frac{l_{ef}^2\,\eta_0}{4\,R_a}\right|_{R_a = R_r + R_\Omega}}$$

$$= \frac{l_{ef}^2\cdot\eta_0}{4\,R_r}\cdot\eta_r \quad \left(\text{ya que } \frac{\eta_r}{R_r} = \frac{1}{R_r + R_\Omega}\right)$$

Cuidado:
No confundir
→ Adaptación: $R_a = R$
→ Sin perdidas: $R_a = R_r + R_\Omega = R_r$ ($R_\Omega = 0$)

cuando hablamos de adaptación ponemos subíndice max.

Eficiencia:

Transmisión — Recepción

? no logro deducir la expr de η_r

bornes de antena — concuerda con teorema de reciprocidad — bornes de antena

$$\eta_t = \frac{W_{rad}}{W_{entreg}} = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega} = \frac{W_{recib.\,entregada\,a\,tx}}{W_{recib\,total}} = \eta_r$$

$$A_{ef\,con\,perdidas} = A_{ef\,sin\,perdidas}\cdot\eta_r$$

caso más general:

$$\boxed{A_{ef\,\substack{no\,adapt\\ con\,perdidas}} = A_{ef\,\substack{max\\ sin\,perd}}\cdot\eta_r\cdot C_a}$$

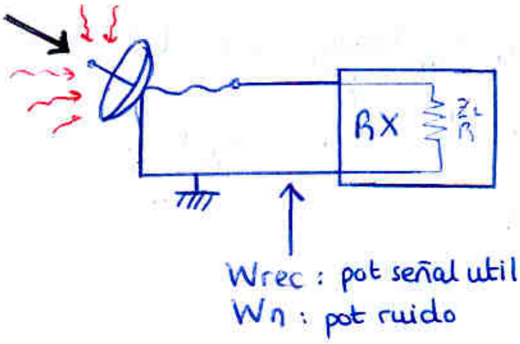
Nota: l_{ef} es siempre sin pérdidas ya que a V_a no le afectan las pérdidas (tensión circ. abierto)
Las pérdidas se consideran después al hacer:

$$W_{rec} = \frac{|V_a|^2}{4R_a} = \frac{|V_a|^2}{4R_r}\cdot\eta_r$$

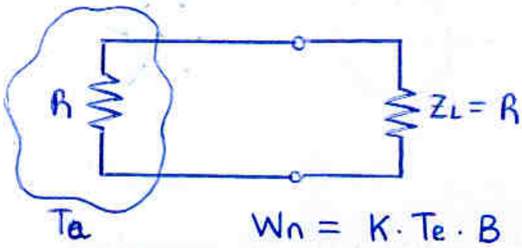
Por tanto, l_{ef} siempre sin pérdidas

$$l_{ef} = \sqrt{\frac{4R_r A_{ef}}{\eta_0}} \rightarrow \frac{\lambda^2 D}{4\pi} = \sqrt{\frac{4\,R_a\,A_{ef\,sin\,perd}}{\eta_0}} \rightarrow \frac{\lambda^2 G}{4\pi}$$

D) Temperatura equivalente de ruido de una antena (T_a)



Modelo de ruido térmico:



$$W_n = K \cdot T_e \cdot B$$

Obtención experimental:

W_n: pot de ruido que medimos en bornes de la antena (adaptada)

K: cte. de Boltzmann

B: ancho de banda en que medimos

$$\boxed{T_a = \frac{W_n}{K \cdot B}}$$

Obtención teórica:

Las radiaciones no deseadas (ruido) provienen de distintas direcciones con distintas amplitudes $\Rightarrow$ Función Temperatura de ruido $T(\theta, \varphi)$

La antena ponderará las radiaciones que le llegan según la dirección $\Rightarrow$ Función Directividad $D(\theta, \varphi)$

$$T_a = \frac{\iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega}{\iint_{4\pi} D(\theta,\varphi)\, d\Omega}$$

NOTA: SIEMPRE se cumple

$$\iint_{4\pi} D(\theta,\varphi)\, d\Omega = \iint_{4\pi} \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{W_{rad}/4\pi r^2}\, d\Omega$$

$$= \frac{4\pi}{W_{rad}} \underbrace{\iint_{4\pi} \mathcal{P}(\theta,\varphi) \underbrace{r^2 d\Omega}_{dS}}_{W_{rad}} = 4\pi$$

$$\boxed{\iint_{4\pi} D(\theta,\varphi)\, d\Omega = 4\pi}$$

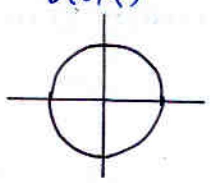
$$\boxed{T_a = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega}$$

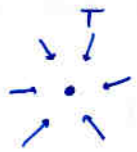
En muchos casos el resultado se puede obtener a ojo

Veamos ejemplos:

ejemplo: antena isotrópica con ruido igual en todas direcciones

D(θ, φ)





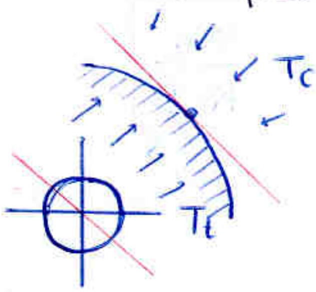
$$T_a = \frac{1}{4\pi}\iint_{4\pi} \underbrace{T(\theta,\varphi)}_{T} \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega$$

$$= T \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \underbrace{\iint_{4\pi} D(\theta,\varphi)\, d\Omega}_{4\pi}$$

$$T_a = T$$

ejemplo: antena en superficie de la tierra.
El cielo radia temp. de ruido T_c
La tierra radia temp de ruido T_t

· Antena isotrópica

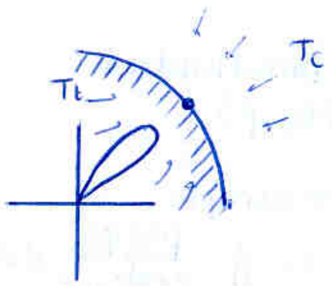


$$T_a = \frac{1}{4\pi}\iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left[2\pi \cdot T_c + 2\pi \cdot T_t \right]$$

$$T_a = \frac{T_c + T_t}{2}$$

· Antena directiva hacia el cielo

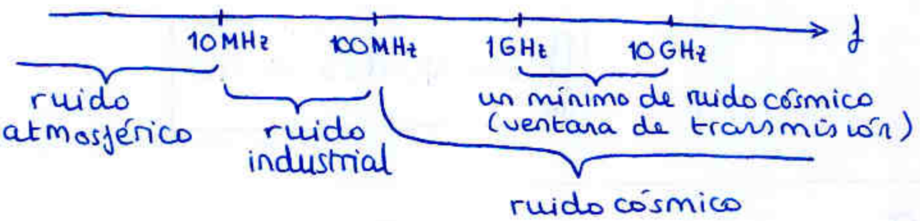


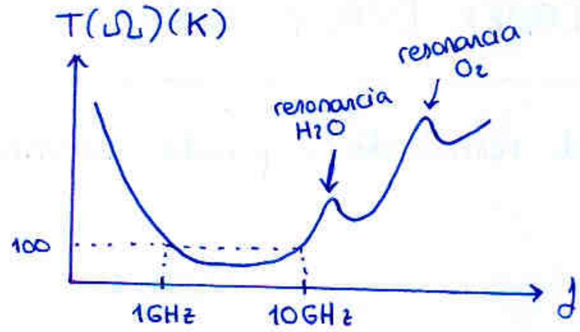
$$T_a = \frac{1}{4\pi}\iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega$$

$T(\theta,\varphi) = T_c$ en los puntos donde $D(\theta,\varphi) \neq 0$ por tanto lo podemos sacar

$$T_a = T_c$$

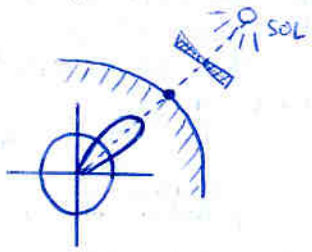
Naturaleza del ruido externo vs. frecuencia

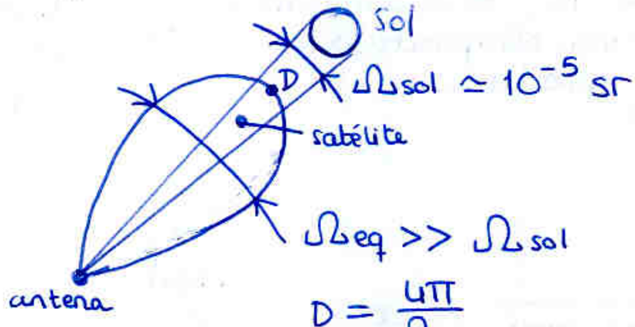




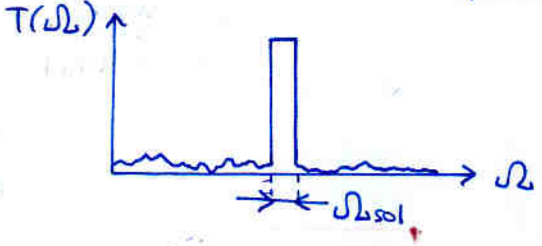
Cálculo Ta en comunicaciones satélite con sol.

Caso pésimo: Satélite y sol alineados





$$D = \frac{4\pi}{\Omega_{eq}}$$



$$T_a = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega \simeq \frac{1}{4\pi} T_{sol} \iint_{\Omega_{sol}} \underbrace{D(\theta,\varphi)\, d\Omega}$$

despreciamos todo el demas ruido frente al sol.

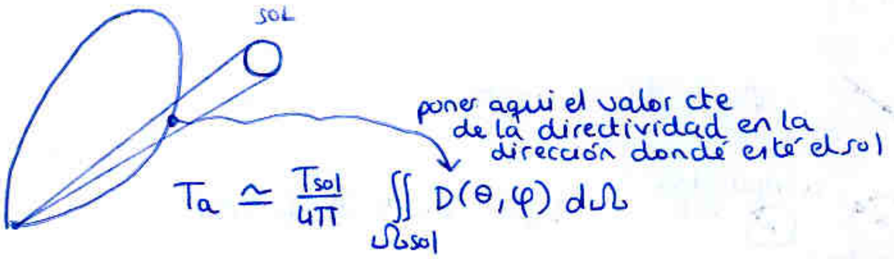
en Ω_{sol}, $D(\theta,\varphi)$ se puede considerar constante e igual a su valor máximo, D (directividad)

$$\simeq \frac{T_{sol}}{4\pi} \cdot D \cdot \Omega_{sol}$$

$$= \frac{T_{sol}}{4\pi} \cdot \frac{4\pi}{\Omega_{eq}} \cdot \Omega_{sol}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{T_a = T_{sol} \cdot \frac{\Omega_{sol}}{\Omega_{eq}}}$$

Sol y satélite no alineados:



$$T_a \simeq \frac{T_{sol}}{4\pi} \iint_{\Omega_{sol}} D(\theta,\varphi)\, d\Omega$$

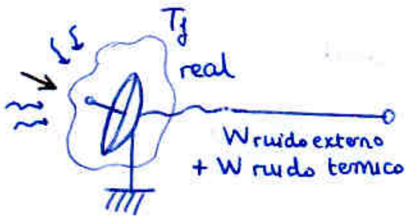
Ruido en bornas de una antena real (considerando R_{Ω})

La antena además de recibir temp. ruido T_a, es un componente pasivo a una temperatura física T_f: produce ruido térmico

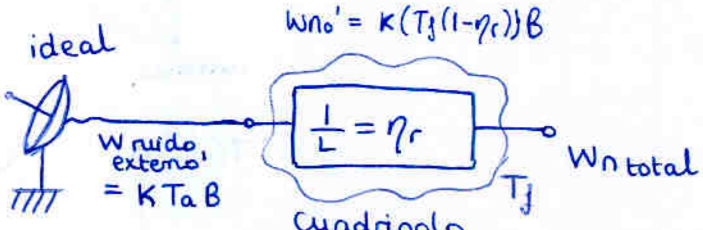
$\equiv$

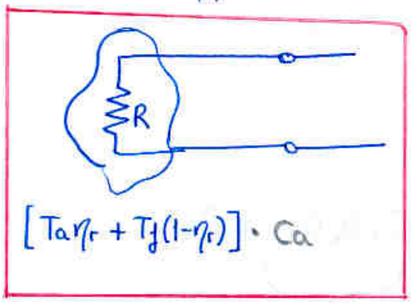
se comporta como un dispositivo pasivo con pérdidas de 'ganancia' en potencia $\frac{1}{L} = \eta_r = \frac{R_r}{R_r + R_{\Omega}}$

eficiencia de pérdidas óhmicas



$\equiv$





$$\boxed{W_{n\,TOTAL} = \underbrace{K \cdot T_a \cdot B \cdot \eta_r}_{\substack{\text{ruido externo} \\ (\text{"generado" por } R_r)}} + \underbrace{K \cdot T_f \cdot B \cdot (1 - \eta_r)}_{\substack{\text{ruido térmico} \\ (\text{"generado" por } R_{\Omega})}}}$$

"ganancia" $\frac{R_r}{R_r + R_{\Omega}}$

$\frac{R_{\Omega}}{R_r + R_{\Omega}}$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\substack{OUT \\ ANTENA}} = \frac{W_{rec}}{W_{n\,tot}} = \frac{[A_{ef} \cdot \mathcal{P}] \cdot C_a}{[K T_a B \eta_r + K T_f B (1 - \eta_r)] \cdot C_a}$$

Revisión: Polarización

$$\vec{E} = (a\hat{x} + b\hat{y})\, e^{j(\omega t - kz)} \qquad a, b \in \mathbb{C}$$

Polarización: La figura que traza el campo eléctrico a lo largo del tiempo en un punto fijo del espacio.

$$E_x = \mathrm{Re}(\vec{E}, \hat{x}) = |a| \cos(\omega t - kz + \phi_a)$$
$$E_y = \mathrm{Re}(\vec{E}, \hat{y}) = |b| \cos(\omega t - kz + \phi_b)$$

Lineal:  $\phi_a = \phi_b \pm n\pi$

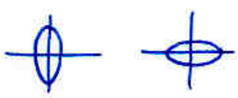
Circular: 

$\phi_a = \phi_b \pm \frac{\pi}{2} + 2n\pi$

$|a| = |b|$

Elíptica:

- centrada en los ejes



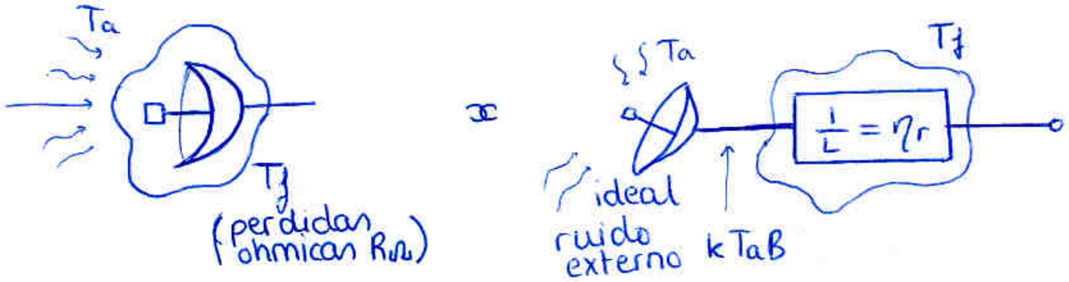
$\phi_a = \phi_b \pm \frac{\pi}{2} + 2n\pi$

$|a| \neq |b|$

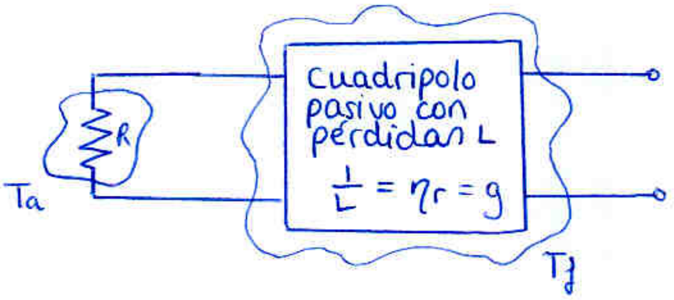
- no centrada

$\phi_a \neq \phi_b \pm \frac{\pi}{2} + 2n\pi$

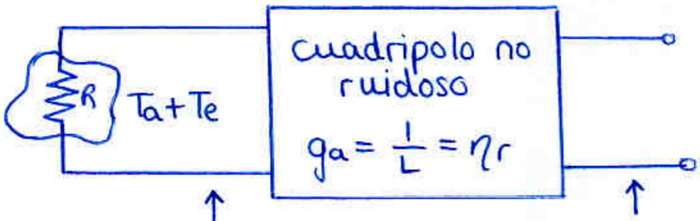
Ruido en bornas de una antena real
Demostración



≈



≈ modelo de temp. equivalente



$k \cdot (T_a + T_e)B$ $\qquad$ $k(T_a+T_e)B \cdot g_a$

siendo: $\boxed{T_e = T_f(L-1)} = T_f\left(\frac{1}{\eta_r} - 1\right)$

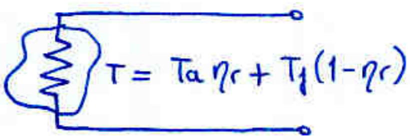
Por tanto

$$W_{no_{tot}} = k \cdot (T_a + T_e) \cdot B \cdot g_a$$

$$= k \cdot \left(T_a + T_f\left(\frac{1}{\eta_r} - 1\right)\right) \cdot B \cdot \eta_r$$

$$W_{no_{tot}} = k \cdot \left(T_a \eta_r + T_f(1-\eta_r)\right) \cdot B \Rightarrow$$

≈



$$\boxed{W_{no\,tot} = \underbrace{k\, T_a \underset{\downarrow}{\eta_r} B}_{\substack{\frac{R_r}{R_r + R_\Omega} \\ \text{ruido externo}}} + \underbrace{k\, T_f \underset{\downarrow}{(1-\eta_r)} B}_{\substack{\frac{R_\Omega}{R_r + R_\Omega} \\ \text{ruido térmico}}}}$$

E) Coeficiente desacoplo de polarización (C_p)

En la antena receptora, sólo generará una tensión inducida la parte de $\bar{E}$ campo eléctrico que esté polarizado en la dirección para la cual la antena está preparada ($\hat{r}$)

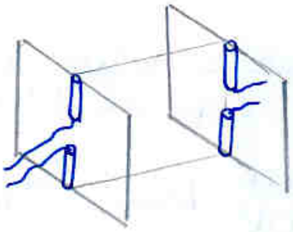
$$\boxed{C_p = \frac{W_{\text{campo polariz. adecuada}}}{W_{\text{campo total}}} = |\hat{t}\cdot\hat{r}|^2}$$

$\hat{t}$: dirección $\bar{E}$ tx

$\hat{r}$: dirección optima de $\bar{E}$ para la antena receptora

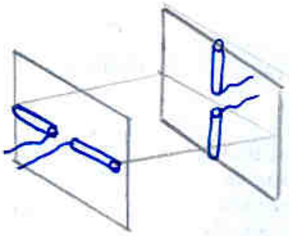
$$0 \leq C_p \leq 1$$

ej



$C_p = 1$

ej:



$C_p = 0$

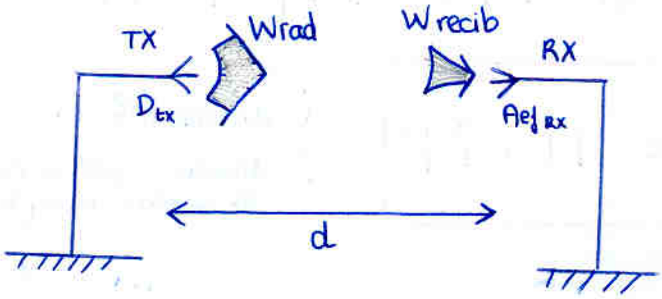
Si quisieramos aplicarlo a tensión/campo en lugar de a potencia →

$$E_{efectivo} = E \cdot \sqrt{C_p}$$

$$V_a = l_{ef} \cdot E \cdot \sqrt{C_p}$$

3.2 Ecuación de transmisión

Objetivo: Hallar el balance de potencias $\left(\frac{W_{rec}}{W_{rad}}\right)$ en un sistema de telecomunicación.



caso mas facil:

- antenas alineadas
- ondas planas
- $E\ (\propto \frac{1}{d})$

La potencia radiada va a definir una $\vec{P}$ en el entorno de la antena receptora que no depende de ésta.

$$W_{rad} \cdot D_{TX} = PIRE = |\vec{P}_{max}| 4\pi r^2$$

$$\mathcal{P}_{\substack{\text{en la dirección}\\\text{de maxima}\\\text{radiación a}\\\text{distancia } d}} = \frac{W_{rad}}{4\pi d^2} \cdot D_{TX} \quad (W/m^2)$$

Densidad de potencia en el receptor.

La potencia que recibirá la antena receptora será

$$W_{rec} = A_{ef\,RX} \cdot \mathcal{P}_{\substack{\text{en la direccion}\\\text{de maxima}\\\text{radiacion a}\\\text{distancia } d}} = \frac{W_{rad}}{4\pi d^2} D_{TX}\, A_{ef\,RX}$$

Ecuación de Transmisión (Friis)

$$\boxed{\frac{W_{rec}}{W_{rad}} = \frac{D_{TX} \cdot A_{ef\,RX}}{4\pi d^2}}$$

Hemos supuesto:
- → adaptación $C_a = 1$
- → polarización $C_p = 1$
- → eficiencia $\eta_t = \eta_r = 1$

En caso más general

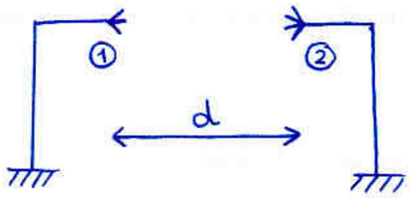
$$\frac{W_{rec}}{W_{rad}} = \frac{D_{TX} \cdot A_{ef\,RX}}{4\pi d^2} \cdot C_a \cdot C_p \cdot \eta_t \cdot \eta_r$$

Y todo ello suponiendo que estamos en:

Espacio Libre:
- no estamos considerando para nada la influencia del medio

  C_m: coeficiente del medio de propagación
- $C_m = 1$

Relación Directividad y Area Efectiva de una antena



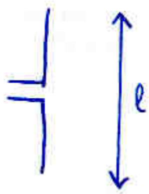
1 TX, 2 RX $\Rightarrow$ $$\frac{W_{rec_2}}{W_{rad_1}} = \frac{D_1 \cdot A_{ef_2}}{4\pi d^2}$$

1 RX, 2 TX $\Rightarrow$ $$\frac{W_{rec_1}}{W_{rad_2}} = \frac{D_2 \cdot A_{ef_1}}{4\pi d^2}$$

Si $W_{rad_1} = W_{rad_2}$

entonces $\longrightarrow$ $$\frac{D}{A_{ef}} = cte$$

El valor de la cte. podemos obtenerlo de un ejemplo particular



$$l \ll \lambda \Rightarrow \begin{cases} t(\theta,\varphi) = \sin^2\theta \\ R_r = 80\pi^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Omega_{eq} = \iint_S t(\theta,\varphi)\, dS = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin^2\theta \cdot \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = \frac{8\pi}{3}$$

$$\left.\begin{aligned} D &= \frac{4\pi}{\Omega_{eq}} = \frac{3}{2} \\ A_{ef} &= \frac{l_{ef}^2 \cdot \eta_0}{4 R_r} = \frac{l^2 \cdot 120\pi}{4 \cdot 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \end{aligned}\right\} \boxed{\frac{D}{A_{ef_{\text{sin perd}}}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}} = \frac{G}{A_{ef_{\text{con perd}}}}$$

Balance potencias espacio libre

$$\frac{W_{rec}}{W_{rad}} = \frac{D_T \cdot A_{ef_R}}{4\pi d^2} = \frac{A_{ef_T} \cdot A_{ef_R}}{\lambda^2 d^2} = \frac{D_T \cdot D_R}{\left(4\pi d/\lambda\right)^2}$$

3.3 Ecuación Radar

Identificación / detección de objetos ("blancos") (posición, velocidad, forma, ...)

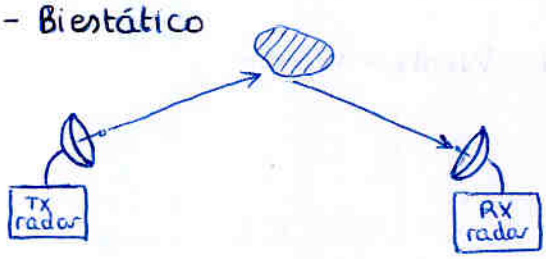
Clasificaciones:

- Primario

- Secundario

- Monoestático
  Tx y Rx en misma dirección

- Biestático



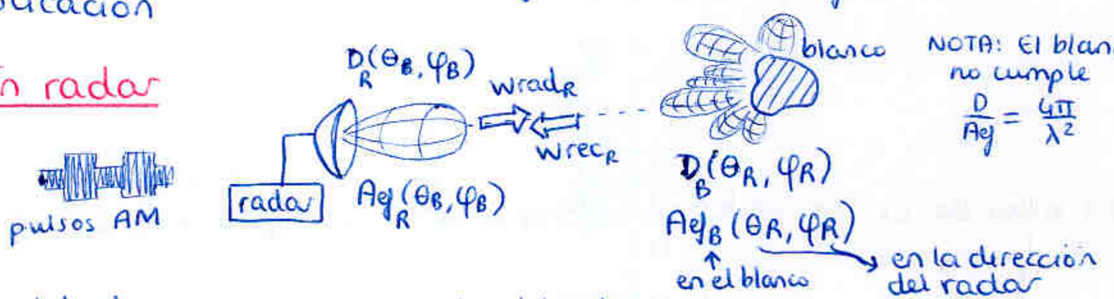
Conceptos: target y clutter

target ↓ blanco

clutter ↓ cualquier cuerpo que refleje señal y no sea el target

un mismo cuerpo puede ser target o clutter según la aplicación

Ecuación radar



NOTA: El blanco no cumple $\frac{D}{Aef} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$

1) $\mathcal{P}_B = \frac{W_{rad_R}}{4\pi d^2} D_R(\theta_B, \varphi_B)$ — los pulsos del radar generan una $\mathcal{P}_B$ alrededor del blanco

($\mathcal{P}_B$: dens. pot que incide en el blanco)

2) $W_{rec_B} = \mathcal{P}_B \cdot Aef_B(\theta_R, \varphi_R)$ — de la $\mathcal{P}_B$ alrededor del blanco, una parte será potencia recibida por el blanco; una parte de la cual se refleja y llega al radar como $\mathcal{P}_R$

3) $\mathcal{P}_R = \frac{W_{rec_B}}{4\pi d^2} D_B(\theta_R, \varphi_R)$ — de la cual una parte la recibirá el radar

4) $W_{rec_R} = \mathcal{P}_R \cdot Aef_R(\theta_B, \varphi_B)$

Sustituyendo sucesivamente y despejando

$$\boxed{\frac{W_{rec_R}}{W_{rad_R}} = \frac{D_R(\theta_B, \varphi_B) \cdot Aef_B(\theta_R, \varphi_R) \cdot D_B(\theta_R, \varphi_R) \cdot Aef_R(\theta_B, \varphi_B)}{(4\pi d^2)^2}}$$

Es como dos ecuaciones de transmisión multiplicándose entre sí (va y vuelve)

Ecuación Radar

$$\boxed{\frac{W_{REC}}{W_{RAD}} = \frac{D_R(\theta_B,\varphi_B)\cdot A_{ef_B}(\theta_R,\varphi_R)\cdot D_B(\theta_R,\varphi_R)\cdot A_{ef_R}(\theta_B,\varphi_B)}{(4\pi d^2)^2}} = \frac{D_R A_{ef_B} D_B A_{ef_R}}{(4\pi d^2)^2}$$

Se define: Sección Recta Radar ("Radar Cross Section")

$$\boxed{RCS(\theta,\varphi) = D_B(\theta,\varphi)\cdot A_{ef_B}(\theta,\varphi)}$$

depende de
- frecuencia
- polarización

combinándolo con $\frac{D_R}{A_{ef_R}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \rightsquigarrow A_{ef_R} = \frac{D_R\cdot\lambda^2}{4\pi}$

$$\boxed{\frac{W_{REC}}{W_{RAD}} = \frac{\lambda^2 D_R^2(\theta_B,\varphi_B)\cdot RCS(\theta_R,\varphi_R)}{(4\pi)^3\cdot d^4}} \xrightarrow[\text{(umbral)}]{W_{rec\,min}} d_{max}$$

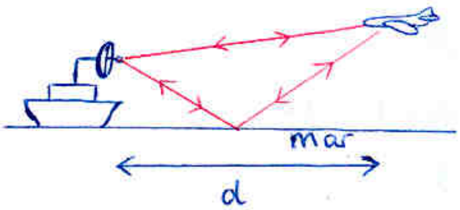
Alcance Radar

Efecto de la reflexión en la superficie terrestre

espacio libre $\Rightarrow \left.\frac{W_{REC}}{W_{RAD}}\right|_{RADIO} \propto \frac{1}{d^2}$

$\Rightarrow \left.\frac{W_{REC}}{W_{RAD}}\right|_{RADAR} \propto \frac{1}{d^4}$ ya que la señal tiene que ir y volver.

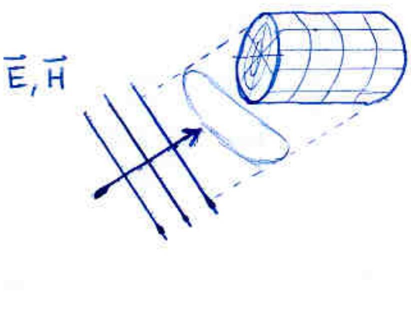
Vuelo a baja altura



$h \ll d \Rightarrow \left.\frac{W_{REC}}{W_{RAD}}\right|_{\substack{RADAR\\BAJA\\ALTURA}} \propto \frac{1}{d^8}$

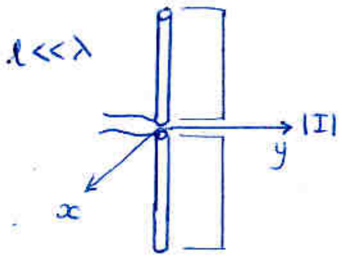
Concepto: Area efectiva de un blanco

El area efectiva de un objeto en una dirección (θ,φ) es la proyección de dicho objeto sobre el frente de ondas que incide en el desde (θ,φ)



3.4. Antenas Elementales

3.4.1. Dipolo elemental



- $l \ll \lambda$
- $I(z) = \text{cte} \Rightarrow$ No es fabricable
  (no puede haber I cte si los extremos son circuito abierto!)
  se pueden hacer chapuzas
  ej. poner placas en los extremos que acumulen cargas

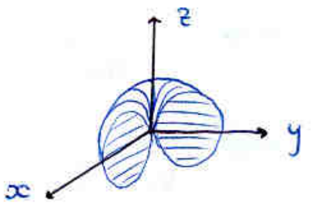
Proceso calculo parámetros de una antena

$I(z) \longrightarrow \vec{E}, \vec{H} \longrightarrow \vec{\mathcal{P}} \Rightarrow$ parámetros $t(\theta,\varphi)$, $D(\theta,\varphi)$, A_{ef} ⋮

en esta asignatura saltamos el paso intermedio y nos creemos directamente $\vec{\mathcal{P}}$

Nos creemos $|\vec{\mathcal{P}}| = A_o \frac{\sin^2\theta}{r^2}$ (W/m²) $\mathcal{P}_{max} = \frac{A_o}{r^2}$

1. $\boxed{t(\theta,\varphi) = \frac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{\mathcal{P}_{max}}} = \sin^2\theta$



2. $\boxed{D = \frac{\mathcal{P}_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2}}$

$$W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}}\cdot\vec{dS} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{A_o}{r^2}\sin^2\theta\, r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi = \frac{4}{3}\cdot 2\pi \cdot A_o$$

Recuerda siempre (sale mucho)

$$\int_0^{\pi} \sin^3\theta\, d\theta = 4/3$$

$$dS = r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi$$

$$D = \frac{\mathcal{P}_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2} = \frac{A_o/r^2}{\frac{4}{3}2\pi A_o/4\pi r^2} = \frac{3}{2} = 1'5$$

3. $\boxed{D(\theta,\varphi) = D\cdot t(\theta,\varphi)} = \frac{3}{2}\sin^2\theta$

4. $\boxed{l_{ef} = \frac{1}{I(z=0)}\int_{\text{antena}} I(z)\cdot dz} = \frac{1}{I_o}\cdot I_o \cdot l = l$

5. $\boxed{\frac{A_{ef}}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi}} \rightarrow A_{ef} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$

6. $\boxed{A_{ef} = \frac{l_{ef}^2\,\eta_o}{4\cdot R_r}} \rightarrow R_r = \frac{l_{ef}^2\,\eta_o}{4\cdot A_{ef}} = 80\pi^2 (l/\lambda)^2$ como $l \ll \lambda \Rightarrow R_r \downarrow\downarrow$

$\boxed{\eta_t = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega} \ll 1}$ poco eficiente

Resultados

$t(\theta,\varphi) = \sin^2\theta$

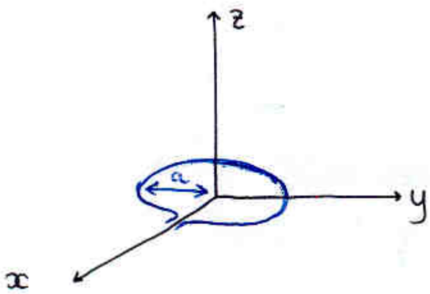
$D(\theta,\varphi) = \underbrace{\tfrac{3}{2}}_{D}\sin^2\theta$

$l_{ef} = l$

$A_{ef} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$

$R_r = 80\pi^2 (l/\lambda)^2$ $\ll 1$

3.4.2 Espira elemental

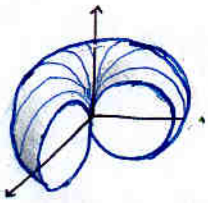


$$\vec{\mathcal{P}} = I^2 \eta_0 \left(\frac{k \cdot a}{2}\right)^4 \frac{\sin^2\theta}{r^2}\ \hat{r}$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ vector de onda

$\eta_0 = 120\pi\ \Omega$

1. $t(\theta,\varphi) = \dfrac{\mathcal{P}(\theta,\varphi)}{\mathcal{P}_{max}} = \sin^2\theta$



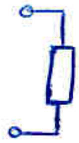
Tiene un cero de transmisión y recepción en el eje perpendic. al plano de la espira.

2. $D = \dfrac{\mathcal{P}_{max}}{W_{rad}/4\pi r^2} = \dfrac{3}{2} = 1'5$

$\mathcal{P}_{max} = I^2 \eta_0 \left(\frac{k \cdot a}{2}\right)^2 \frac{1}{r^2}$

$W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot d\vec{S} = I^2 20\pi^2 (ka)^4$

3. $D(\theta,\varphi) = D \cdot t(\theta,\varphi) = \frac{3}{2}\sin^2\theta$

4. 

$R_a = R_r + R_\Omega$

$$\boxed{\begin{aligned} W &= W_{disipada} + W_{radiada} \\ &= I^2 \cdot R_\Omega + \underbrace{I^2 \cdot R_r}_{} \end{aligned}}$$

$W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot d\vec{S} = I^2 20\pi^2 (ka)^4$

$\Rightarrow W_{rad} = \iint_S \vec{\mathcal{P}} \cdot d\vec{S} = I^2 R_r \Rightarrow I^2 20\pi^2 (ka)^4 = I^2 R_r$

$R_r = 20\pi^2 (ka)^4 \propto \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4 \underset{a \ll \lambda}{\ll} 1$

$R_r \ll 1 \Rightarrow \eta_t = \eta_r = \dfrac{R_r}{R_r + R_\Omega} \downarrow\downarrow \ll 1$ Es muy poco eficiente.

Relativamente incluso menos eficiencia que el dipolo elemental (que ya tenía poca)

dipolo elemental $R_r \propto \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2$ $l \ll \lambda$

espira elemental $R_r \propto \left(\frac{a}{\lambda}\right)^4$ $a \ll \lambda$

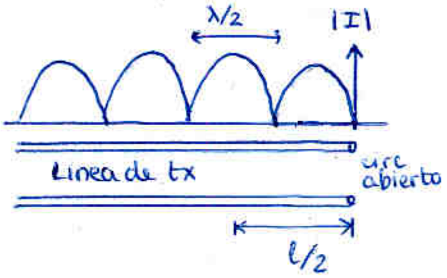
NOTA: Aunque la eficiencia sea poca (poca $W_{recibida}$) si el ruido recibido es tb de poca potencia (escogiendo un margen de frec) la antena puede ser utilizada.

Lo que realmente limita es $\left(\frac{S}{N}\right)$

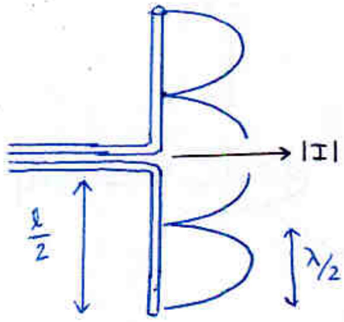
El cero de recepción en el eje perpendicular se usa para detectar procedencia de una transmisión (dirección, no sentido; 2 furgonetas → Triangulación)

3.5. Antenas Típicas

Para entender la distribución de corrientes en una antena, el 'truco' es plegar una línea de transmisión



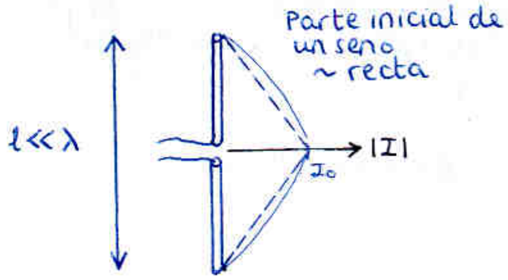
plegar



según l y λ obtenemos distintas distribuciones de corrientes.

3.5.1 Dipolo corto

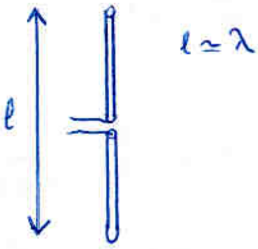
($l \ll \lambda$) (No pensar en antena pequeñita, λ puede ser MUY grande)



- $l_{ef} = \frac{1}{I(z=0)} \int_{\text{antena}} I(z)dz = \frac{1}{I_0} \cdot \frac{I_0 \cdot l}{2} = \frac{l}{2}$ ← diferente al dipolo elemental
- $D, t(\theta), \ldots$
- $R_r = \frac{l_{ef}^2 \cdot \eta_0}{4 \cdot A_{ef}} = \frac{(l/2)^2 \cdot \eta_0}{4 \cdot (3\lambda^2/8\pi)} = 20\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \underset{l \ll \lambda}{\ll} 1$

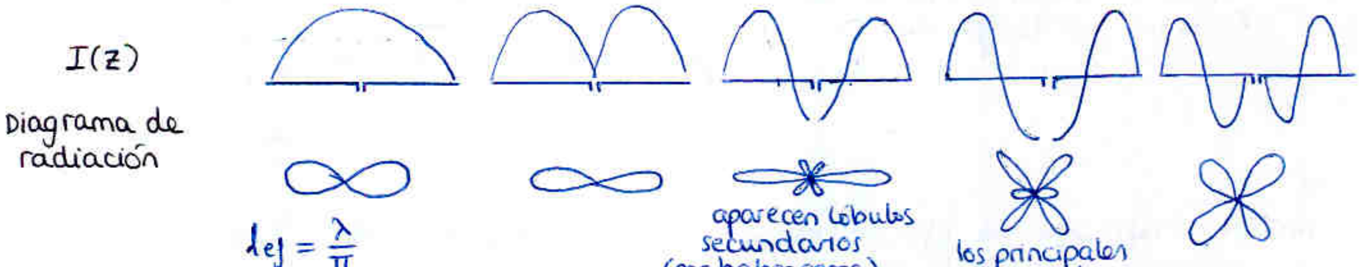
$\eta_t = \eta_r \ll 1$

3.5.1 Dipolo longitud comparable a λ



Expresión general:
En cada brazo hay lo que quepa del seno

$$I(z) = \begin{cases} I_0 \sin\left[k\left(\frac{l}{2} - z\right)\right]; & 0 \le z \le \frac{l}{2} \\ I_0 \sin\left[k\left(\frac{l}{2} + z\right)\right]; & -\frac{l}{2} \le z \le 0 \end{cases}$$



$l = \lambda/2$: $l_{ef} = \frac{\lambda}{\pi}$, $D = 1'64$, $Z_a = 73\,\Omega$

$l = \frac{5}{4}\lambda$: aparecen lóbulos secundarios (por haber ceros)

$l = \frac{3}{2}\lambda$: los principales son secundarios y viceversa

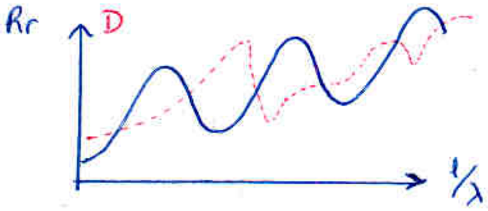
El número de lóbulos principales aumenta según aumenta (l/λ)

$l \gg \lambda$

Es útil si eliminamos todos los lóbulos menos uno → mucha directividad
⇒ radiotelescopios interferometría espacial
(no suelen ser dipolos)

$l \gg \lambda$

al variar $\frac{l}{\lambda}$, la variación de R_r y D no es obvia

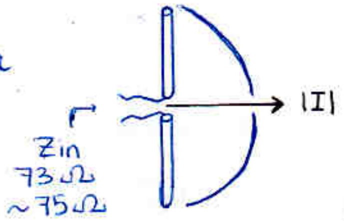


la tendencia es el aumento
PERO

$\boxed{\text{No podemos afirmar que } R_r \text{ o } D \text{ aumenta cuando } \frac{l}{\lambda} \text{ aumenten.}}$

Típico de test

Dipolo en $\lambda/2$
Antena de referencia



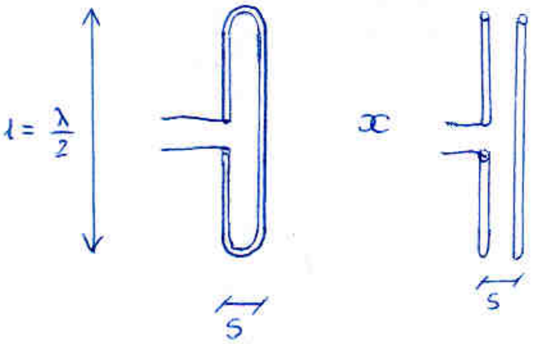
$$\mathcal{P} = \frac{\eta_0 I_0^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{k\cdot l}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\cdot l}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2$$

$D_{l=\lambda/2} = 1'64$

se toma como referencia

$10 \log\left[\frac{D}{D_{l=\lambda/2}}\right] \rightarrow dB_{\frac{\lambda}{2}}$

3.5.3 Dipolo doblado



equivalente desde el punto de vista electromagnético

$Z_{in} = 300\,\Omega$ (4 veces mayor)

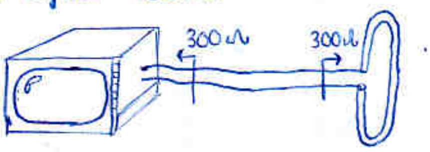
Tiene mas ancho de banda

⇓

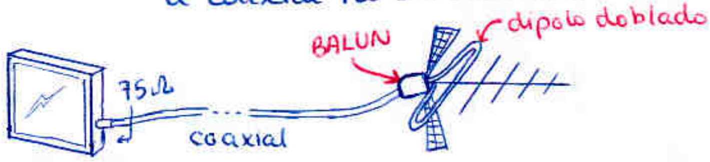
Bueno para TV

Aplicación: antena de TV

Primeras televisiones tenían entrada par bifilar 300 Ω



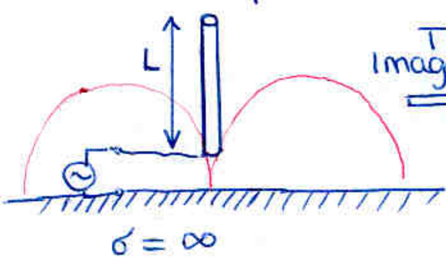
en la actualidad hay que poner un BALUN
- adapta impedancias
- convierte par bifilar balanceado a coaxial no balanceado



3.5.4. Monopolos

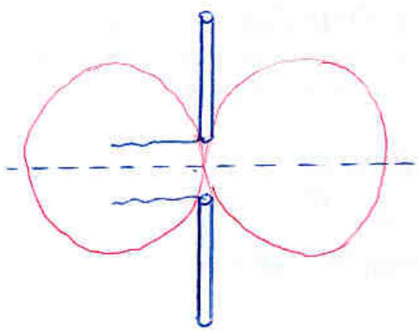
Caso Ideal

Monopolo:



Tª Imágenes ⇒

Dipolo Equivalente



Relaciones

$\Omega_{rad_m} = \frac{1}{2}\Omega_{rad_d}$

$P_m = \begin{cases} P_d & z > 0 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

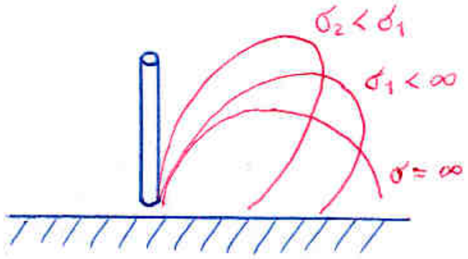
$W_{rad_m} = \frac{1}{2} W_{rad_d}$

$D_m = 2 D_d$

$R_{r_m} = \frac{1}{2} R_{r_d}$

Caso Real $\sigma \neq +\infty$

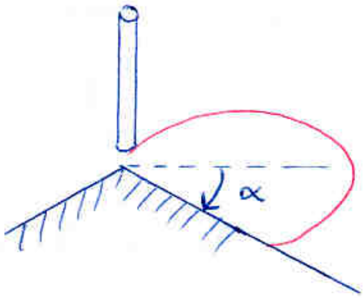
↳ Efecto de conductividad finita



Al bajar la conductividad los lóbulos van apuntando hacia arriba

En la superficie de la tierra es un problema

Solución:



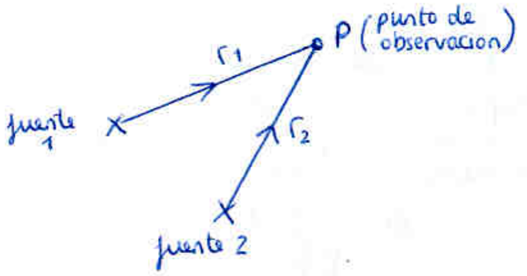
Inconveniente de la solución:

En realidad nos estamos aproximando al caso de dipolo (dipolo = monopolo con $\alpha = 90°$)

por tanto la directividad ya no es el doble

3.5.5 "Array" de antenas

Concepto: Interferencia entre ondas



$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\vec{E}_1 \propto \frac{e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \qquad \vec{E}_2 \propto \frac{e^{-jkr_2}}{4\pi r_2}$$

si r_1 y r_2 similar $\Rightarrow |\vec{E}_1| \simeq |\vec{E}_2|$

pero aun: $\measuredangle E_1 \neq \measuredangle E_2$

$$k \cdot r_1 \qquad k \cdot r_2$$

$$2\pi \frac{r_1}{\lambda} \qquad 2\pi \frac{r_2}{\lambda}$$

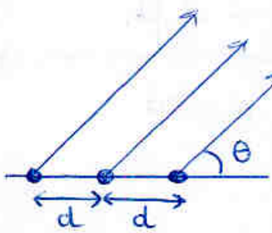
La fase cobra importancia

Puede significar la diferencia entre interferencia constructiva y destructiva.

Teniendo una agrupación de antenas con una separación d podremos diseñar un diagrama de radiación con interferencias constructivas y destructivas como nos interese.

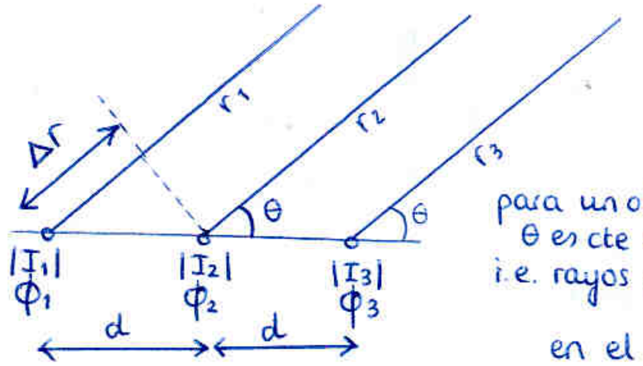
Razones de agrupación

- Diseñar diagramas de radiación
- Aumentar directividad



Factor de Array

Si ademas a cada elemento lo alimentamos con módulo y fase distinto tenemos



$$r_1 = r_2 + \Delta r$$
$$= r_2 + d\cos\theta$$

para un objeto lejano
θ es cte en todo el array
i.e. rayos paralelos

en el destino llega:

$$|I_1|\phi_1 \cdot e^{-jkr_1} = |I_1| \cdot e^{j\phi_1} \cdot e^{-jkr_1}$$
$$|I_2|\phi_2 \cdot e^{-jkr_2} = |I_2| \cdot e^{j\phi_2} \cdot e^{-jkr_2}$$
$$|I_3|\phi_3 \cdot e^{-jkr_3} = |I_3| \cdot e^{j\phi_2} \cdot e^{-jkr_2}$$

definimos

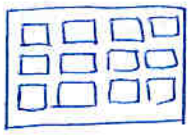
Factor de Array: $FA(\theta,\varphi) = \sum_{i=1}^{N} |I_i| \cdot e^{j\phi_i} \cdot e^{-jkr_i}$

y se cumple: $\boxed{t(\theta,\varphi)_{array} = t(\theta,\varphi) \cdot FA(\theta,\varphi)}$

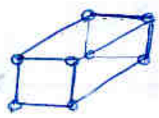
Tipos de array

- Lineales (1D)

- Planares (2D)



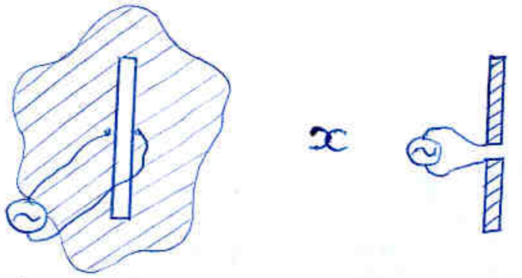
- Cúbicos (3D)



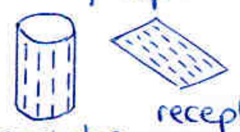
3.5.6 Aperturas: ranuras, bocinas y parabólicas

A) Ranuras

mismas características que su dipolo equivalente



ejemplos:

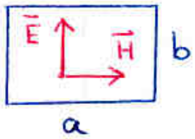


Salvo una:
La polarización de la onda es ortogonal a la polarización en el dipolo equivalente

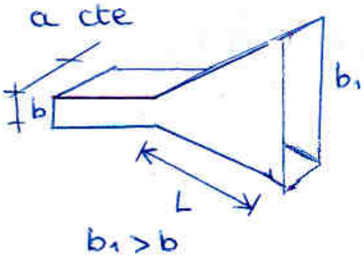
B) Bocinas

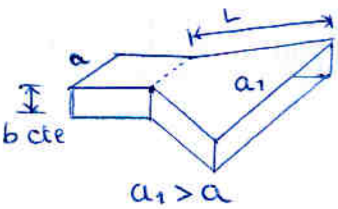
Recuerda: Guía de Ondas

TE_{10}

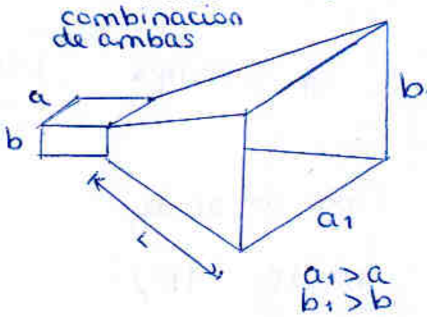


- Plano E
- Plano H
- Piramidal

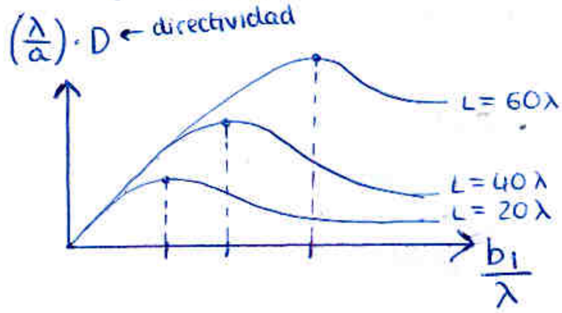




combinación de ambas



ejemplo: bocina plano E
incógnita b_1



Para cada valor de L hay un valor de b_1 que maximiza la directividad

Diseño: Exigimos Directividad mínima que debe cumplirse
Elegimos el menor valor de L posible que cumpla tener la directividad exigida.
Obviamente para ello deberemos utilizar el b_1 óptimo

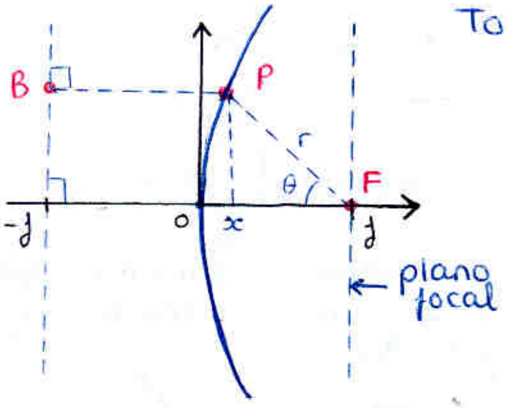
Para la bocina piramidal, se diseña bocina equivalente plano E, bocina equivalente plano H, y se unen haciendo

$$\boxed{D_P = \left(\frac{\lambda}{b_1} \cdot D_E\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{a_1} \cdot D_H\right) \cdot \left(\frac{\pi}{32}\right)}$$

↑ Directividad bocina piramidal — ↑ direct. bocina plano E — ↑ direct. bocina plano H

C) Reflectores Parabólicos (paraboloides)

- Análisis geométrico



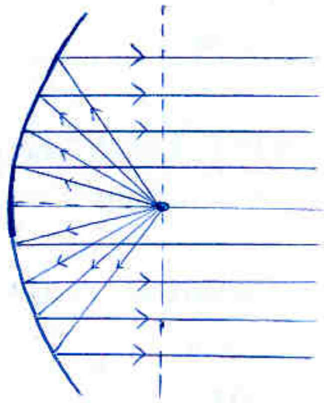
Todos los puntos deben cumplir

$|\vec{BP}| = |\vec{PF}|$

Matematicamente:

$$\begin{cases} r = \dfrac{f}{\cos(\theta/2)} \\ x = f \cdot tg^2(\theta/2) \\ y = 2f \cdot tg(\theta/2) \end{cases}$$

$$\boxed{y^2 = 4 \cdot f \cdot x}$$



se cumple que:

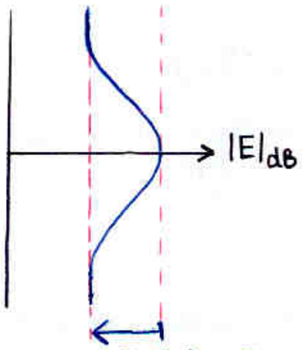
El camino recorrido por todas las ondas al llegar al plano focal es el mismo e igual a $2f$

$\Rightarrow$ En fase

$\Rightarrow$ Directividad alta

- Análisis electromagnético

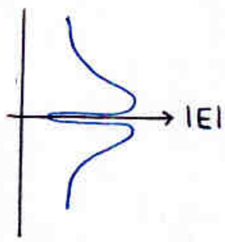
Si analizamos el módulo del campo en el plano focal, vemos lo siguiente



$T(dB) = T_1 + T_2$
< 0

Se debe a dos razones

En realidad vemos



ya que hay una sombra causada por la bocina

Solución: alimentación en offset

$\boxed{T_1}$: Las ondas esféricas (salen del foco hacia la parábola) tienen mayor atenuación que las ondas planas (una vez se han reflejado). Por tanto las ondas en los extremos, que han recorrido mas distancia siendo ondas esféricas, se verán más atenuadas

$\boxed{T_2}$: El diagrama de radiación de la bocina en el foco no será uniforme; radiará más hacia el centro de la parábola

Esto afecta al area efectiva

$$\boxed{A_{ef} = A_{geom} \cdot \eta_{il_T}}$$

proyeccion de la parábola sobre el frente de ondas

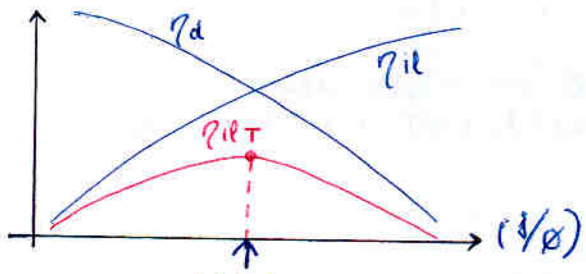
Eficiencia de iluminación total

$$\eta_{il_T} = \underset{\text{iluminacion}}{\eta_{il}} \cdot \underset{\text{desbordamiento}}{\eta_d}$$

η_{il} es mayor cuanto mas uniformemente se radie sobre la parábola

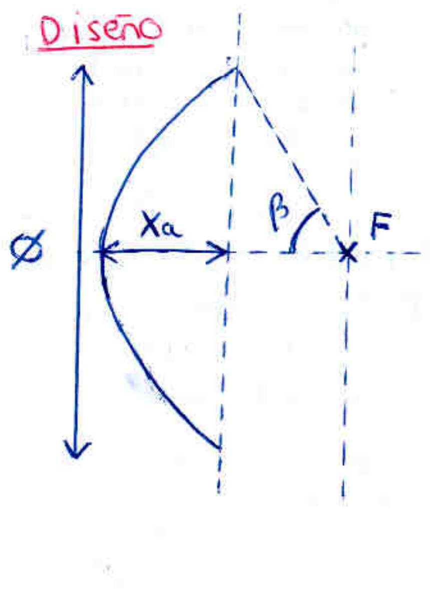
η_d es mayor cuanta más radiación incide sobre la estructura y menos se pierde

- Se puede razonar que cuanto mayor diametro ($\varnothing$) tenga la parábola, menor será η_{il} (radiación sobre parabola poco uniforme) y mayor será η_d (menos radiación se pierde)
- Lo mismo ocurrirá cuanto menor sea la distancia del foco (f)
- Podemos por tanto decir que η_{il} y η_d varían con ($f/\varnothing$) que representa lo 'metido' que está el foco dentro de la parábola.



$(f/\varnothing)$ optimo $\Rightarrow$ maximiza η_{il_T} $\Rightarrow$ maximiza A_{ef}

Diseño



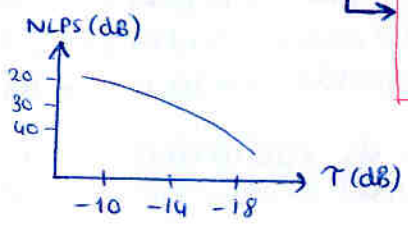
Especificaciones:

- $D \rightarrow A_{ef} \rightarrow (f/\varnothing)$ que maximice A_{ef}

  $\hookrightarrow \boxed{\beta,\ X_a \text{ parametros geometricos}}$

- NLPS $\rightarrow \tau(dB) = \tau_1 + \tau_2$

  $\hookrightarrow$ $D(\theta, \varphi)$ alimentador — parametros alimentador



Problema de examen

Estación de Radiocomunicaciones que tiene 2 equipos de servicios distintos

$\boxed{TX}$ $f = 400$ MHz
Went = 6 W
D = 12 dB
$\eta_t = 99\%$

$T_{brillo\ sol} = \dfrac{197\,000}{f(GHz)}$ (K)

$\Omega_{sol} = 6 \cdot 10^{-5}$ sr

$\boxed{RX}$ $f = 2$ GHz
B = 25 MHz

Parábola
$$\begin{cases} 2\text{m} \\ \eta_{il} = 0'9 \\ \eta_d = 0'7 \\ \eta_r = 0'9 \end{cases}$$

a) Calcule W_t (= W_{rad})

$$W_{rad} = W_{ent} \cdot \eta_t$$

b) Calcule G

$$G = D \cdot \eta_t$$

c) PIRE (Potencia Isotrópica Radiada Equivalente)

se define $PIRE = W_{rad} \cdot D = W_{ent} \cdot G$ ← recordar qué términos van con qué términos (no hacer $W_{rad} \cdot G$)!

d) Ancho de haz aprox a −3 dB

Por defecto: antena es de tipo pincel $\Delta\theta_{-3dB} = \Delta\phi_{-3dB}$

si $D\uparrow\uparrow \Rightarrow$ aprox. piramidal $D \simeq \dfrac{4\pi}{(\Delta\theta_{-3dB})^2}$

Pese a no ser $D\uparrow\uparrow$, como no tenemos otra forma de calcularlo, lo tomamos como estimación.

$$\Delta\theta_{-3dB} = \sqrt{\frac{4\pi}{D}} \simeq 51°$$ ← el resultado es en radianes... ¡Pasarlo a grados!

A 10 km en dirección máxima radiación del tx, se encuentra un equipo receptor compuesto por una antena

dipolo $\lambda/2$ con $Z_a = 73 + j43\ \Omega$

$Z_{receptor} = 50\ \Omega$

Sensibilidad $= 1'82 \cdot 10^{-4}$ V ← valor mínimo a la entrada del receptor

Pérdida de polarización 3 dB

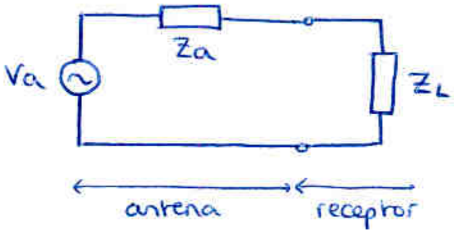
e) Densidad de potencia en el receptor ($\mathcal{P}$)

$$\mathcal{P} = \frac{W_{rad}}{4\pi d^2} \cdot D = \frac{W_{ent} \cdot G}{4\pi d^2} = \frac{PIRE}{4\pi d^2}$$

f) modulo del campo eléctrico ?

$$\mathcal{P} = \frac{|E|^2}{\eta_0} = \frac{|E|^2}{120\pi} \rightsquigarrow |E| \; (V/m)$$

g) Tensión en circuito abierto en la antena ?



$V_a = E \cdot l_{ef}$

en dipolo en $\lambda/2$

$l_{ef} = \frac{\lambda}{\pi}$

Hay que SABERSE los parámetros del dipolo en $\lambda/2$

Pero CUIDADO, falta algo
No todo el campo que incide se convierte en tensión, ya que hay desacoplo de polarización

$$V_a = E\sqrt{C_p} \cdot l_{ef}$$

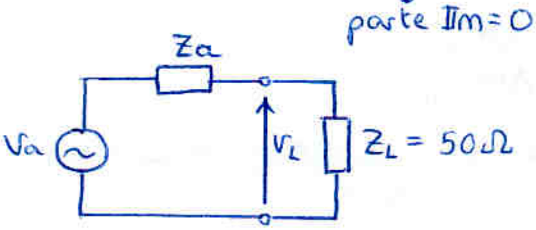
$\downarrow$

Tenemos perdida de polarización 3dB (en potencia)
(Por eso hay que poner la raiz)

h) Supongan dipolo resonante. Calcular V_L

$\downarrow$

parte $\mathrm{Im} = 0 \Rightarrow Z_a = 73\,\Omega$



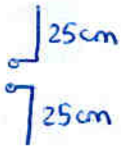
$$V_L = V_a \cdot \frac{Z_L}{Z_L + Z_a}$$

i) Potencia entregada al receptor (dipolo resonante)

$$P_L = \frac{V_L^2}{Z_L}$$

j) ¿Qué método se suele utilizar para lograr un dipolo resonante?

$f = 300\,MHz \rightarrow \lambda = 1m \rightarrow$ dipolo $\lambda/2$



Nota: el modelo de linea de transmision no funciona bien para calcular impedancias !!

En la práctica $\rightarrow$ criterio práctico $\rightarrow$ recortar la antena 5%

k) Potencia entregada al receptor si hubiera adaptación a 50Ω

$Z_a = 50\Omega \longrightarrow P_L$

l) l_{ef}, A_{ef}?

$$A_{ef} = \left.\frac{l_{ef}^2 \cdot \eta_0}{4 R_r}\right|_{si\ R_\Omega = 0} = \left.\frac{l_{ef}^2 \cdot \eta_0}{4 R_a}\right|_{si\ R_\Omega \neq 0}$$

m) Calcular A_{ef}

$$l_{ef} = \lambda/\pi \longrightarrow A_{ef}$$

n) Calcular distancia máxima a la que se puede poner el receptor

Suponemos

$$V_a = V_{Lmin} \Rightarrow E \Rightarrow \mathcal{P} \Rightarrow d_{max}$$

ñ) A 15 km se coloca un tx con un PIRE = 1 dBW

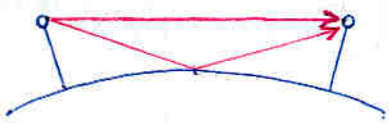
calcular temperatura equivalente de ruido de la antena en el momento en el que el sol entra por una dirección en la que el diagrama cae 3dB

o) $\left(\frac{S}{N}\right)$?

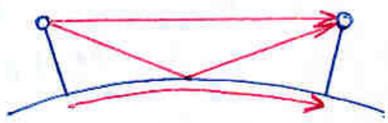
Tema 4: Estudio de la propagación radioeléctrica

Tipos de Onda

Onda espacial
(onda directa + onda reflejada)

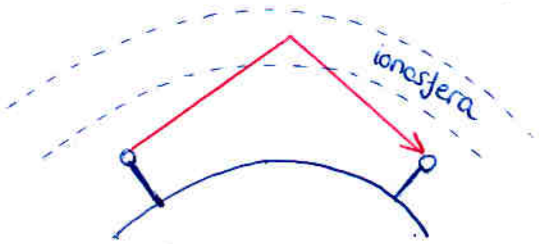


Onda terrestre
(onda espacial + onda de superficie)

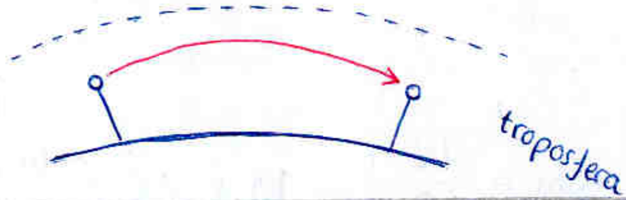


afecta

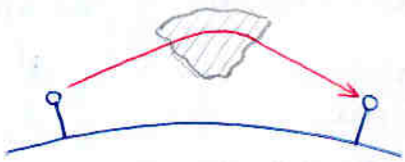
Onda ionosférica
- iones y electrones en libertad (plasma iónico) en la capa más alta de la atmósfera
- Actúa como reflector pasivo
- Depende de la intensidad solar (varía con el tiempo)



Difracción troposférica
- Debido a la no uniformidad de la troposfera (parte más baja de la atmósfera)



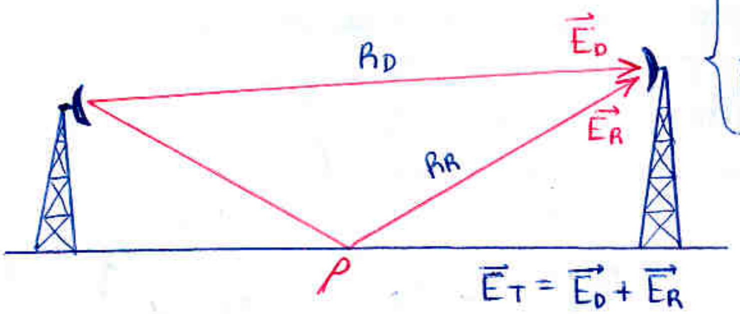
Onda de dispersión troposférica
- Bolsas de aire "espureas" que actúan como una lente



Son muy variables y producen interferencias

Reflexión en superficie terrestre

Planteamiento: simplificamos que sólo hay un posible camino reflejado



$$\begin{cases} \vec{E}_D \equiv \vec{E}_0 = \vec{E}_{ini} \cdot \frac{1}{R_D} \cdot e^{-jkR_D} \\ \vec{E}_R = \vec{E}_{ini} \cdot \rho \cdot \frac{e^{-jkR_R}}{R_R} \end{cases} \qquad R_D + \Delta R = R_R$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_D + \vec{E}_R$$

Como en la práctica:
$\Delta R \ll R_D \rightarrow R_R \simeq R_D$

↳ Los módulos de $\vec{E}_D$ y $\vec{E}_R$ son prácticamente iguales

↳ la fase puede sin embargo variar mucho. Decidirá si la interferencia es constructiva o destructiva

En la practica $\Delta R \ll R_D$, como ya hemos dicho.
Expresándolo matematicamente:

$$\vec{E}_D \equiv \vec{E}_0 \propto \frac{e^{-jkR_D}}{R_D}$$

$$\vec{E}_R \propto \frac{e^{-jk(R_D+\Delta R)}}{R_D+\Delta R} \simeq \frac{e^{-jkR_D}}{R_D} \cdot e^{-jk\Delta R}$$

$\hookrightarrow \vec{E}_R \propto \vec{E}_0\, e^{-jk\Delta R}$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_0 + \vec{E}_R$$
$$\vec{E}_T = \vec{E}_0 + \rho \cdot \vec{E}_0 \cdot e^{-jk\Delta R}$$
$$\vec{E}_T = \vec{E}_0 \left(1 + \underbrace{\tfrac{R_1}{R_2}}_{\text{en general}} \rho\, e^{-jk\Delta R}\right)$$

Lo que nos interesa es un coeficiente que podamos multiplicar en la ecuación de transmisión en espacio libre

$$\frac{P_R}{P_E} = \underbrace{\frac{G_T(\theta,\varphi)\cdot G_R(\theta,\varphi)}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2}}_{\text{ecuación de tx sin considerar onda reflejada}} \cdot \underbrace{C_m}_{\text{coeficiente que modela la onda reflejada}}$$

$$\Rightarrow C_m = \frac{|\vec{E}_T|^2}{|\vec{E}_0|^2}$$

$$\sqrt{C_m} = \frac{|\vec{E}_T|}{|\vec{E}_0|} = |1 + \rho e^{-jk\Delta R}|$$

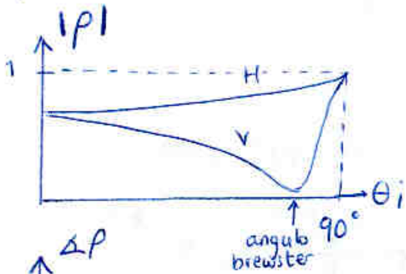
- <u>Coeficiente de reflexión ρ</u>

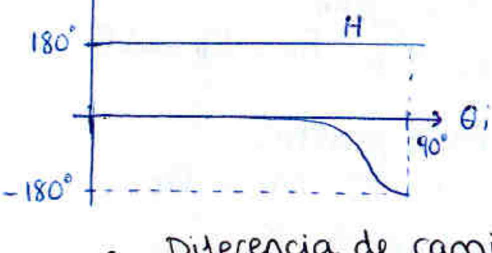
Recordando campos II

En la superficie de la tierra:

$\varepsilon' = 80 \quad \sigma = 4\ S/m$

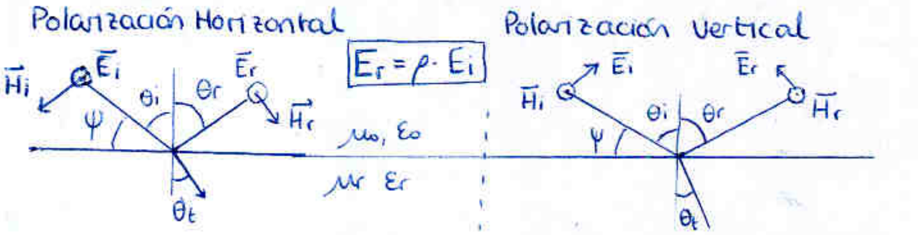
para 900 MHz:





Polarización Horizontal

Polarización Vertical



$$\rho_\perp = \frac{\sin(\psi) - \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2(\psi)}}{\sin(\psi) + \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2(\psi)}}$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{\varepsilon_r \sin\psi - \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\psi}}{\varepsilon_r \sin\psi + \sqrt{\varepsilon_r - \cos^2\psi}}$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon' - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = \varepsilon' - j60\sigma\lambda$$

En la práctica, siempre trataremos con: $\theta_i \simeq 90°$

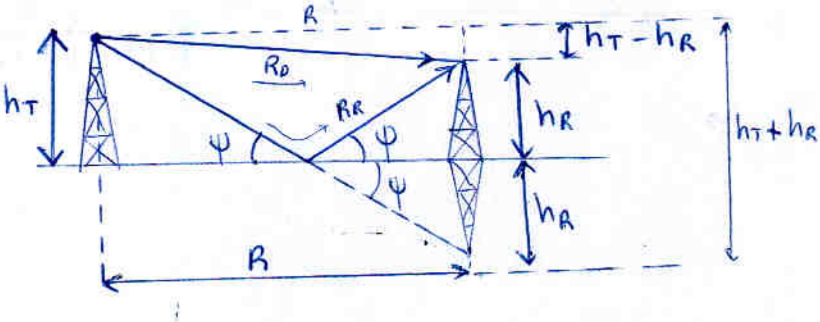
$$\boxed{\text{Incidencia Rasante} \Rightarrow \begin{matrix}\psi \simeq 0° \\ \rho \simeq -1\end{matrix}}$$

- <u>Diferencia de caminos ΔR</u>

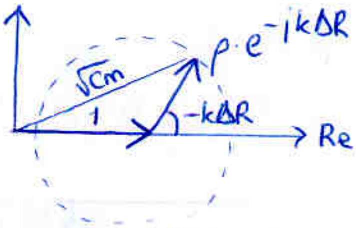
Incidencia rasante

$$\boxed{\Delta R \overset{\downarrow}{\approx} 2\frac{h_T h_R}{R}}$$

$$R_D = R_R + \Delta R$$



NOTA: $\Delta R = \frac{4h_T h_R}{\sqrt{(h_T+h_R)^2+R^2} + \sqrt{(h_T-h_R)^2+R^2}} \sim 2R$



tenemos $\sqrt{C_m} = \dfrac{|\vec{E}_T|}{|\vec{E}_0|} = |1+\rho \cdot e^{-jk\Delta R}|$

incidencia rasante $\rho=-1$ $\Rightarrow \sqrt{C_m} = |1-e^{-jk\Delta R}| = |2\sin(\frac{k\Delta R}{2})| = |2\sin(\frac{\pi \Delta R}{\lambda})|$

si ademas (y no tiene porque) $\Delta R \ll \lambda$ $\Rightarrow \sqrt{C_m} = |2\sin(\frac{k\Delta R}{2})| \simeq k\Delta R = \dfrac{2\pi \Delta R}{\lambda}$

incidencia rasante $\xRightarrow{\rho=-1} \sqrt{C_m} = |2\sin(\frac{\pi\Delta R}{\lambda})|$

si ademas $\Delta R \ll \lambda$ $\Rightarrow \sqrt{C_m} = \dfrac{2\pi\Delta R}{\lambda}$

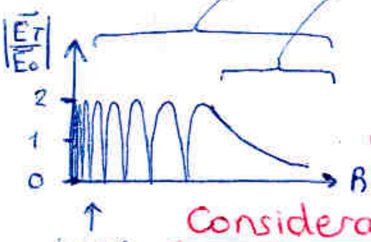
siendo $\Delta R = \dfrac{2h_T h_R}{R}$

elevar al cuadrado

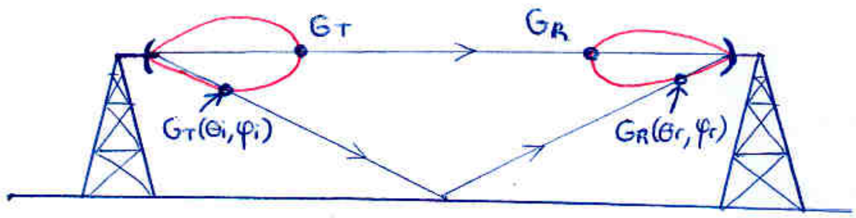
$$\boxed{\frac{P_R}{P_E} = \frac{G_T(\theta,\varphi)\cdot G_R(\theta,\varphi)}{\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right)^2}\cdot C_m}$$

caso general:

$\sqrt{C_m} = \left|1+\rho\cdot \underbrace{\frac{R_D}{R_D+\Delta R}}_{\simeq 1} e^{-jk\Delta R}\right|$



Considerando ganancia segun dirección



Nota: el diagrama de radiación no cambia el campo en la receptora. El campo es el mismo aunque no hubiera antena. Lo que cambia es el campo que la antena 'absorbe' i.e. campo efectivo

Hay que ponderar cada parte del campo

sin ponderar: $\sqrt{C_m} = \dfrac{|\vec{E}_T|}{|\vec{E}_0|} = 1 + \frac{R_1}{R_2}\rho\, e^{-jk\Delta R}$

campo directo normalizado

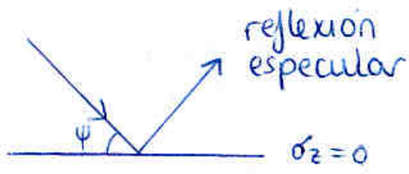
campo reflejado normalizado respecto al directo

ponderando: $$\boxed{\sqrt{C_m} = \frac{|\vec{E}_T|}{|\vec{E}_0|} = 1 + \rho\frac{R_1}{R_2}\frac{\sqrt{G_T(\theta_i,\varphi_i)\cdot G_R(\theta_r,\varphi_r)}}{\sqrt{G_T\cdot G_R}}\, e^{-jk\Delta R}}$$

DEM: $\vec{E}_D = \vec{E}_0 = \underbrace{\vec{E}_{0\,ini}}_{\text{campo inicial tx}} \cdot \underbrace{\sqrt{G_T\cdot G_R}}_{\text{efecto ganancia}} \cdot \underbrace{\frac{1}{R_D^2}}_{\text{atenuación}} \cdot \underbrace{e^{-jkR_D}}_{\text{cambio de fase}}$

$\vec{E}_R = \vec{E}_{0\,ini}\cdot\sqrt{G_T(\theta_i,\varphi_i)\cdot G_R(\theta_r,\varphi_r)}\cdot \underbrace{\frac{1}{(R_D+\Delta R)^2}}_{\frac{1}{R_2{}^2} \simeq \frac{1}{R_D^2}} \cdot e^{-jk(R_D+\Delta R)}$

Efecto de la rugosidad



Que una reflexión sea especular o difusa depende de
- Rugosidad del terreno : σ_z
- Longitud de onda : λ

Aunque es absurdo tomar un límite absoluto, se suele considerar Criterio de Rayleigh

$$\boxed{\sigma_h \underset{\text{difusa}}{\overset{\text{especular}}{\lessgtr}} \frac{\lambda}{8 \sin \psi}}$$

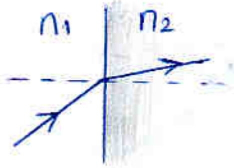
$f \uparrow$ $\psi \downarrow$ $\Rightarrow$ ⇝ difusa

$f \downarrow$ $\psi \uparrow$ $\Rightarrow$ ⇝ especular

Reflexión Difusa ⇒ Consideramos que no hay reflexión

Refracción Atmosférica

Concepto Refracción:



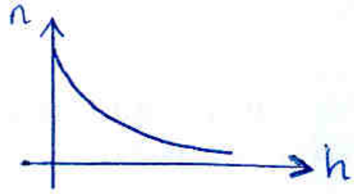
El índice de refracción, en una atmósfera normal, disminuye con la altura

↳ curvatura del haz radioeléctrico

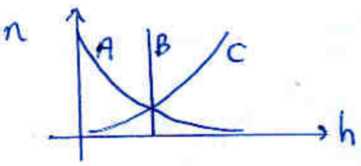
afecta a $f > 30\,MHz$

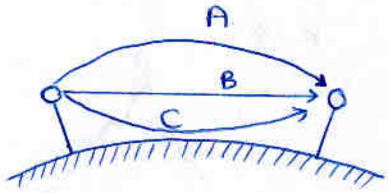
> condiciones normales en superficie $\Rightarrow n \simeq 1 = 1'000319 \longrightarrow N = 319$
>
> Definimos $N = (n-1) \cdot 10^6$
>
> coíndice de refracción

Atmósfera normal:



casos anormales:
Ya que n(h) es muy variable; depende de muchas cosas (temp, humedad, ...)





Tierra ficticia: parámetro k

se define:

- Curvatura de la tierra $C_T = 1/a$ a: radio de la tierra real.
- Curvatura del haz $C_H = -\frac{\partial n}{\partial h}$
- curvatura relativa del haz respecto a la tierra $= C_T - C_H = \frac{1}{a} + \frac{\partial n}{\partial h}$

Definimos una tierra ficticia de radio ka donde el haz sea recto pero mantengamos la curvatura relativa

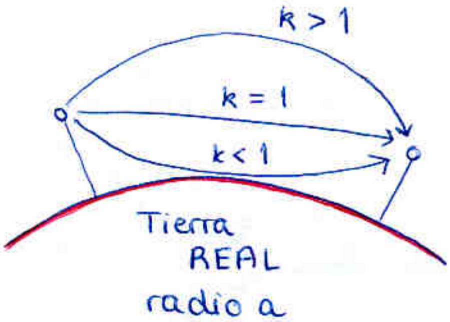
Tierra Real
radio a

Tierra ficticia
radio k·a

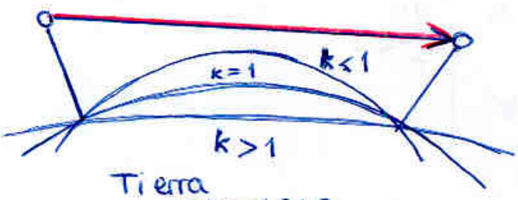
$$\frac{1}{a} + \frac{\partial n}{\partial h} = \frac{1}{k \cdot a} + \emptyset$$

$$\hookrightarrow \boxed{k = \frac{1}{1 + a\frac{\partial n}{\partial h}}}$$

ejemplos:



$\times$

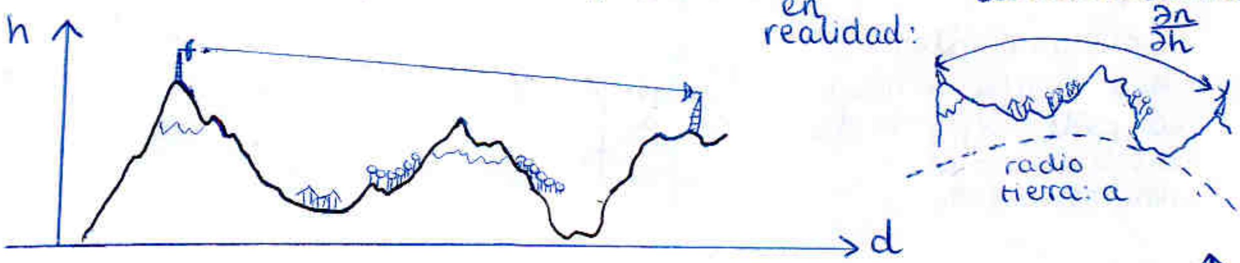


Para el caso
atmósfera normal $\Rightarrow k = \frac{4}{3}$

se puede ver que
atmosfera anormal $k < 1 \Rightarrow$ hay más efecto de los obstáculos

Flecha

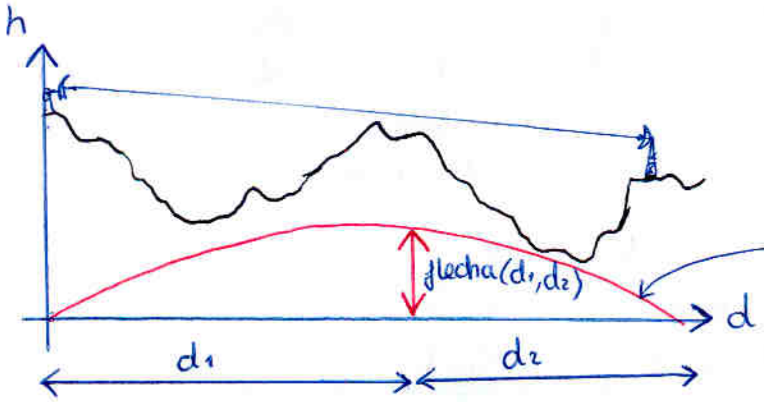
Para ver si un radioenlace tiene visión directa hay que hacer un perfil del terreno (ej satélite, mapa)



El problema es que esta representación no incluye ni la curvatura de la tierra ni la del haz.
Bastaría con sumarle a cada punto del perfil la "altura" que introduce la tierra ficticia (radio $k \cdot a$) y de ese modo ya podríamos representar el haz como una línea recta.

La altura causada por la curvatura de la tierra ficticia que se suma en cada punto lo llamamos flecha (depende de k)

$$flecha(d_1, d_2) \simeq \frac{d_1 \cdot d_2}{2 \cdot k \cdot a}$$ suponiendo distancias mucho mayores que la flecha maxima

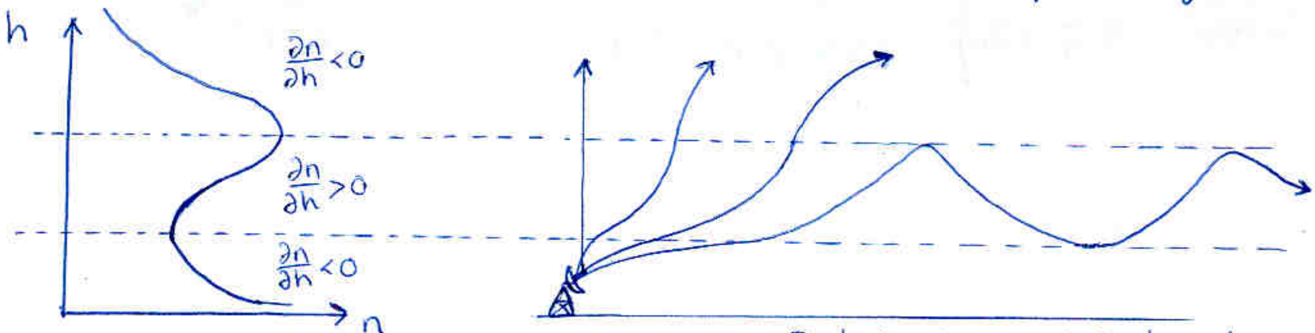


- Los obstáculos en el centro del enlace son los más peligrosos ya que la flecha es mayor

parábola de perfiles

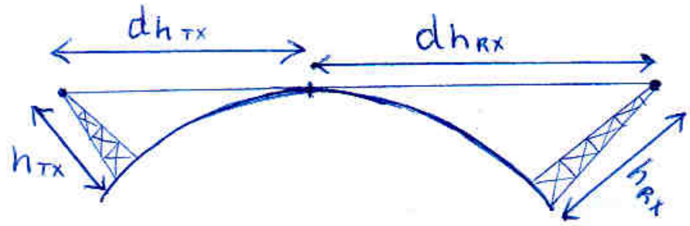
Propagación por conductos

Grandes variaciones del gradiente del índice de refracción debidas a variaciones en la concentración del vapor de agua



Da lugar a muy grandes alcances

Horizonte radioeléctrico

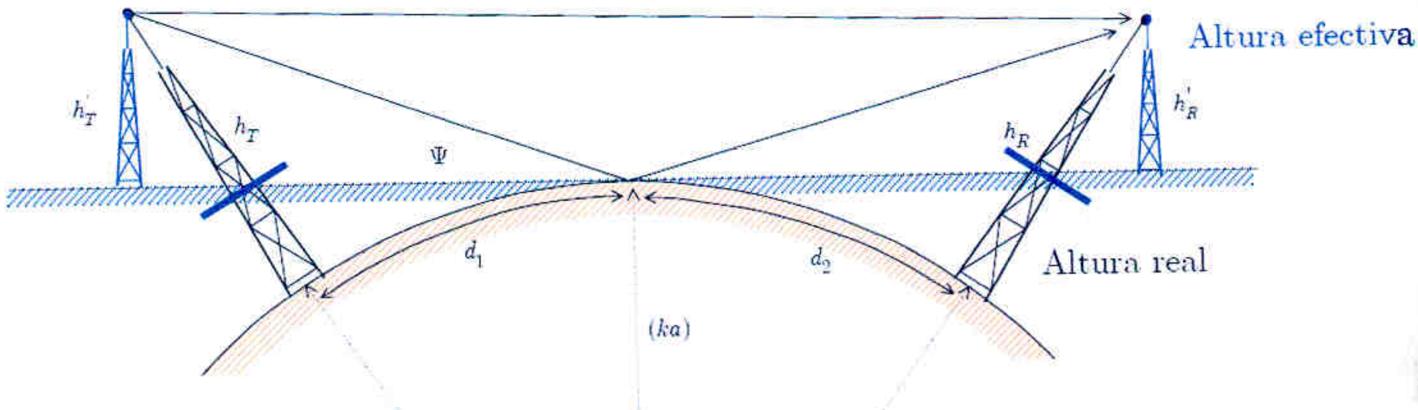


Horizonte radioeléctrico: $\boxed{d_h = \sqrt{(k \cdot a + h_T)^2 - (k \cdot a)^2}\Big|_{k \cdot a \gg h_T} \simeq \sqrt{2ka\,h_T}}$

Visibilidad radioeléctrica: $\boxed{d_V = d_{h_{TX}} + d_{h_{RX}}} \simeq \sqrt{2ka}\left(\sqrt{h_{TX}} + \sqrt{h_{RX}}\right)$

Reflexión sobre tierra curva

Para poder aplicar las ecuaciones vistas en reflexión hay que aplicar el siguiente modelo.



Radio terrestre ($a \approx 6370$Km)
Radio efectivo terrestre (ka)

Donde se tiene

$$h_T' = h_T - \frac{d_1^2}{2ka}$$

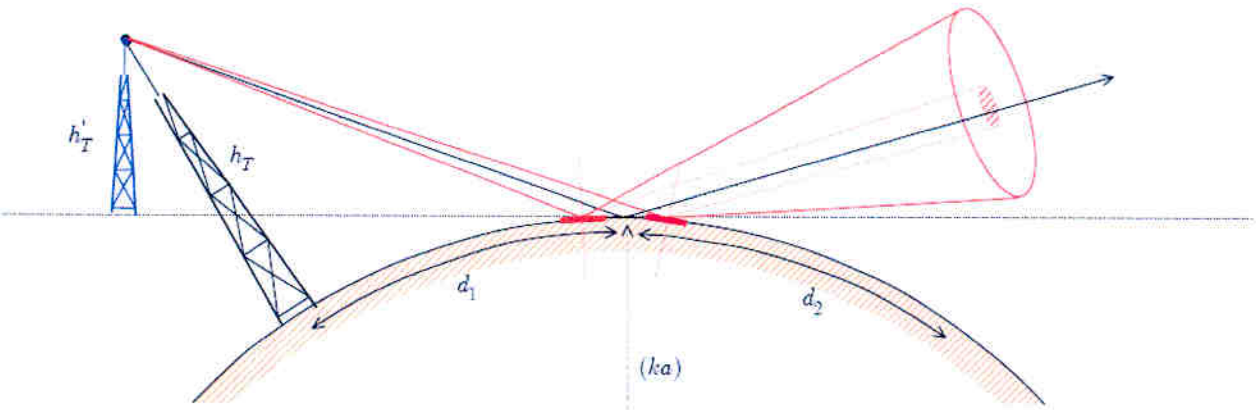
$$h_R' = h_R - \frac{d_2^2}{2ka}$$

Este efecto se considera para $d > 30$ km

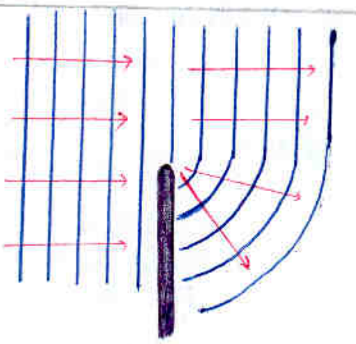
Ademas, a causa de la curvatura de la tierra, la reflexión tiene una cierta divergencia D

Lo que se hace es tomar como factor de reflexión $\rho \cdot D$, $\rho = |\rho| e^{j\phi_\rho}$

es decir: $\sqrt{C_m} = \left|\frac{\bar{E}_T}{E_0}\right| = \left|1 + \rho \cdot D \cdot e^{-jk\Delta R}\right|$



Difracción



Principio de Huygens: Cada punto de un frente de onda es un radiador isotrópico que genera ondas esféricas cuya envolvente constituye un nuevo frente de onda.

Los campos no son nulos aunque presentan mayor atenuación que en espacio libre.

Dejar de lado la creencia de que si hay una montaña enmedio no se recibe

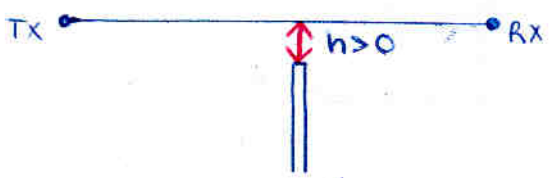
La atenuación en la zona de difracción es menor cuanto mas puntiagudo sea el obstaculo (ya que menos puntiagudo implica mas reflexión)

Tambien ocurre con la curvatura de la tierra

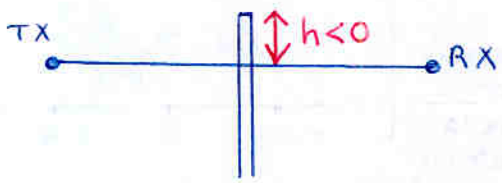
Despejamiento:

¿A partir de cuando hay que considerar refracción? La cantidad en que tapa un obstáculo se mide con el despejamiento, que es la distancia entre el rayo directo y el obstaculo.

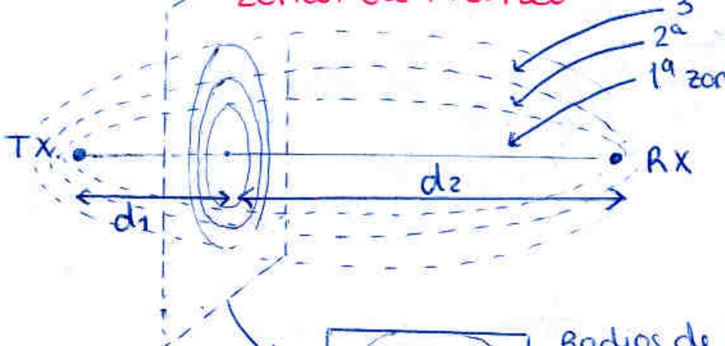
Despejamiento Positivo



Despejamiento Negativo

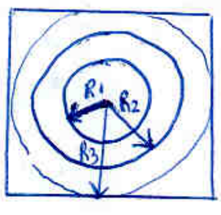


Zonas de Fresnel



1ª zona de Fresnel (95% de la energia)

En tx en espacio libre aparecen unas zonas llamadas de Fresnel



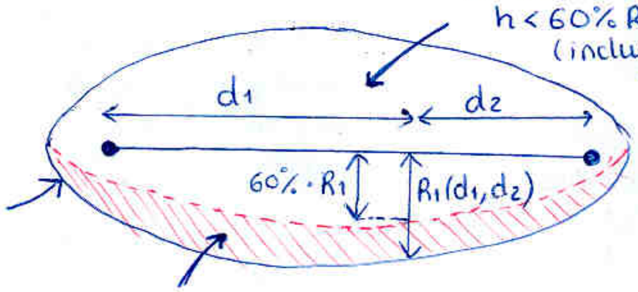
Radios de las zonas de fresnel

$$\boxed{R_n = \sqrt{n \cdot \lambda \cdot \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}}$$

como el 95% de la energia viaja en la 1ª zona de Fresnel, en la practica se considera que hay difracción cuando $h < 60\% \cdot R_1$

radio de 1ª zona de fresnel → depende de d_1 y d_2

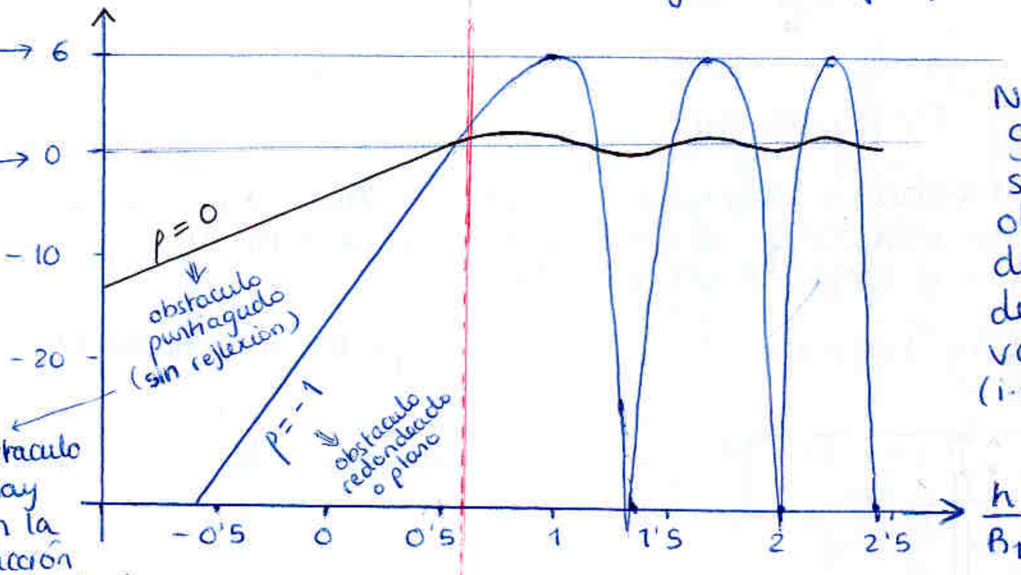
en esta zona $h < 60\% R_1$ (incluye $h<0$) ⇒ obstaculo en esta zona produce difracción en el receptor



en esta zona $h > 60\% R_1$ ⇒ no hay difracción en el receptor si el obstaculo está en esta zona

En la siguiente gráfica se aprecia perfectamente el efecto conjunto de difracción y reflexión.

$$\left|\frac{\overline{E}_T}{E_0}\right|_{dB} = 20 \log \frac{E_{total}}{E_{espacio\ libre}}$$



Nota: esta gráfica es para sólo un único obstaculo, a distancia d_1 fija, del cual vamos variando h (i.e. el despejamiento)

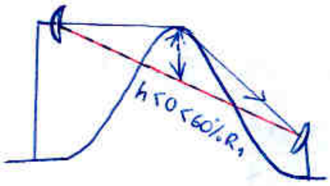
Nota: Para el obstaculo puntiagudo hay más campo en la zona de difracción que para el redondeado, y además no hay efectos de interferencias constructivas y destructivas propias de la reflexión

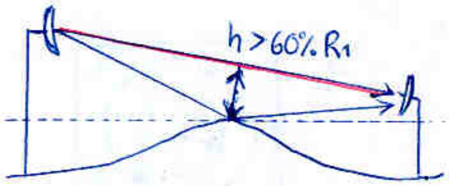
$h < 0'6 \cdot R_1$ → aqui consideramos que hay obstrucción y por tanto el campo recibido se debe a refracción

$h > 0'6 R_1$ → Consideramos que aqui no hay difracción. Se ve el efecto de la reflexion (recuerda $\left|\frac{E_t}{E_0}\right| = \left|2 \sin\left(\frac{\pi \Delta R}{\lambda}\right)\right|$)

$L_0 + 6dB$ → interferencia constructiva

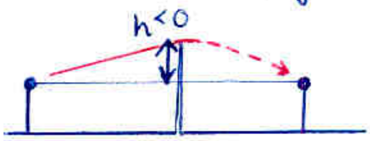
$L_0 - \infty dB$ → interferencia destructiva





Interpretación de la gráfica

$\rho = 0$ Obstaculo puntiagudo
Sin reflexión
Sólo difracción



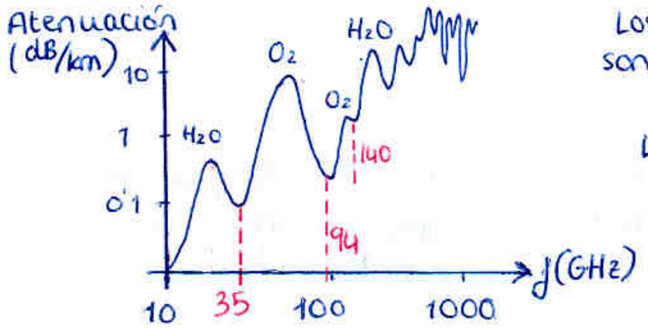
$\rho = -1$ Obstaculo plano
Sólo reflexión

Nota: obviamente $\rho = -1$ para $h<0$ es absurdo a pesar de que aparezca en la gráfica.

Absorción atmosférica

- Influencia de moléculas atmosféricas: vapor y oxigeno

cuando las moléculas de H_2O y O_2 entran en resonancia (en diversas frecuencias) absorben energía → gran atenuación



Los mínimos locales de estas gráficas son ventanas de transmisión.

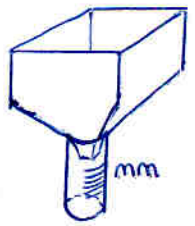
Los picos son frecuencias de resonancia las mas importantes
H_2O a 25 GHz
O_2 a 60 GHz → - 17 dB/km

- Influencia hidrometeoros (lluvia, nieve, ...)

Atenuación por lluvia $\gamma_R = k \cdot R^{\alpha}$
(γ_R en dB/km, R en mm/h)

R: intensidad pluviométrica
valor instantáneo y local (a diferencia de los tipicos l/m^2 que son una media)

Pluviómetro



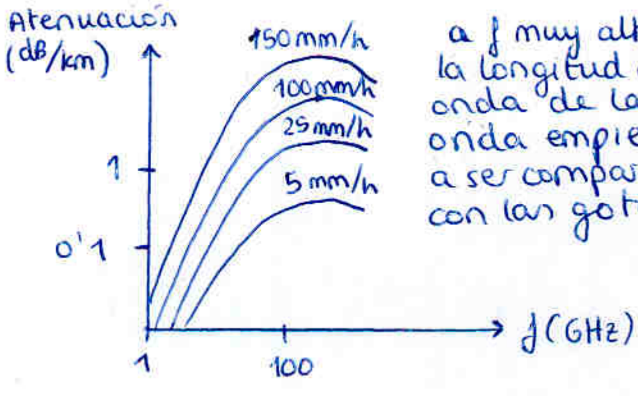
k y α parámetros:
se miran en tablas
- dependen de
  - frecuencia
  - polarización

¿Porqué dependen de polarización?
- la gota de lluvia produce difracción
- en la gota se producen corrientes superficiales

Dada la forma de una gota:

afecta más a la polarización horizontal

En la práctica se mira en gráficas

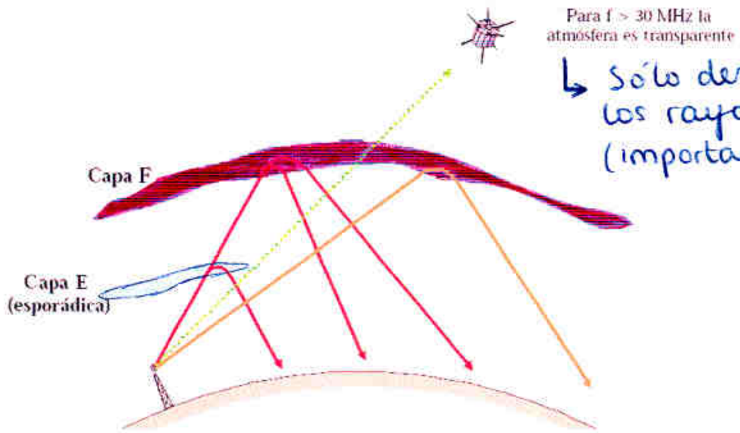


a f muy altas la longitud de onda de la onda empiezan a ser comparables con las gotas

Atenuación por vegetación

Depende de muchísimas cosas y se han hecho muchos estudios.
En la práctica se mira en gráficas.

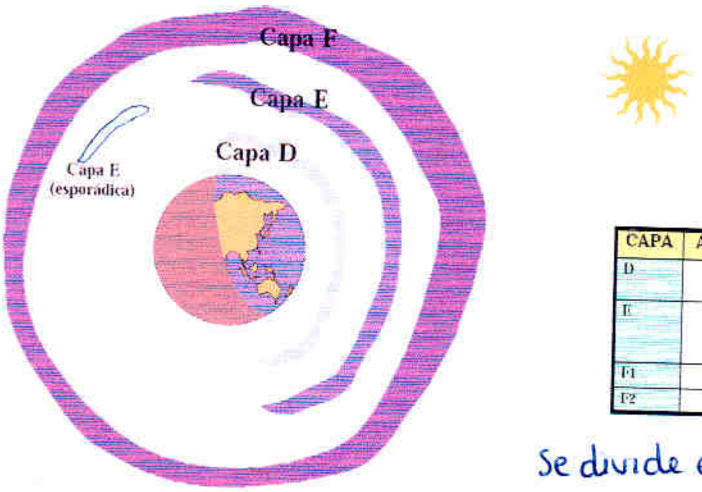
Propagación Ionosférica (no entra en examen)



↳ Sólo desvía un poco los rayos (importante en GPS)

Los rayos del sol descomponen las moléculas en zonas altas de la atmósfera ⇒ iones en libertad ⇒ plasma cuasimetálico refleja la radiación

Depende de la hora, época del año, ciclo solar, etc...



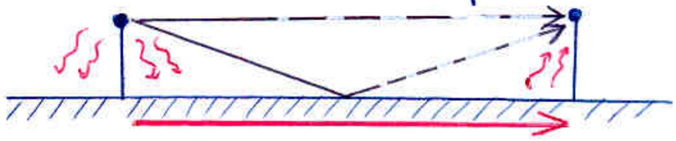
CAPA	Altura (Km)	Hora	Refleja	Absorbe	Distancia (Km)
D	60-90	Día	VLF/LF	MF/HF	Miles de Km. (onda guiada)
E	90-150	Día Noche (esporádica)	HF MF		< 1500 > 1500
F1	150-250	Día	HF		≈ 1000
F2	250-500	Día y noche	HF		> 1500

Se divide en capas

Onda de superficie

Onda terrestre = $\underbrace{\text{onda directa + reflejada}}_{\text{onda espacial}}$ + superficie

onda espacial
se atenúa rapidamente



a $f \sim$ [10kHz - 30MHz]
la tierra es un buen conductor
(VLF, LF, MF, HF)

Recuerda: componente transversal de $\vec{E}$ induce corrientes en un conductor

⇒ Hay que usar polarización vertical

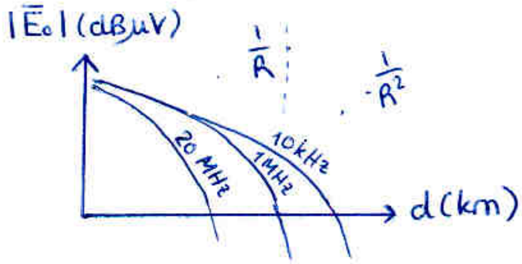
- Funciona mejor si el suelo está mojado
- Funciona MUY bien en el mar (5 o 6 pulsos en el mundo permiten triangulación en el mar)

Atenuación de la onda de superficie

ITU-R proporciona gráficas para
$\begin{cases} W_{rad} = 1000\ W \\ D_m = 3 = 4'77 dB \\ \text{monopolo corto} \end{cases}$

que proporcionan
$|\vec{E}_0|$ vs. distancia

Recuerda
PIRE = $W_{rad} \cdot D_m$



Para adecuar estas gráficas a nuestro sistema, con nuestra W_{rad} y nuestro D_m, hay que desnormalizar

$$\boxed{|\vec{E}| = |\vec{E}_0| \cdot \sqrt{\frac{W_{rad}(kW) \cdot D}{3}}}$$

$W_{rad}(kW) \cdot D$ = PIRE(kW)

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_0| \cdot \sqrt{\frac{PIRE(kW)}{3}}$$

↑ $\vec{E}$ incidente de nuestro sistema

↑ dato que sacamos de la gráfica

↑ PIRE de nuestro sistema (en kW)!!

Problema 1.

- Planificación Radioenlace: $f = 10\ GHz$
- Antenas Parabólicas Iguales: $\varnothing = 60\ cm$
- $d = 25\ kM$ $\quad Z_L = 50\ \Omega$ (imp. receptor)

$W_{ent} = 100\ mW$ $\quad Z_a = 150\ \Omega = R_r + R_\Omega$

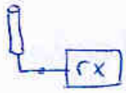
$C_p = 0'9$ $\quad \eta_{t,r} = 90\%$

a) mínima η_{il_T} para $W_{r\ umbral\ (min)} = -54\ dBm$

$$W_r = \frac{W_{ent} \cdot G_T \cdot G_R}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} \cdot C_p \cdot C_a \xrightarrow{\quad} \text{recuerda:}$$

$\boxed{\left.\begin{matrix} \text{ó } W_{ent} \cdot G \\ \text{ó } W_{rad} \cdot D \end{matrix}\right\} = PIRE \quad \text{¡NUNCA MEZCLAR!!}}$ (!)

NOTA: W_r es la que ya llega al receptor



$W_{r\,TOT} = W_r + W_{r\,disipada}$

Nos faltan las ganancias de las antenas.
Las calcularemos en función de A_{ef}

siendo $A_{ef} = A_{geométrica} \cdot \eta_{il_T} \cdot \eta_r$

$$= \frac{\pi \varnothing^2}{4} \cdot 0'9 \cdot \eta_{il_T}$$

sabiendo $\frac{D}{A_{ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$

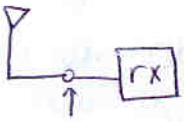
siendo $G = D \cdot \eta_t$

Se puede sustituir y despejar facilmente $\eta_{il_T} = 0'71$

b) W_{ent} necesaria para que:

$B = 14\ MHz$

$CNR_{out\ antena} = 21'5\ dB$



siendo el ruido procedente de una fuente

$T = 10000\ K$

$\Omega = 10^{-3}\ sr$

$T_{física\ antena} = 20°C$

$$CNR_{out\ antena} = \frac{W_r}{[\underbrace{K T_a B \eta_r}_{\text{ruido externo captado por la antena}} + \underbrace{K \cdot T_f \cdot B(1-\eta_r)}_{\text{ruido térmico interno a la } R_\Omega}] C_a}$$

Recordemos que $W_N = KTB$ era sólo en ADAPTACION!!!!
Si no hay adaptación multiplicamos por C_a

Hay que obtener Ta

$$\boxed{T_a = \frac{1}{4\pi} \iint_{4\pi} T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi) \cdot d\Omega}$$

$$\simeq \frac{1}{4\pi} \cdot T \cdot D \cdot \Omega$$

↑ como no nos dicen por donde entra el ruido tomamos el peor caso → ruido entrando por punto de máxima directividad.

$$= 2249\ K$$

Por tanto:

$$CNR_{\substack{out\\antena}} = \frac{W_{ent} \cdot \frac{G_T \cdot G_R}{(4\pi d/\lambda)^2} \cdot C_p \cdot \cancel{C_a}}{KB\left(T_a \eta_r + T_j(1-\eta_r)\right) \cancel{C_a}}$$

Igualando $CNR_{\substack{out\\antena}} = 141'3$

podemos despejar Went

$$W_{ent} = 1'05\ mW$$

NOTA: Si CNR fuese a la salida del rx

sería

$$W_N = \left[KB\left(T_a\eta_r + T_j(1-\eta_r)\right) \cdot C_a\right] + \left[K\,T_e\,B\right]$$

y no podríamos cancelar Ca

Ahora hay que comprobar si esa Went cumple el apartado anterior

$$W_{r\,\substack{min\\umbral}} = -54\ dBm = 3'98 \cdot 10^{-9}$$

$$W_r = \frac{W_{ent} \cdot G_r \cdot G_t \cdot C_a \cdot C_p}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} = 42'02 \cdot 10^{-12}\ W < W_{r\,min}$$

Es decir que $W_{ent} = 1'05\ mW$ cumpliría la CNR pero no la $W_{r\,min}$

Habrá que utilizar $W_{ent\,min} = 100\ mW$ que es con la cual hemos calculado η_{ilT} mínima para garantizar $W_{r\,min}$;

además

Problema 2 (Febrero 2002)

Planificación enlace radio $f = 3GHz$, $B = 8$ MHz, antenas iguales

$$\left.\begin{array}{l} R_\Omega = 5\Omega \\ R_r = 70\Omega \end{array}\right\}$$

$T_a = 500k$

$C_p = 0'75$

$$D(\theta) = \left| 10 \frac{\sin(10\pi \cdot \sin(\theta))}{10\pi \sin(\theta)} \right|^2$$

$T_f = T_0$

a) $\Delta\theta_{-3dB}$

$$D = D_{max} = D(\theta = 0) = 100$$

Aproximación Piramidal $D >> 1$ $\Rightarrow \Omega_{eq} \simeq (\Delta\theta_{-3dB})^2$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_{eq}} \simeq \frac{4\pi}{(\Delta\theta_{-3dB})^2}$$

Podemos despejar $\Delta\theta_{-3dB} = 0'3545$ rad $= 20'3^\circ$ ①

Recuerda: AREA EFECTIVA

Nota: max ≡ Adaptado

$$A_{ef\,\substack{max\,(\equiv Adaptado)\\ Sin\,Perdidas}} = \frac{W_{rec\,max}}{\mathcal{P}}$$

$$\begin{cases} A_{ef\,\substack{No\,adaptado\\ Sin\,perdidas}} = A_{ef\,\substack{max\\ sin\,perdidas}} \cdot C_a \\ A_{ef\,\substack{max\\ con\,perdidas}} = A_{ef\,\substack{max\\ sin\,perdidas}} \cdot \eta_r \end{cases}$$

caso más general: $\boxed{A_{ef\,\substack{no\,adapt\\ con\,perdidas}} = A_{ef\,\substack{max\\ sin\,perdidas}} \cdot \eta_r \cdot C_a}$

D se relaciona con $A_{ef\,sin\,perdidas}$.
G se relaciona con $A_{ef\,con\,perdidas}$

Parece lógico ya que
D se relaciona con W_{rad} ó $W_{\substack{recibida\\ en\,antena}}$
G se relaciona con W_{ent} ó $W_{\substack{recibida\\ al\,receptor}}$

Con adaptación: $$\frac{D}{A_{ef\,\substack{max\\ sin\,perdidas}}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} = \frac{G}{A_{ef\,\substack{max\\ con\,perdidas}}}$$

Sin adaptación: $$\frac{D}{A_{ef\,\substack{no\,adaptado\\ sin\,perdidas}}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} = \frac{G}{A_{ef\,\substack{no\,adaptado\\ con\,perdidas}}}$$

b) Antenas son parabólicas y $\eta_{il_T} = 0'65$ (eficiencia de iluminación) obtener el diametro $\varnothing$

Como conocemos D, 'jugaremos' con $A_{ef\,sin\,perdidas}$

$$A_{ef\,sin\,perdidas} = A_{geom} \cdot \eta_{il_T} \cdot \underset{1}{\overset{\shortparallel}{C_a}}$$

$\Rightarrow$ Como no nos dan impedancias del receptor suponemos adaptación

siendo:

$$A_{geom} = \frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4}$$

De ahi obtenemos $A_{ef\,sin\,perdidas}$ en función de $\varnothing$

Ahora utilizamos la relación

$$\frac{D}{A_{ef\,sin\,perd}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \longrightarrow \text{podemos despejar } \varnothing$$

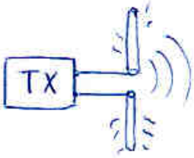
RECUERDA: Acerca de R_r y R_Ω

En transmisión:

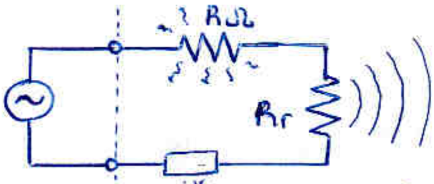
$$W_{entregada} = W_{\substack{disipada\\ efecto\ Joule}} + W_{radiada}$$

$$I^2 R_a = I^2 \cdot R_\Omega + I^2 \cdot R_r$$

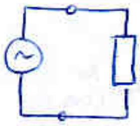
Es fácil de representar como:



$\equiv$



$\equiv$



$$\eta_t = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega} \qquad R_a = \frac{R_r}{\eta_t} = \frac{R_\Omega}{1-\eta_t}$$

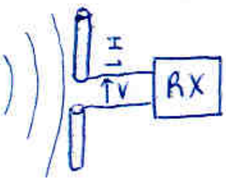
En recepción:

$$W_{\substack{recibida\ en\\ receptor}} = W_{\substack{recibida\\ en\ antena}} - W_{\substack{disipada\\ efecto\ Joule}}$$

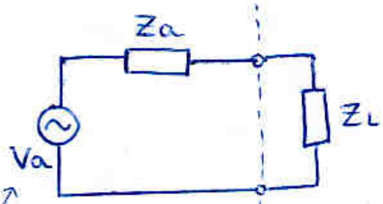
Por reciprocidad se tiene

$$\eta_r = \frac{R_r}{R_r + R_\Omega}$$

$$Z_a = (R_r + R_\Omega) + jX_a$$



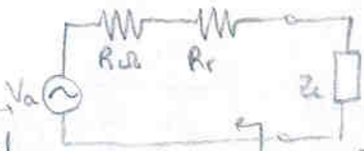
$\equiv$



Va: tensión inducida en bornas de la antena en circuito abierto

bornas de la antena

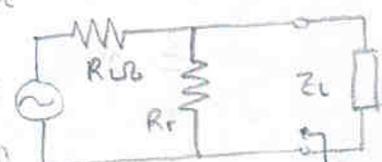
$\equiv$



η_r ???

no esta claro cual sería el circuito equivalente

$Z_a = R_r + R_\Omega$ ✓



no es V_a tension en bornas en circ abierto

$Z_a = R_\Omega // R_r$???

$$\eta_r = \frac{R_r}{R_\Omega + R_r}$$ ✓

c) $d = 10 km$
$W_{ent} = 1 W$

Calcular V_a (tensión inducida en bornas de la antena en circuito abierto)

$$\boxed{V_a(V) = \underbrace{E(V/m)\cdot\sqrt{C_p}}_{\text{Efectivo}} \cdot l_{ef\,\text{con pérdidas}}(m)}$$

parece sensato pensar que como V_a es tensión en bornas de la antena, debe tener en cuenta las pérdidas η_r

• Cálculo de E:

$$\mathcal{P} = \frac{W_{rad}\cdot D}{4\pi d^2} = \frac{W_{ent}\cdot G}{4\pi d^2} = \frac{|E|^2}{\eta_0} \longrightarrow$$ despejo E
Es independiente de que haya o no receptor.

• Cálculo de l_{ef}:

$$\boxed{A_{ef\,con\,perd} = \frac{l_{ef}^2\cdot\eta_0}{4\cdot R_a}} = \underbrace{\frac{l_{ef}^2\cdot\eta_0}{4\cdot R_r}}_{A_{ef\,sin\,perdidas}}\cdot\eta_r \qquad \left(R_a = \frac{R_r}{\eta_r}\right)$$

d) Reflexión superficie terrestre ($\rho = -1$)
(no considerar posible efecto de ponderación diferente del rayo directo y reflejado por parte del diagrama de radiación)

$h_T = h_R = 100 m$

Hallar W_{rec}

$$W_{rec} = \frac{W_{ent}\cdot G_t\cdot G_r}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2}\cdot C_p\cdot\left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2$$

siendo:

$$\left|\frac{E_T}{E_0}\right| = \left|2\,\text{sen}\,\frac{k\Delta r}{2}\right| = \left|2\sin\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda d}\right| = \left|2\sin\frac{2\pi\cdot 10^2\cdot 10^2}{10^{-1}\cdot 10^4}\right| = 0$$

$h_T, h_R \ll d \Rightarrow \Delta r = \frac{2h_T h_R}{d}$

e) Como optimizar W_r

hacer $\sin\left(\frac{2\pi h_T h_R}{\lambda \cdot d}\right) = 1$

de esa forma $\left|\frac{E_T}{E_0}\right| = 2 \Rightarrow$ Doble de campo $\Rightarrow$ cuádruple de potencia

En la práctica esto no funciona
por ej debido a la variación dinámica del índice de refracción de la atmósfera (alteran camino recorrido)

Lo que se hace es poner varias antenas a una distancia adecuada.

Estación de radiocomunicaciones:

$\boxed{TX}$ $f = 400$ MHz
$W_{ent} = 6$ W
$D = 12$ dB
$\eta_t = 99\%$

$\boxed{RX}$ $f = 2$ GHz
$B = 25$ MHz
Parabólica: $\begin{cases} \varnothing = 2m \\ \eta_{il} = 0'9 \\ \eta_d = 0'7 \end{cases}$
$\eta_r = 0'9$

$T_{brillo\ sol} = \dfrac{197\,000}{f(GHz)}$ K

$\Omega_{sol} = 6 \cdot 10^{-5}$ sr

a) Calcule Wrad $\qquad W_{rad} = \eta_t \cdot W_{ent} = 5'94$ W

b) Calcule G $\qquad G = \eta_t \cdot \underset{\uparrow \text{en lineal}}{D} = 0'99 \cdot 10^{\frac{12}{10}} = 15'69$

c) Calcule PIRE $\qquad PIRE = W_{ent} \cdot G = 94'1427$

d) $\Delta\theta_{-3dB}$ aproximado

Aunque D no es mayor que 20dB utilizamos la aprox piramidal

$$\Omega_{eq} = (\Delta\theta_{-3dB})^2 = \frac{4\pi}{D} \longrightarrow \Delta\theta_{-3dB} = \sqrt{\frac{4\pi}{D}} = 0'89044 \text{ rad} = 51^\circ$$

A 10km en la dirección de máxima radiación del tx hay un equipo receptor
- dipolo en $\lambda/2$
- $Z_a = 73 + j43\,\Omega$
- $Z_{receptor} = 50\,\Omega$
- sensibilidad $= 1'82 \cdot 10^{-4}$ V
- Perdida de polarización 3dB

e) Densidad de potencia en el receptor:

$$|\bar{P}| = \frac{W_{rad}}{4\pi d^2} \cdot D_{TX} = \frac{5'94}{4\pi \cdot (10 \cdot 10^3)^2} \cdot 10^{\frac{12}{10}} = 0'7492 \text{ mW/m}^2$$

f) Módulo del campo eléctrico:

$$|\bar{P}| = \frac{|E|^2}{\eta_0} \rightarrow |E| = \sqrt{|\bar{P}| \cdot \eta_0} = \sqrt{0'7492 \cdot 10^{-3} \cdot 120\pi} = 0'53144 \text{ V/m}$$

g) Tensión en circuito abierto en la antena

Por ser dipolo en $\lambda/2$: $\quad l_{ef} = \dfrac{\lambda}{\pi} = \dfrac{c_0/f}{\pi} = 0'238732$ m

$$V_a = l_{ef} \cdot |E| \cdot \sqrt{C_p} = 0'238732 \text{ m} \cdot 0'53144 \text{ V/m} \cdot \sqrt{10^{-\frac{3}{10}}}$$
$$= 0'089818 \text{ V} = 89'818 \text{ mV}$$

h) Calcular V_L suponiendo circuito resonante:

Resonante $\Rightarrow X_a = 0 \Rightarrow Z_a = 73\,\Omega$

$$V_L = V_a \cdot \frac{50}{50+75} = 35'93 \text{ mV}$$

i) Potencia entregada al receptor (dipolo resonante)

$$P_L = \frac{V_L^2}{Z_L} = 25'82\,\mu W$$

j) Distancia máxima a la que se podría poner el receptor.

$$V_{Lmin} = 1'82 \cdot 10^{-4}\ V$$

$$V_{amin} = V_{Lmin} \cdot \frac{50+75}{50} = 4'55 \cdot 10^{-4}\ V$$

$$|E|_{min} = \frac{V_{amin}}{l_{ef} \cdot \sqrt{C_p}} = 2'6922 \cdot 10^{-3}\ V/m$$

$$|P_{min}| = \frac{|E|_{min}^2}{\eta_0} = 1'922518 \cdot 10^{-8}\ W/m^2$$

y como $|P| = \frac{W_{rad}}{4\pi d^2} \cdot D$

se obtiene

$$d_{max} = \sqrt{\frac{W_{rad} \cdot D}{4\pi\, |P_{min}|}} = 19'74\ km$$

k) A 15 km se coloca un transmisor con PIRE = 1dBW. Calcular temperatura equivalente de ruido de la antena en el momento en el que el sol entra por una dirección en la que el diagrama cae 3dB.

$$T_a = \frac{1}{4\pi} \iint T(\theta,\varphi) \cdot D(\theta,\varphi)\, d\Omega$$

$$T(\theta,\varphi) = cte = T_{sol}$$
$$D(\theta,\varphi) = cte \text{ en } \Omega_{sol} = D_{\text{direccion sol}}$$

$$T_a = \frac{T_{sol} \cdot D_{\text{direccion sol}} \cdot \Omega_{sol}}{4\pi} = \frac{\frac{197000}{2 \cdot 10^9} \cdot \overbrace{D \cdot 10^{-\frac{3}{10}}}^{\text{D direccion sol ya que cae 3dB}} \cdot 6 \cdot 10^{-5}}{4\pi}$$

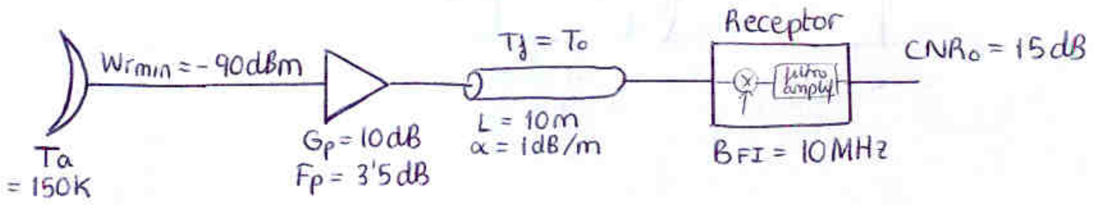
Falta obtener D

Problema 1

$d = 50\,km$ $\qquad G = 37\,dB$

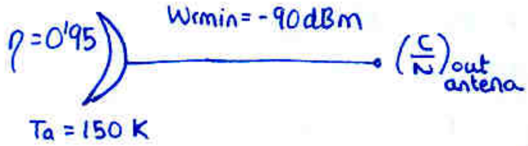
$f = 10\,GHz$

$\eta = 0'95$



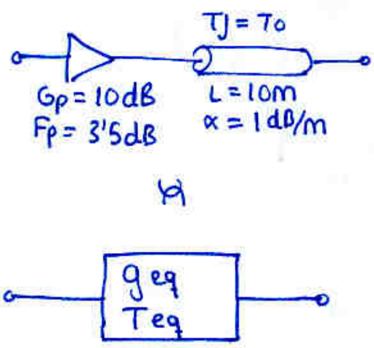
a) Valor máximo de factor de ruido del receptor para que a su salida haya CNR mínimo 15dB para una potencia umbral -90dBm

1. Calcularé $\left(\frac{C}{N}\right)$ a la salida de la antena



$$\left(\frac{C}{N}\right)_{\substack{out\\antena}} = \frac{W_r}{W_n} = \frac{W_r}{KT_aB\cdot\eta + KT_fB(1-\eta)} = \frac{W_r}{KB(T_a\eta + T_f(1-\eta))}$$

2. El conjunto amplif + cable



$$F_{cable} = \underset{total}{\text{atenuación}} = \alpha\cdot d = 10\,dB$$

$$f_{cable} = 10$$

$$g_{cable} = \frac{1}{10}$$

$$G_p = 10\,dB \rightarrow g_p = 10$$

$$F_p = 3'5\,dB \rightarrow f_p = 10^{0'35}$$

$$g_{eq} = g_p \cdot g_{cable} = 1$$

$$T_{eq} = T_o(f_{eq} - 1) \qquad \text{siendo: } f_{eq} = f_p + \frac{f_{cable} - 1}{g_p} = 10^{0'35} + \frac{9}{10}$$

$$T_{eq} = 290\cdot\left[10^{0'35} + \frac{9}{10} - 1\right] = 620'23\,K$$

3. Por tanto:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{\substack{entrada\\receptor}} = \frac{W_r\cdot g_{eq}}{KBg_{eq}\left[T_a\eta + T_f(1-\eta) + T_{eq}\right]} = \frac{10^{-\frac{90}{10}}\cdot 10^{-3}}{1'38\cdot 10^{-23}\cdot 10\cdot 10^{6}\cdot\left[150\cdot 0'95 + 290\cdot 0'05 + 620\right]}$$

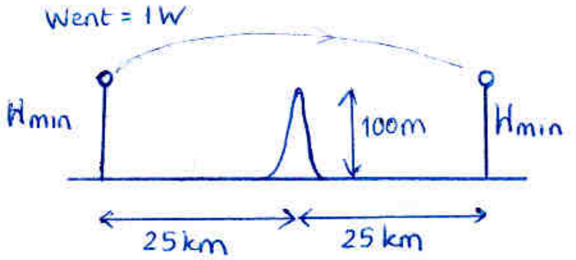
$$= 9'3261 = 9'696\,dB$$

4. Como $9'696\,dB < 15\,dB$, no hay ninguna posible F que logre cumplir lo especificado.

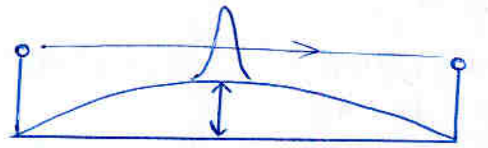
$$\left(\frac{S}{N}\right)_o = \frac{\left(\frac{S}{N}\right)_i}{1 + \frac{T_e}{T_s}} \rightarrow T_e = T_s\left[\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_i}{\left(\frac{S}{N}\right)_o} - 1\right] = (150\cdot 0'95 + 290\cdot 0'05 + 620)\left[\frac{9'3261}{10^{1'5}} - 1\right] = -547'97\,K$$

$$F = 1 + \frac{T_e}{T_o} = -0'890$$

b)



$\Rightarrow$

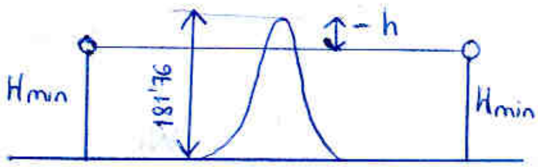


flecha (25km, 25km)

$$= \frac{d_1 \cdot d_2}{2ka} = \frac{25 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^3}{2 \cdot 0'6 \cdot 6370 \cdot 10^3}$$

$$= 81'76 \text{ m}$$

Por tanto tenemos:



$$-h = 187'76 - H_{min}$$

$$\Downarrow$$

$$H_{min} = 187'76 + \underbrace{h_{min}}_{\text{recordar que será negativa}}$$

Hay que halla h_{min} que cumpla lo especificado

$$\boxed{W_{rec\ \text{espacio libre}} = \frac{W_{ent} \cdot D_t \cdot D_r \cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} = \frac{W_{ent} \cdot G_t \cdot G_r}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2}} = \frac{W_{ent} \cdot G_t \cdot G_r}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2}$$

$$W_{rec} = \frac{W_{ent} \cdot G_t \cdot G_r}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} \cdot \left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2 \geq W_{rmin} = 10^{-9} \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

Recuerda: al incluir η_t y η_r estás haciendo $\frac{W_{rec}}{W_{ent}}$ ← y no W_{rad} (W_{rad} es lo que haces para $\rho = \frac{W_{rad} \cdot D}{4\pi R^2}$ por eso te confundes)

de donde $\left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2 \geq \frac{10^{-12} \cdot \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2}{W_{ent} \cdot G_t \cdot G_r} = 1'74629 \cdot 10^{-5}$

$$\left|\frac{E_T}{E_0}\right| \geq 4'17886 \cdot 10^{-3}$$

20 log Ans

10 log Ans

$$\left|\frac{E_T}{E_0}\right| \geq -47'579 \text{ dB}$$

mirando en la gráfica para $\rho = 0$

Hay que interpolar.

si en 29mm baja 10dB para bajar 47 habrá que recorrer 136'3mm, que en el eje h/R_1 que va a 1 cada 30mm son 4'543

$$\frac{h}{R_1} \geq -5'04 \rightarrow h \geq -5'04 \cdot \underbrace{\sqrt{\lambda \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}}}_{5\sqrt{15} \text{ m}}$$

$$h \geq -97'60 \text{ m}$$

Por tanto, finalmente:

$$H_{min} = 187'76 - 97'60 = 90'16 \text{ m}$$

$$\boxed{H_{min} = 90'16 \text{ m}}$$

Problema 2

Antena transmisora: Dipolo elemental de 10 cm $f = 300\,MHz$

PIRE 30 dBm $= 1W$

$\hookrightarrow D(\theta,\varphi) = \frac{3}{2}\sin^2\theta$

$t(\theta,\varphi) = \sin^2\theta$

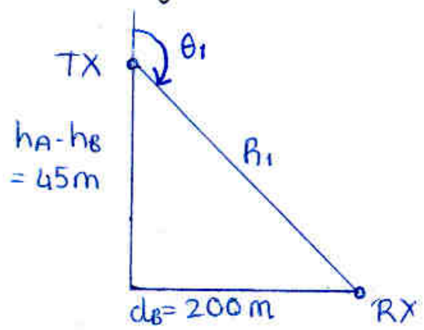
Antena receptora: Isotrópica $\Rightarrow D(\theta,\varphi) = t(\theta,\varphi) = 1$

$R_s = 30\Omega = R_{\Omega}$

$R_r = 50\Omega$

a) Calcular E en dBµV/m debido a cada una de las contribuciones

· Rayo directo:



$R_1 = \sqrt{200^2 + 45^2} = 205\,m$

$\theta_1 = \pi - \text{arctg}\left(\frac{200}{45}\right) = 1'792\,rad = 102'68°$

$D_{TX}(\theta_1) = \frac{3}{2}\sin^2\theta = \frac{2400}{1681} \simeq 1'4277$ $\quad t(\theta_1) = \frac{1600}{1681}$

$D_{RX} = 1$

sabiendo

$$P = \frac{W_{rad}}{4\pi R_1^2}\cdot D_{TX}(\theta_1) = \frac{|E|^2}{\eta_0}$$

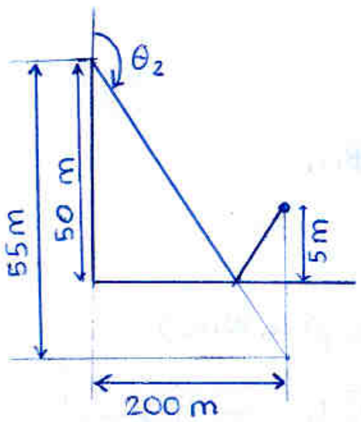
se obtiene: Aquí SI en Wrad

$$\boxed{|E_1| = \sqrt{\eta_0\cdot\frac{W_{rad}\cdot D_{TX}(\theta_1)}{4\pi R_1^2}} = \sqrt{\eta_0\cdot\frac{PIRE\cdot t(\theta_1)}{4\pi R_1^2}}} = \sqrt{120\pi\cdot\frac{1\cdot\frac{1600}{1681}}{4\pi\, 205^2}} = 0'026\ldots\ V/m$$

$|E_1| = 20\log(E_1\cdot 10^6) = 88'32\ dB\mu V/m$

· onda reflejada en el agua

$$\left|\frac{E_T}{E_1}\right| = \left|1 + \rho\cdot\frac{R_1}{R_2}\cdot\sqrt{\frac{D_{TX}(\theta_2)\cdot D_{RX}}{D_{TX}(\theta_1)\cdot D_{RX}}}\cdot e^{-jk(R_2-R_1)}\right| = \left|\frac{E_1+E_2}{E_1}\right|.$$



$R_2 = \sqrt{55^2 + 200^2} = \sqrt{43025} \simeq 207'42\,m$

$\theta_2 = \pi - \text{arctg}\left(\frac{200}{55}\right) = 1'839\,rad$

$t(\theta_2) = \sin^2(\theta_2) = \frac{1600}{1721} \simeq 0'92969$

$D_{TX}(\theta_2) = \frac{3}{2}\sin^2(\theta_2) = \frac{2400}{1721}$

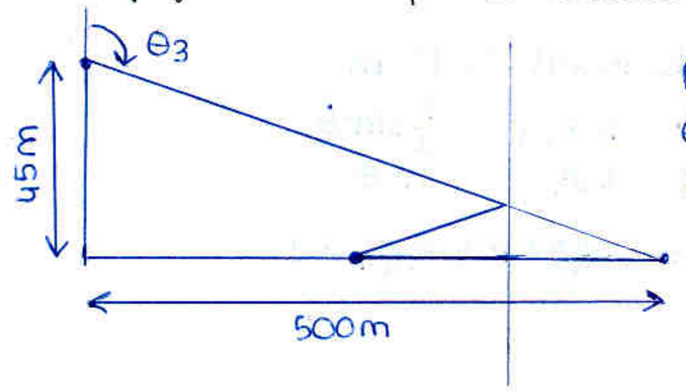
$\rho = -1$

$$\boxed{|E_2| = \left|\rho\cdot\frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{D_{TX}(\theta_2)\cdot D_{RX}}{D_{TX}(\theta_1)\cdot D_{RX}}}\cdot e^{-jk(R_2-R_1)}\right|\cdot|E_1|}$$

$$= \left|-\frac{1681}{1721}\,e^{-j\frac{2\pi}{1}(\sqrt{43025}-205)}\right|\cdot 0'0261 = 0'0255\ V/m$$

$|E_2| = 20\log(|E_2|\cdot 10^6) = 88'11\ dB\mu V/m$

· onda reflejada en la pared rocosa



$R_3 = \sqrt{500^2+45^2} = \sqrt{252025} = 502'02\,m$

$\theta_3 = \pi - \text{arctg}\left(\frac{500}{45}\right) = 1'66055$ rad

$t(\theta_3) = \sin^2\theta_3 = 0'9919650828$

$D(\theta_3) = 1'487947624$

$\rho = -0'65$ (polarización vertical)

$$|E_3| = \left|\rho \cdot \frac{R_1}{R_3} \cdot \sqrt{\frac{D_{TX}(\theta_3)\cdot D_{RX}}{D_{TX}(\theta_1)\cdot D_{RX}}} \cdot e^{-jk(R_3-R_1)}\right| \cdot |E_1|$$

$$= 7'06318 \cdot 10^{-3}\ V/m$$

$$|E_3| = 76'98\ dB\mu V/m$$

b) Intensidad de campo eléctrico total en dBµV/m

$$\boxed{\begin{gathered} |E_T| = |E_1| \cdot \sqrt{Cm} \\ Cm = \left|1 + \rho_{agua} \cdot \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{D_{TX}(\theta_2)\cdot D_{RX}}{D_{TX}(\theta_1)\cdot D_{RX}}} \cdot e^{-jk(R_2-R_1)} + \rho_{roca} \cdot \frac{R_1}{R_3}\sqrt{\frac{D_{TX}(\theta_3)\cdot D_{RX}}{D_{TX}(\theta_1)\cdot D_{RX}}}\, e^{-jk(R_3-R_1)}\right|^2 \end{gathered}}$$

$$Cm = \left|1 - \frac{1681}{1721} e^{-j2\pi(2'424685)} - 0'2709676619\, e^{-j2\pi(297'0209159)}\right|^2 = 2'7936$$

se me habría olvidado !!!!

Por tanto

$$|E_T| = |E_1|\sqrt{Cm} = 0'043567\ V/m \underset{20\log}{=} 92'78\ dB\mu V/m$$

Potencia recibida

Aquí NO en Wrad — SE ME OLVIDABA

$$\boxed{W_{rec} = \frac{W_{ent} \cdot D_{TX}(\theta_1) \cdot D_{RX} \cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_1}{\lambda}\right)^2} \cdot Cm = \frac{PIRE_{TX} \cdot t(\theta_1) \cdot D_{RX} \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_1}{\lambda}\right)^2} \cdot Cm}$$

sólo nos falta $\eta_r = \frac{50\Omega}{30+50\Omega} = 0'625$

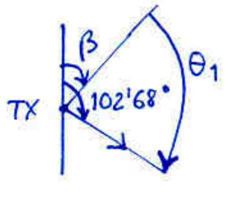
$$W_{rec} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 0'625 \cdot \frac{1600}{1681}}{\left(\frac{4\pi \cdot 205}{1}\right)^2} 2'7936 = 2'504 \cdot 10^{-7}\,W = -36'01\ dBm$$

c) Inclinación β para máxima potencia recibida

máxima potencia $\Rightarrow$ máximo $Cm \cdot t(\theta_1)$ ← (Lo que depende de β en Wrec)

$$t(\theta_1)\cdot Cm = t(\theta_1)\cdot\left|1 + \frac{1}{\sqrt{D(\theta_1)}}\left[k_1\sqrt{D(\theta_2)} + k_2\sqrt{D(\theta_3)}\right]\right| \underset{D(\theta_1) = D\cdot t(\theta_1)}{=} \left|t(\theta_1) + \frac{\sqrt{t(\theta_1)}}{D}\left[k_1\sqrt{D(\theta_2)} + k_2\sqrt{D(\theta_3)}\right]\right|$$

será máxima cuando $t(\theta_1)$ sea máxima (sin tener en cuenta la variación de $D(\theta_2)$ y $D(\theta_3)$ que probablemente será importante pero difícil de estudiar (incluso cambiaría ρ_{roca} porque ya no sería polarización vertical)



$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \beta = 102'68° - 90° = 12'68°$

Problema 1 - Enero 2005

a)

Parabólica

$\varnothing = 8\,cm$

$f = 45\,GHz$

$\eta_{ilT} = 0'75$

$\eta_t = 0'95$

Calcular D

$$A_{ef} = A_{geom} \cdot \eta_{ilT}$$
$$= \pi r^2 \cdot \eta_{ilT}$$
$$= \pi \left(\frac{0'08}{2}\right)^2 \cdot 0'75 = \frac{3\pi}{2500} \simeq 3'77 \cdot 10^{-3}\, m^2$$

$$\frac{D}{A_{ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \longrightarrow D = A_{ef} \cdot \frac{4\pi}{\lambda^2} = 1065'917$$

$$G = \eta_t \cdot D = 1012'62$$

En cuanto al $\Delta\theta_{-3dB}$

Como $D > 20\,dB \Rightarrow$ aproximación piramidal $\Rightarrow \Omega_{eq} = (\Delta\theta_{-3dB})^2$

Por tanto

$$\Delta\theta_{-3dB} = \sqrt{\Omega_{eq}} = \sqrt{\frac{4\pi}{D}} = 0'10858\ rad$$
$$= 6'2211^\circ$$

b) Enlace 1km.

Calcular campo incidente en la antena receptora

$$P = \frac{|E|^2}{\eta_0}$$

$$|E| = \sqrt{\eta_0 P} = \sqrt{\eta_0 \cdot \frac{W_{rad} \cdot D}{4\pi d^2}} = \sqrt{\eta_0 \frac{W_{ent} \cdot \eta_t \cdot D}{4\pi d^2}} = \sqrt{\eta_0 \frac{W_{ent} \cdot G}{4\pi d^2}}$$

$$|E| = \sqrt{120\pi \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 1012'62}{4\pi \cdot 1000^2}} = 0'01742946\ V/m$$
$$= 84'83\ dB\mu V/m$$

$20 \log (V/m \cdot 10^6)$

Tensión en bornas de la antena en circuito abierto

$C_p = 0'8$

$R_a = 300\,\Omega$

Considerar adaptación impedancias

$$\boxed{A_{ef} = \frac{\eta_0 \cdot l_{ef}^2}{4 R_r} \qquad l_{ef} = \sqrt{\frac{4 R_r A_{ef}}{\eta_0}}}$$

$$A_{ef\,\text{con perd}} = \frac{\eta_0 \cdot l_{ef\,\text{con perd}}^2}{4 R_a}$$

$$= l_{ef} = \sqrt{\frac{4 R_a A_{ef\,\text{con perd}}}{\eta_0}}$$
$$= \sqrt{\frac{R_a G \lambda^2}{\pi \eta_0}}$$
$$= 0'1067\ m$$

NOTA

$R_r \cdot A_{ef} = R_a \cdot A_{ef\,\text{con perd}}$

$= R_a \cdot A_{ef} \cdot \eta_r$

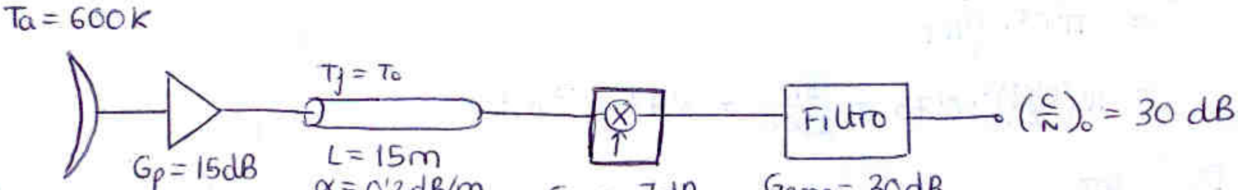
Recuerda

$$\frac{D}{A_{ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \qquad \frac{G}{A_{ef\,\text{con perd}}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = \frac{1}{150}\ m$$

$$V_a = l_{ef} \cdot E \cdot \sqrt{C_p} = 1'663\ mV$$

c) Máximo ancho de banda equivalente de ruido para una relación portadora a ruido de 30dB a la salida del receptor

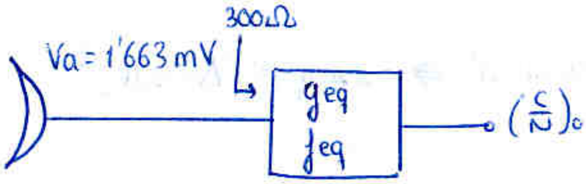


$G_p = 15$dB, $F_p = 4$dB; $g_p = 31'622$, $f_p = 2'5119$

$L = 15$m, $\alpha = 0'2$ dB/m; $g_{cable} = \frac{1}{2}$, $f_{cable} = 2$

$G_m = -7$dB, $F_m = 6$ dB; $g_m = 0'1995$, $f_m = 3'9811$

$G_{amp} = 30$dB, $F_{amp} = 8$ dB; $g_{amp} = 1000$, $f_{amp} = 6'3096$

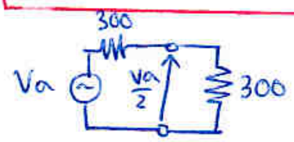


$$g_{eq} = g_p \cdot g_{cable} \cdot g_m \cdot g_{amp} = 3154'2945$$

$$f_{eq} = f_p + \frac{f_{cable} - 1}{g_p} + \frac{f_m - 1}{g_p \cdot g_{cable}} + \frac{f_{amp} - 1}{g_p \cdot g_{cable} \cdot g_m} = 4'4154$$

$$T_{eq} = T_o(f_{eq} - 1) = 990'45 \text{ K}$$

$$\boxed{\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{W_{rec}}{W_n} = \frac{\left(\left(\frac{V_a}{2}\right)^2 / R_a\right) \cdot \cancel{g_{eq}}}{K \cdot B \cdot (T_a \eta_r + T_f(1-\eta_r) + T_{eq}) \cdot \cancel{g_{eq}}}} \geq 10^{\frac{30dB}{10}} = 1000$$

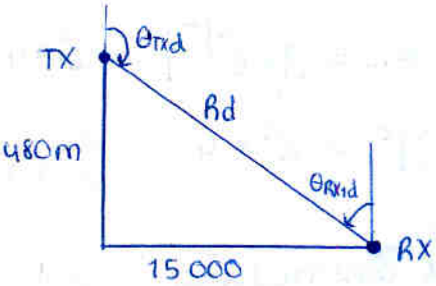


$$\left(\frac{C}{N}\right)_o = \frac{2'30464 \cdot 10^{-9}}{2'173431 \cdot 10^{-20} B} \geq 1000$$

$$B \leq 106'04 \text{ MHz}$$

Problema 2 - Enero 2005

a) considerando espacio libre, hallar potencia recibida (en dBm) en RX1 (considerar adaptación de impedancias)



$$R_d = \sqrt{15000^2 + 480^2} = 15007'678 \ m$$

$$\theta_{TXd} = \pi - \text{arctg}\left(\frac{15000}{480}\right) = 1'602785 \ rad$$

$$\theta_{RXd} = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{480}{15000}\right) = 1'538807 \ rad$$

$$t(\theta_{TXd}, \varphi) = 0'9985 \simeq 1$$

$$t(\theta_{RXd}, \varphi) = 0'9985 \simeq 1$$

! → Went

$$W_{rec} = \frac{\cancel{W_{rad}} \cdot D(\theta_{TX},\varphi) \cdot D(\theta_{RX},\varphi) \cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_d}{\lambda}\right)^2} = \frac{PIRE \cdot t(\theta_{TX},\varphi) \cdot D_{RX}(\theta_{RX},\varphi) \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_d}{\lambda}\right)^2}$$

como estamos, aproximadamente, en la dirección de máxima radiación

$$W_{rec} = \frac{PIRE \cdot D \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_d}{\lambda}\right)^2}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f} = 8/3 \ m$$

me falta D:

$$PIRE = W_{ent} \cdot G \rightarrow G = \frac{PIRE}{W_{ent}} = \frac{10^{\frac{43'34}{10}} \cdot 10^{-3}}{20}$$

$$G = 1'078872205$$

$$D = \frac{G}{\eta_r} = 1'34859$$

Por tanto

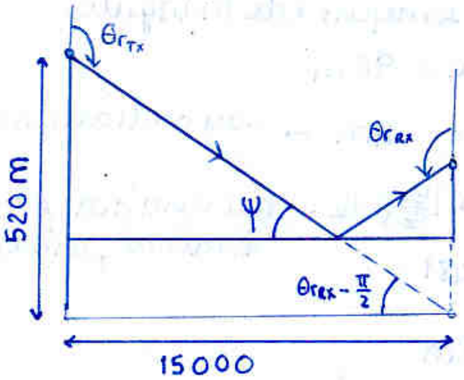
$$W_{rec} = \frac{10^{\frac{43'34-30}{10}} \cdot 1'34859 \cdot 0'8}{\left(\frac{4\pi \cdot 15007'678}{8/3}\right)^2} = 4'654367 \cdot 10^{-9} \ W = -53'32 \ dBm$$

b) Potencia recibida considerando reflexión en el suelo

No hay mas que hacer $W_{rec} = W_{rec\,directo} \cdot C_m$

siendo

$$C_m = \left| 1 + \rho \cdot \frac{R_d}{R_r} \sqrt{\frac{D_{TX}(\theta_r) \cdot D_{RX}(\theta_r)}{D_{TX}(\theta_d) \cdot D_{RX}(\theta_d)}} e^{-jk(R_r - R_d)} \right|^2$$



$$R_r = \sqrt{15000^2 + 520^2} = 15009'01 \ m$$

$$\theta_{r_{TX}} = \pi - \text{arctg}\left(\frac{15000}{520}\right) = 1'60545 \ rad$$

$$\theta_{r_{RX}} = \frac{\pi}{2} + \text{arctg}\left(\frac{520}{15000}\right) = 1'60545 \ rad$$

$$t(\theta_{r_{TX}}) = t(\theta_{r_{RX}}) = 0'998 \simeq 1$$

$$\psi = \text{arctg}\left(\frac{520}{15000}\right) = 0'0347 \ rad \simeq 0$$

Como $\psi \simeq 0 \Rightarrow$ $\boxed{\text{Incidencia rasante} \Longrightarrow \begin{array}{l}\rho = -1 \\ \Delta R = R_r - R_d = 2\frac{h_T h_R}{R} = \ldots = \frac{4}{3}\end{array}}$

$$\boxed{\begin{array}{l} C_m = \left|1 - e^{-jk\Delta R}\right|^2 \\ \quad = \left|2\sin\left(\frac{k\Delta R}{2}\right)\right|^2 \end{array}} \begin{array}{l} = \left|1 - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\cdot 2\frac{h_T h_R}{R}}\right|^2 = \ldots = \left|1-e^{-j\pi}\right|^2 = 2^2 = 4 \\ = \ldots = \left|2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right|^2 = 2^2 = 4 \leftarrow \end{array}$$

sirve en ambos caminos

el campo es el doble.

La potencia es el CUÁDRUPLE

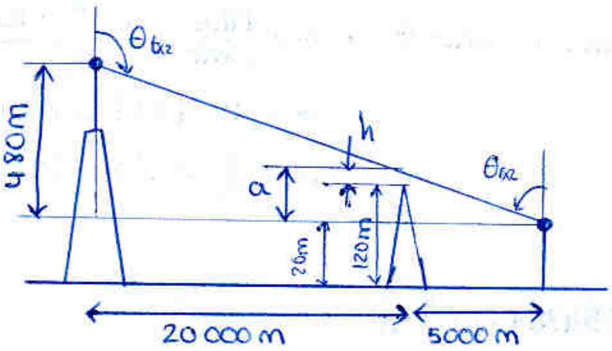
Por tanto $C_m = 2 \Rightarrow$ Hay interferencia totalmente constructiva

$\Downarrow$

La potencia recibida será 4 veces la recibida en rayo directo

$$W_{rec} = W_{rec\,directo} + 6'02\,dB$$
$$= -47'30\,dBm$$

c) Potencia recibida en el RX-2 considerando la difracción de la montaña



$R_d = \sqrt{25000^2 + 480^2} = 25004'61\ m$

$\theta_{tx_2} = \pi - \text{arctg}\left(\frac{25000}{480}\right) = 1'56\ rad$

$\theta_{rx_2} = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{480}{25000}\right) = 1'55\ rad$

$t(\theta_{tx_2}, \varphi) \simeq 1 \to D(\theta_{tx_2}, \varphi) \simeq D$

$t(\theta_{rx_2}, \varphi) \simeq 1 \to D(\theta_{rx_2}, \varphi) \simeq D$

$$W_{rec} = \frac{W_{ent}\cdot D_{tx}\cdot D_{Rx}\cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R_d}{\lambda}\right)^2} \cdot \left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2 = 1'677\cdot 10^{-9} \cdot \left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2$$

$\left|\frac{E_T}{E_0}\right|^2$ será el efecto de la difracción. Hay que hallar $\frac{h}{R_1}$

Hay que hallar R_1

$$R_1 = \sqrt{\lambda \cdot \frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2}} = \sqrt{\frac{8}{3}\cdot\frac{100\cdot 10^6}{25\cdot 10^3}} = \frac{80\sqrt{15}}{3}$$

Hay que hallar h

$$h = a - (120 - 20) = a - 100$$

Hallamos 'a' por semejanza de triángulos

$$\frac{480}{25000} = \frac{a}{5000} \to a = 96\,m$$

Por tanto $h = -4m \to$ hay ocultamiento

$\frac{h}{R_1} = -\frac{\sqrt{15}}{10} = -0'03873$ Que corresponde a un $\left|\frac{E_T}{E_0}\right|$ de: (mirar gráfica $\rho = 0$ obstáculo puntiagudo)

$$\left|\frac{E_T}{E_0}\right| = -6\,dB = 10^{-\frac{6}{20}} = 0'50$$

$W_{rec} = W_{rec\,directo} \cdot 0'5^2 = 4'1925\cdot 10^{-10}\,W = -63'7\,dBm$

$W_{rec} = W_{rec\,directo}\,(dBm) - 6dB = -57'75dBm - 6dB = -63'75\,dBm$ ///

date cuenta que los 6 dB se restan tal cual

$\left(\frac{E_T}{E_0}\right) = 0'5 \xrightarrow{20\log} = -6dB$
$\left(\frac{E_T}{E_0}\right)^2 = 0'25 \xrightarrow{10\log} = -6dB$
} he ahí lo bueno de los dB. No distinguen entre potencia y tensión

Problema 1. Enero 2003

$f = 3GHz \rightarrow \lambda = 0'1m$
$B = 3MHz$
Reflectores parabólicos $\eta_{ilT} = 0'75$
$\eta_t = \eta_r = 0'95$
$G = 16\,dBd = 10\log\left(\frac{G}{1'64}\right) \rightarrow G = 65'29$

a) Calcular diámetro de los reflectores

$G = \eta \cdot D \rightarrow D = \frac{G}{\eta} = 68'726$

$$\boxed{\frac{D}{A_{ef}} = \frac{4\pi}{\lambda^2}} \rightarrow \boxed{A_{ef} = \frac{\lambda^2 D}{4\pi} = A_{geom} \cdot \eta_{ilT}} = \pi\left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 \eta_{ilT}$$

$$\varnothing = 2\sqrt{\frac{\lambda^2 D}{4\pi^2 \eta_{ilT}}} = 0'3047m = 30'47\,cm \simeq 0'3m$$

b) $C_a = 0'9$ calcular l_{ef}
$R_L = 50\Omega$

$$\boxed{C_a = \frac{4 \cdot R_a \cdot R_L}{(R_a+R_L)^2 + (X_a+X_L)^2} = \frac{4 R_a R_L}{(R_a+R_L)^2}} \qquad \frac{4 \cdot 50 \cdot R_a}{(50+R_a)^2} = 0'9$$

suponiendo que estamos a la frecuencia de resonancia

$$200\,R_a = 0'9\,(50^2 + 100 R_a + R_a^2)$$

$$0'9\,R_a^2 - 110\,R_a + 2250 = 0 \quad \begin{cases} R_a = 96'25\Omega \\ R_a = 25'97\Omega \end{cases}$$

$$A_{ef\,con\,perd} = \frac{\eta_0\, l_{ef}^2}{4R_a} \Rightarrow l_{ef} = \sqrt{\frac{4 R_a A_{ef\,con\,perd}}{\eta_0}} = \sqrt{\frac{4 R_a A_{ef}\, \eta_r}{\eta_0}} = \begin{cases} R_a = 96'25\Omega: & 0'7237m \\ R_a = 25'97\Omega: & 0'3759m \end{cases}$$

$$\boxed{A_{ef} = \frac{\lambda^2 D}{4\pi}} = 0'53977\,m^2$$

$$\boxed{A_{ef\,con\,perd} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi} = A_{ef} \cdot \eta_r}$$

Nos interesará mas $l_{ef} = 0'7237m$

c) $d = 10km$
$W_{ent} = 1W$
sensibilidad en recepción $= -60dBm \rightarrow W_{rec\,min} = 1 \cdot 10^{-9}\,W$
Calcular máximo desacoplo de polarización permitido

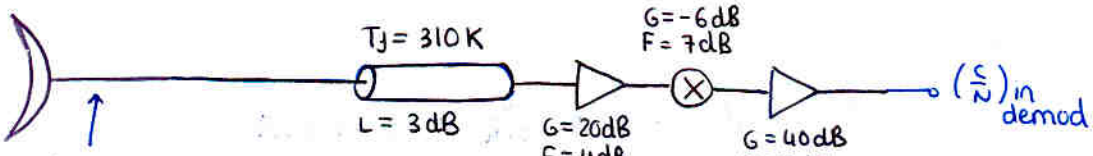
!!!

$$\boxed{W_{rec} = \frac{W_{ent} \cdot D_{Tx} \cdot D_{Rx} \cdot \eta_t \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} \cdot C_a\, C_p} = \frac{1 \cdot 68'726^2 \cdot 0'95^2}{\left(\frac{4\pi \cdot 10000}{0'1}\right)^2} \cdot 0'9$$

$$W_{rec} = 2'4291 \cdot 10^{-9}\, C_p \geq 1 \cdot 10^{-9}$$

$$C_p \geq \frac{1}{2'4291} = 0'4117$$

d) Calcular máxima T_a para $\left(\frac{C}{N}\right)_{in\ demod} \geq 40\,dB$



$W_s = W_{recmin} = -60\,dBm = 1\cdot10^{-9}\,W$

$\boxed{W_n = KB(T_a\eta + T_J(1-\eta))\cdot C_a}$

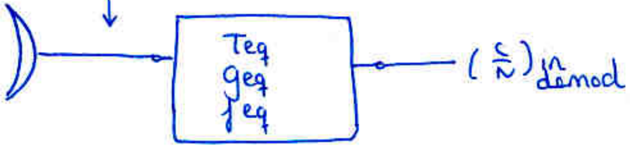
$g_1 = 0'5$

$f_1 = 1 + \frac{T_J}{T_0}(l-1) = 1 + \frac{310}{290}\cdot 1 = \frac{60}{29}$

$g_2 = 100$ $\quad f_2 = 2'512$

$g_3 = 0'251$ $\quad f_3 = 5'012$

$g_4 = 10000$ $\quad f_4 = 5'012$



$g_{eq} = g_1 \cdot g_2 \cdot g_3 \cdot g_4 = 125\,500$

$f_{eq} = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \frac{f_4 - 1}{g_1 g_2 g_3} = 5'493$

$T_{eq} = T_0(f_{eq} - 1) = 1303\,K$

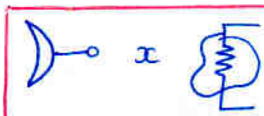
$$\boxed{\left(\frac{C}{N}\right)_{in\ demod} = \frac{W_{recmin}\cdot \cancel{g_{eq}}}{K\left((T_a\eta + T_J(1-\eta))^{C_a} + T_{eq}\right)\cdot B \cdot \cancel{g_{eq}}}} \geq 10^{\frac{40dB}{10}} = 10\,000$$

mal! No ha considerado Ca !!!!!!!!!

$$\cancel{\frac{1\cdot10^{-9}}{5'4585\cdot10^{-14} + 3'933\cdot10^{-17}\,T_a} \geq 10\,000}$$

$$\cancel{T_a \leq \frac{\left(1\cdot10^{-9}/10000\right) - 5'4585\cdot10^{-4}}{3'933\cdot10^{-17}}}$$

Truco:



$T = [T_a\eta_r + T_J(1-\eta_r)]\cdot C_a$

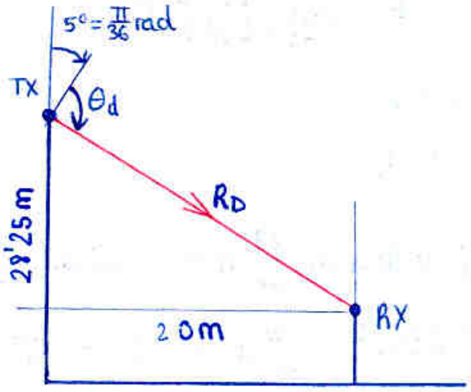
$$\boxed{\left(\frac{C}{N}\right)_{in\ demod} = \frac{W_{recmin}\cdot g_a}{K\left[[T_a\eta + T_J(1-\eta)]\cdot C_a + T_{eq}\right]B\cdot g_a}} \geq 10\,000$$

$$\frac{1\cdot10^{-9}}{5'4521\cdot10^{-14} + 3'5397\cdot10^{-17}\,T_a} \geq 10000 \rightarrow T_a \leq 1284'8\,K$$

Problema 2. Enero 2003

Estimación de cobertura en comunicaciones móviles

a) Considerando únicamente propagación en espacio libre, encuentre la intensidad de campo eléctrico en la posición 1.



$$R_D = \sqrt{20^2 + 28'25^2} = 34'61 \text{ m}$$

$$\theta d = \pi - \frac{\pi}{36} - \text{arctg}\left(\frac{20}{28'25}\right) = 2'438 \text{ rad}$$

$$t(\theta d, \varphi) = \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos(\theta d)\right)}{\text{sen}\,\theta d}\right)^2 = 0'3171$$

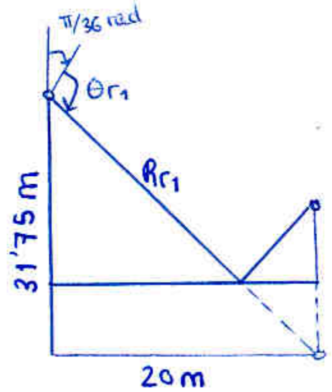
El receptor es un móvil, lo suponemos isotrópico, aunque para este apartado no importa

$$\boxed{|E_1| = \sqrt{\eta_0 P} = \sqrt{\eta_0 \frac{W_{rad} \cdot D_{TX}(\theta d, \varphi)}{4\pi R_D^2}} = \sqrt{\eta_0 \cdot \frac{PIRE \cdot t(\theta d, \varphi)}{4\pi R_D^2}}}$$

$$= \sqrt{120\pi \cdot \frac{10^{\frac{5'15}{10}} \cdot 0'3171}{4\pi \cdot 34'61^2}} = 0'161234 \text{ V/m} = 161'234 \text{ mV/m}$$

b) Intensidad del campo eléctrico considerando propagación multicamino

Geometría reflexión con suelo



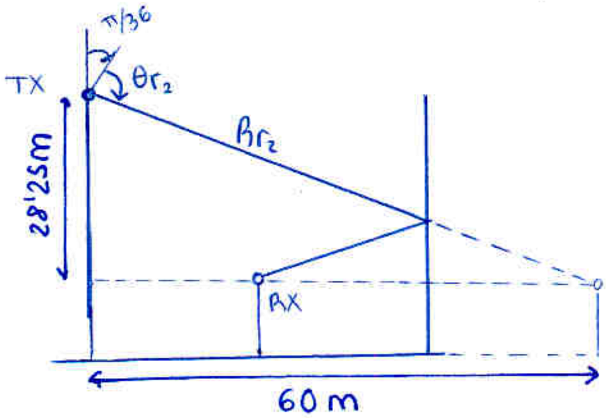
$$R_{r_1} = \sqrt{20^2 + 31'75^2} = 37'52 \text{ m}$$

$$\theta r_1 = \pi - \frac{\pi}{36} - \text{arctg}\left(\frac{20}{31'75}\right) = 2'492 \text{ rad}$$

$$t(\theta r_1, \varphi) = 0'2703$$

$$D(\theta r_1, \varphi) = D \cdot t(\theta r_1, \varphi) = 1'64 \cdot 0'2703 = 0'4434$$

Geometría reflexión con la pared



$$R_{r_2} = \sqrt{60^2 + 28'25^2} = 66'318 \text{ m}$$

$$\theta r_2 = \pi - \frac{\pi}{36} - \text{arctg}\left(\frac{60}{28'25}\right) = 1'9236 \text{ rad}$$

$$t(\theta r_2, \varphi) = 0'8326$$

$$D(\theta r_2, \varphi) = 1'3655$$

Por tanto:

$D(\theta d) = D \cdot t(\theta d) = 0'5200$

$$|E_1| = |E_{1\,directo}| \cdot \sqrt{Cm}$$

no incluyo D_{RX} porque en este modelo no hay que tenerlo en cuenta (el campo en ① no se ve afectado por el receptor) En realidad nunca habría que tenerlo en cuenta pero lo ponemos cuando conviene para contabilizar D_{RX}

siendo

$$\boxed{|Cm| = \left|\frac{E_{TOT}}{E_{dir}}\right|^2 = \left|1 + \rho_{suelo} \cdot \frac{Rd}{Rr_1} \cdot \sqrt{\frac{D(\theta r_1)}{D(\theta d)}} \cdot e^{-jk(Rr_1 - Rd)} + \rho_{po} \frac{Rd}{Rr_2} \sqrt{\frac{D(\theta r_2)}{D(\theta d)}}\, e^{-jk(Rr_2 - Rd)}\right|^2}$$

La polarización en vertical, por tanto: $\rho_{suelo} = -0'65$

$\rho_{pared} = -0'4$

calculando:

$$Cm = \left|1 - 0'554\, e^{-j\frac{873}{25}\pi} - 0'338 \cdot e^{-j\frac{9513}{25}\pi}\right|^2 = \left|1 - 0'554 \angle\left(-\frac{873}{25}\pi\right) - 0'338 \angle\left(-\frac{9513}{25}\pi\right)\right|^2$$

$$= \left|1 - 0'554 \angle\left(-\frac{873}{50}2\pi\right) - 0'338 \angle\left(-\frac{9513}{50}2\pi\right)\right|^2$$

quitando las partes enteras de 2π

$$= \left|1 - 0'554 \angle\left(-\frac{23}{50}2\pi\right) - 0'338 \angle\left(-\frac{13}{50}2\pi\right)\right|^2$$

$$= \left|1 - 0'554 \angle(-2'890) - 0'338 \angle(-1'634)\right|^2$$

$$= 2'653$$

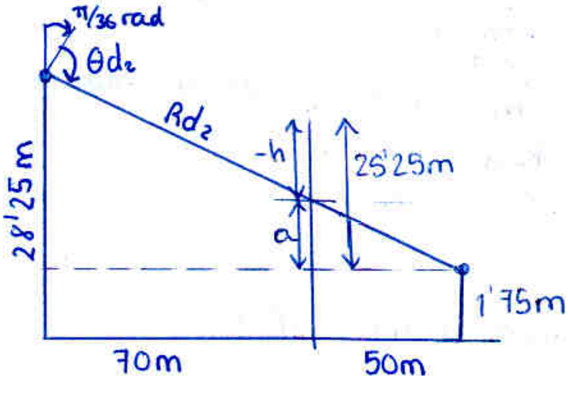
Interferencia constructiva

$$\left\{\begin{array}{ll} D(\theta r_1) = 0'4434 & k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot f}{C_0} = 12\pi \\ D(\theta r_2) = 1'3655 & \\ D(\theta d) = 0'5200 & \\ Rd = 34'61\,m & \\ R_1 = 37'52\,m & \\ R_2 = 66'32\,m & \end{array}\right.$$

$$|E_1| = |E_{direct}| \cdot \sqrt{2'653} = 0'26262\ V/m$$

c) Considerando únicamente difracción, encuentre la intensidad de campo eléctrico en la posición 2

Geometría:



$Rd_2 = \sqrt{120^2 + 28'25^2} = 123'28\,m$

$\theta d_2 = \pi - \frac{\pi}{36} - \text{arctg}\left(\frac{120}{28'25}\right) = 1'7147\,rad$

$t(\theta d_2, \varphi) = 0'9700$

$D(\theta d_2, \varphi) = 1'5909$

Por semejanza de triángulos:

$\frac{a}{50} = \frac{28'25}{120} \rightarrow a = 11'77\,m$

Despejamiento: $a - h = 25'25 \rightarrow h = -13'48\,m$

Radio de la primera zona de Fresnel: $R_1 = \sqrt{\lambda \cdot \frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} = \sqrt{\frac{c}{f}\frac{d_1 d_2}{d_1+d_2}} = 2'205\,m$

$\frac{h}{R_1} = -6'114$

mirando en la gráfica:

$20 \log \left|\frac{E_T}{E_d}\right| = -26\,dB \rightarrow \left|\frac{E_T}{E_{dir}}\right| = 0'05012$

Por tanto ahora solo falta hacer:

$$|E_T| = \underbrace{\sqrt{\eta_0 \frac{W_{rad} \cdot D(\theta d_2, \varphi)}{4\pi Rd_2^2}}}_{|E_{directo}|} \cdot \left|\frac{E_T}{E_{dir}}\right| = \sqrt{\eta_0 \frac{PIRE \cdot t(\theta d_2, \varphi)}{4\pi Rd_2^2}} \cdot \left|\frac{E_T}{E_{dir}}\right| = \dots = 3'968\,mV/m$$

d) Potencia en dBm recibida por los terminales móviles, considerándolos isotrópicos con eficiencia 0'8 y despreciando el efecto de polarización.

· Posición 2:

$$W_{rec} = \frac{W_{ent} \cdot D_{TX}(\theta d_2, \varphi) \cdot \eta_t \cdot D_{RX} \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi Rd_2}{\lambda}\right)^2} \cdot \left|\frac{E_T}{E_d}\right|^2 = \left\{ \begin{array}{l} W_{ent} \cdot D_{TX}(\theta d_2, \varphi) \cdot \eta_t \\ = PIRE \cdot t(\theta d_2, \varphi) \end{array} \right\}$$

$$= \frac{PIRE \cdot t(\theta d_2, \varphi) \cdot \eta_r \cdot D_{RX}}{\left(\frac{4\pi Rd_2}{\lambda}\right)^2} \cdot \left|\frac{E_T}{E_d}\right|^2 = \left\{ \begin{array}{l} PIRE = 10^{-\frac{5'15}{10}} \\ t(\theta d_2, \varphi) = 0'9700 \\ \eta_r = 0'8 \\ D_{RX} = 1 \\ Rd_2 = 123'28\,m \\ \lambda = \frac{c}{f} = 0'2\,m \\ \left|\frac{E_T}{E_d}\right|^2 = 0'05012^2 \end{array} \right\}$$

$= 6'5306 \cdot 10^{-16}\ W$ $10 \log(\text{Ans} \times 10^3)$

$= -121'85\ dB\mu W$

Posición 1

$$W_{rec} = \frac{PIRE \cdot t(\theta d_1, \varphi) \cdot D_{Rx} \cdot \eta_r}{\left(\frac{4\pi R d_1}{\lambda}\right)^2} \cdot C_m = \begin{cases} PIRE = 10^{\frac{5'15}{10}} \\ t(\theta d_1, \varphi) = 0'3171 \\ D_{Rx} = 1 \\ \eta_r = 0'8 \\ C_m = 2'653 \leftarrow \text{del apartado b)} \\ Rd_1 = 34'61 m \\ \lambda = 0'2 m \end{cases}$$

$$= 1'3681 \cdot 10^{-11} \ W$$

$$= -78'64 \ dBm$$

Otra forma mejor, ya que tenemos los campos, habría sido:

$$W_{rec} = \mathcal{P} \cdot A_{ef} \cdot \eta_r$$

como $P = \frac{|E|^2}{\eta_0}$

y $A_{ef} = \frac{\lambda^2 \cdot D}{4\pi} \underset{\substack{\uparrow \\ D=1}}{=} \frac{\lambda^2}{4\pi}$

queda

$$W_{rec} = \frac{|E|^2 \cdot \lambda^2 \cdot \eta_r}{4\pi \cdot \eta_0} \quad \begin{cases} \lambda = 0'2 m \\ \eta_r = 0'8 \\ \eta_0 = 120\pi \end{cases}$$

$$W_{rec} = 6'7547 \cdot 10^{-6} \cdot |E|^2 \ W$$

Posición 1 $\quad W_{rec} = 6'7277 \cdot 10^{-7} \ W$

Posición 2 $\quad W_{rec} = 2'6802 \cdot 10^{-8} \ W$

Mayo 2005

PROBLEMA 1 (4 puntos)

Se desea planificar un radioenlace punto a punto operando a una frecuencia de 3 GHz y transmitiendo una señal de 3 MHz. Las antenas son iguales (reflectores parabólicos con una eficiencia de iluminación total de 0.75, eficiencia de pérdidas óhmicas de 0.95 y ganancia 18 dB).

a) Calcular el diámetro de los reflectores. *(0.5 puntos)*

b) La antena receptora está conectada a un sistema receptor como el que se muestra en la figura 1, donde la impedancia de entrada es de 50 Ω. Teniendo en cuenta que la máxima desadaptación que se acepta entre la antena y el sistema receptor es del 90%, calcular la máxima longitud efectiva equivalente de esta antena que podría tener la antena. *(1.5 punto)*

c) La distancia que separa las dos antenas es de 10 km, y la potencia que se entrega a la antena transmisora es de 1 W. La sensibilidad del sistema en recepción es de –60 dBm. Considerando condiciones de espacio libre, calcular el máximo desacoplo de polarización permitido. *(0.5 punto)*

d) Teniendo en cuenta el sistema receptor que se muestra en la figura 1, calcular la máxima temperatura equivalente de ruido de antena para que la relación a la entrada del demodulador sea >40 dB. Comente el resultado en cuanto a las fuentes de ruido y su relación con la banda de frecuencia.

K (cte. de Boltzmann=$1.38 \cdot 10^{-23}$ J/k). *(1.5 puntos)*

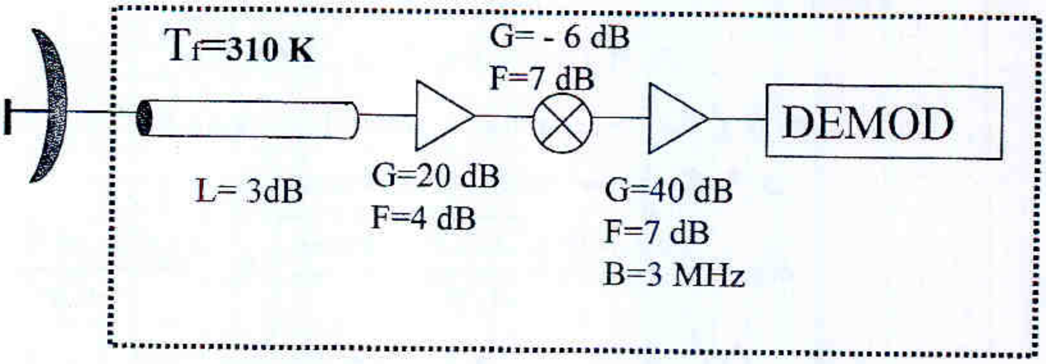


Figura 1. Esquema del sistema receptor

PROBLEMA 1

$f = 3\,GHz \Rightarrow \lambda = 0.1\,m$

$B = 3\,MHz$

$\eta_{ilT} = 0.75$

$\eta_r = \eta_t = 0.95$

$G = 18\,dB = 63.095$

a) ϕ?

$$A_{ef_{Tsp}} = A_{geom} \cdot \eta_{ilT} = \frac{\pi\phi^2}{4}\eta_{ilT}$$

$$\frac{A_{ef_{Tsp}}}{D} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \; ; \; A_{ef_{Tsp}} = D\lambda^2/4\pi$$

$$\frac{\pi\phi^2}{4}\eta_{il} = \frac{D\lambda^2}{4\pi} \; ; \; \phi = \left(\frac{D\lambda^2}{\eta_{ilT}\pi^2}\right)^{1/2} = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)\sqrt{\frac{D}{\eta_{ilT}}}$$

$$D = G/\eta_t \; ; \; \phi = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)\sqrt{\frac{G}{\eta_t\eta_{ilT}}} = \left(\frac{0.1}{\pi}\right)\sqrt{\frac{63.095}{0.95 \cdot 0.75}} = 0.299\,m \simeq 30\,cm$$

b) $Z_{in} = 50\,\Omega = R_L$

$C_a = 0.9$

l_{ef}?

$$C_a = \frac{4R_aR_L}{(R_a+R_L)^2} = 0.9 = \frac{4R_a \cdot 50}{(50+R_a)^2}$$

$$0.9(R_a+50)^2 = 200R_a \; ;$$

$$0.9(R_a^2 + 100R_a + 2500) = 200R_a \; ;$$

$$0.9R_a^2 - 110R_a + 2250 = 0$$

$$R_a = \frac{110 \pm \sqrt{110^2 - 8100}}{1.8} = \frac{110 \pm 63.24}{1.8} = \begin{cases} 96.24 \\ 25.97 \end{cases}$$

$$A_{ef} = \frac{l_{ef}^2\eta_0}{4R_a} \; ; \; l_{ef} = \left(\frac{4R_aA_{ef}}{\eta_0}\right)^{1/2} = 0.226\,m$$

$R_a = 96.24 \Rightarrow l_{ef\,max}$

$$A_{ef} = G\lambda^2/4\pi = 0.0502$$

c) $d = 10\,Km$

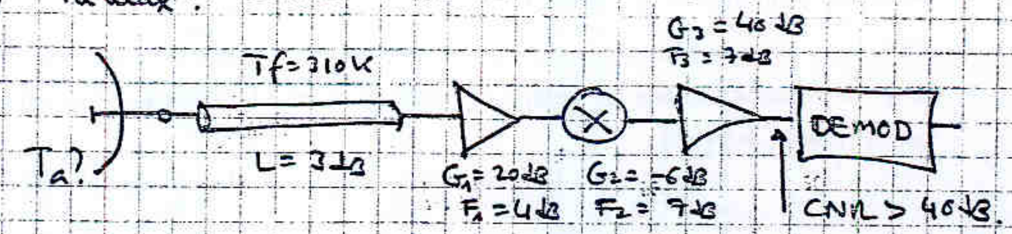
$W_{ent} = 1\,W$

$S = -60\,dBm = 10^{-6}\,mW = 10^{-9}\,W$

C_p?

$$W_r = \frac{W_{ent} \cdot G^2}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} C_p C_a \; ; \; C_p = \frac{S\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2}{G^2\,W_{ent} \cdot C_a} = 0.44$$

d) $T_{a\,max}$? $CNR \geq 40$ dB



LINEA $\begin{cases} T_{e_L} = T_f\,(L-1) \quad ; \; G_L = 0.5 \\ F_L = 1 + \dfrac{T_f}{T_0}(L-1) = 2.05 \end{cases}$

$G_1 = 100$ ‖ $G_2 = 0.25$ ‖ $G_3 = 10^4$

$F_1 = 2.51$ ‖ $F_2 = 5.01$ ‖ $F_3 = 5.01$

$$F_T = F_L + \frac{F_1 - 1}{G_L} + \frac{F_2 - 1}{G_L G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_L G_1 G_2} =$$

$$= 2.05 + \frac{1.51}{0.5} + \frac{4.01}{50} + \frac{4.01}{12.5} = 5.47$$

$$T_{e_T} = T_0\,(F_T - 1) = 1310 \text{ K}$$

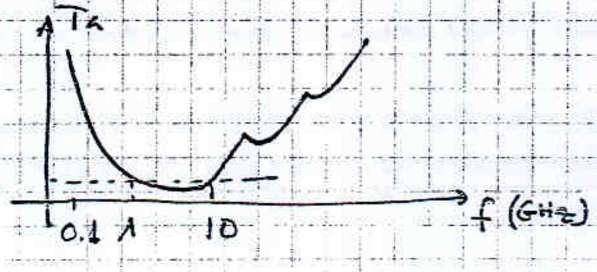
$$CNR = \frac{W_r \cdot C_a \cdot \eta_r}{\left[k T_a B \eta_r + k T_f B (1-\eta_r)\right] C_a + k T_e B}$$

Sustituyendo datos $\underline{\underline{T_a \approx 869.38\text{K}}}$

Del resultado se observa que $T_a < T_{e_T}$, es decir que el ruido externo es inferior al ruido interno (aunque no mucho menor).
Esto se debe a que:

$f < 30$ MHz ; $T_{EXT} >> T_{INT}$

$f > 300$ MHz : $T_{EXT} << T_{INT}$



Solución Problema 2 (4 Puntos)

En un gran premio de Formula 1, se pretende analizar el enlace de radiocomunicaciones entre el coche de carreras y el box del equipo, teniendo en cuenta la reflexión de la señal emitida provocada por la tribuna de boxes.

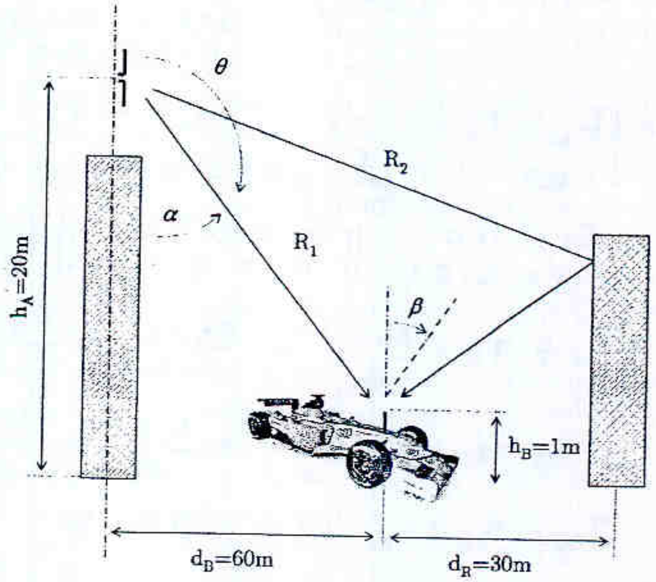


Figura 2. Esquema del enlace multicamino.

La antena transmisora situada en el box principal consiste en un dipolo corto de 50 cm. de longitud que emite con una potencia entregada de 0 dBW (1watt) a una frecuencia de 30 MHz (λ=10m). La resistencia superficial es de Rs=2.7e-3 Ω. Por otro lado la antena receptora situada en el coche es
$R\Omega$ también un dipolo corto de 30 cm. de longitud y con la misma resistencia superficial. Un estudio empírico de la superficie equivalente de la tribuna de boxes permite determinar el coeficiente de reflexión de dicha superficie de -0.55 en polarización horizontal y de -0.35 en polarización vertical. Nota: Debido a la reducida distancia entre emisor y receptor, no utilice aproximaciones para el cálculo de la diferencia de caminos.

A) Calcule la Intensidad de Campo Eléctrico (E) en dBµV/m que incide en la antena del coche debido a la señal directa sin tener en cuenta la señal reflejada por la tribuna para $\beta = 0$. (1 punto)
B) Calcule la Intensidad de Campo Eléctrico total en dBµV/m que incide en la antena del coche teniendo en cuenta la propagación multicamino para $\beta = 0$. (1 puntos)
C) Calcule la potencia recibida por la antena receptora debido a la propagación multicamino. (1 punto)
D) Determine la inclinación β que la antena receptora debería tener para que la potencia recibida por la antena del coche debido al multicamino fuera máxima. (1 punto)

A) Calcule la Intensidad de Campo Eléctrico (E) en dBµV/m que incide en la antena del coche debido a la señal directa sin tener en cuenta la señal reflejada por la tribuna para $\beta = 0$. (1 punto)

El Campo Eléctrico $|E|_i$ que incide sobre la antena receptora situada a una distancia R_i se calcula a partir de la densidad de potencia radiada $P_i = \frac{|E|_i^2}{\eta_o}$, con la expresión

$$|E|_i = \sqrt{\eta_o \frac{PIRE}{4\pi R_i^2} t(\theta,\varphi)} \text{ donde la } PIRE = W_{ENT} G_{MAX} = W_{RAD} D_{MAX} = W_{ENT} D_{MAX} \eta_T .$$

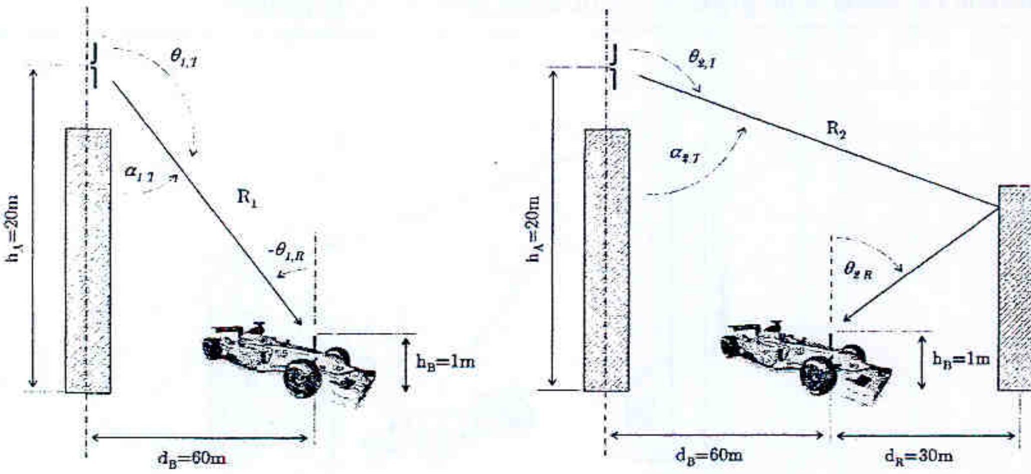
dato $\frac{3}{2}$ hay que calcular con Rr

Al tratarse de dipolos cortos, el diagrama de radiación tanto de la antena transmisora como de la antena receptora es $t(\theta,\varphi) = \sin^2(\theta)$ y la directividad $D(\theta,\varphi) = \frac{3}{2}\sin^2(\theta)$.

Sin embargo, la resistencia de radiación es 1/4 la resistencia de radiación de un dipolo elemental: $R_r = \frac{1}{4} \cdot 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \Omega$. Por tanto, para el cálculo de la PIRE hace falta previamente determinar la eficiencia en transmisión η_T.

$$R_{rT} = \frac{1}{4} \cdot 80\pi^2 \left(\frac{50e-2}{10}\right)^2 = 0.493\Omega \rightarrow \eta_T = \frac{R_r}{R_r + R_s} = \frac{0.493}{0.493 + 2.7 \cdot 10^{-3}} = 0.9946$$

$$R_{rR} = \frac{1}{4} \cdot 80\pi^2 \left(\frac{30e-2}{10}\right)^2 = 0.177\Omega \rightarrow \eta_R = \frac{R_r}{R_r + R_s} = \frac{0.177}{0.177 + 2.7 \cdot 10^{-3}} = 0.9850$$



Puesto que el diagrama de radiación de la antena transmisora y receptora depende del ángulo, habrá que determinar el ángulo θ_i de cada uno de los caminos R_i. Estos ángulos se determinan también a partir de los diagramas de posición del coche y antena.

Para la onda directa sobre el coche:

$$R_1 = \sqrt{(h_A - h_B)^2 + (d_B)^2} = 62.93m$$

$$\alpha_{1,T} = \arctan\left(\frac{d_B}{(h_A - h_B)}\right) = 72.42° \rightarrow \theta_{1,T} = 180 - \alpha_{1,T} = 107.57°(1.87rad) \rightarrow t_{1,T}(107.57°) = 0.9089$$

$$\theta_{1,R} = -\alpha_{1,T} = -72.42°(-1.26rad) \rightarrow t_{1,R}(-72.42°) = 0.9089$$

Para la onda reflejada en la tribuna de boxes:

$$R_2 = \sqrt{(h_A + h_B)^2 + (d_B)^2} = 121.49m$$

$$\alpha_{2,T} = \arctan\left(\frac{d_B}{(h_A + h_B)}\right) = 81.00° \rightarrow \theta_{2,T} = 180 - \alpha_{2,T} = 98.99°(1.72rad) \rightarrow t_{2,T}(98.99°) = 0.9755$$

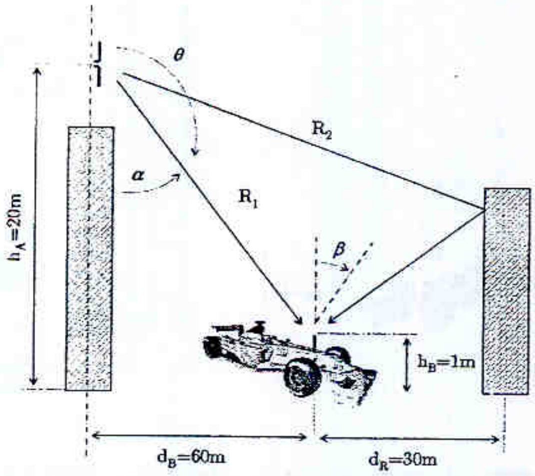
$$\theta_{2,R} = 90 - \arctan\left(\frac{h_A - h_B}{d_B + 2d_R}\right) = 81.00°(1.41rad) \rightarrow t_{2,R}(81.00°) = 0.9755$$

Por tanto, el campo eléctrico se obtiene tras determinar la PIRE:

$$P.I.R.E. = 1(watt) \cdot \frac{3}{2} \cdot 0.9481 = 1.4912(watt)$$

$$|E|_i = \sqrt{\eta_o \frac{PIRE}{4\pi R_i^2} t(\theta,\varphi)} \rightarrow |E|_1 = \sqrt{120\pi \frac{1.4912wat}{4\pi(62.93)^2} 0.9089} = 0.1013 \text{V/m} \rightarrow 100.1157 \text{ dB}\mu\text{V/m}$$

B) Calcule la Intensidad de Campo Eléctrico total en dBμV/m que incide en la antena del coche teniendo en cuenta la propagación multicamino para $\beta = 0$. (1 puntos)



El Campo Eléctrico total es $|E|_{TOTAL} = |E|_i \cdot \sqrt{C_m}$.

El coeficiente C_m tiene en cuenta la reflexión sobre la tribuna de boxes y los diagramas de radiación de antenas emisora y receptora.

$$C_m = \left|1+\rho_1 \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{D(\theta_{2,T})D(\theta_{2,R})}{D(\theta_{1,T})D(\theta_{1,R})}}\exp(-jk\Delta R_2)\right|^2$$

Puesto que la antena esta situada en el eje z, la polarización de la antena es vertical y por tanto el coeficiente de reflexión es de $\rho_1 = -0.35$.

$\Delta R_2 = R_2 - R_1 = 58.55\text{m}$

$D(\theta_{1,T}) = \frac{3}{2}t(\theta_{1,T}) = 1.36$, $D(\theta_{1,R}) = 1.36$, $D(\theta_{2,T}) = \frac{3}{2}t(\theta_{2,T}) = 1.46$, $D(\theta_{2,R}) = 1.46$.

$$C_m = \left|1+(-0.35)\frac{62.93}{121.49}\sqrt{\frac{1.46\cdot 1.46}{1.36\cdot 136}}\exp\left(-j\frac{2\pi}{10}(58.55)\right)\right|^2 = |0.8801-0.1533j|^2 = 0.798$$

$|E|_{TOTAL} = |E|_i \cdot \sqrt{C_m} = 0.0905\,\text{V/m} \rightarrow 99.133\ \text{dB}\mu\text{V/m}$

C) Calcule la potencia recibida por la antena receptora debido a la propagación multicamino. (1 punto)

La expresión de la potencia recibida es:

$$W_R = \frac{W_{ENT}D_T(\theta,\varphi)D_R(\theta,\varphi)\eta_T\eta_R}{\left(\frac{4\pi R_1}{\lambda}\right)^2}C_m = \frac{1\cdot 1.36\cdot 1.36\cdot 0.9946\cdot 0.9850}{\left(\frac{4\pi\cdot 62.9365}{10}\right)^2}0.798 = 2.323\text{e-}004\text{Watt} \rightarrow$$

W_R = -6.3395 dBm

D) Determine la inclinación β que la antena receptora debería tener para que la potencia recibida por la antena del coche debido al multicamino fuera máxima. (1 punto)

Para determinar la inclinación óptima de la antena receptora, se debería maximizar la potencia recibida por la antena receptora:

$$\max\{W_R\} = \max\left\{\frac{W_{ENT}D_T(\theta,\varphi)\mathbf{D_R}(\boldsymbol{\theta},\varphi)\eta_T\eta_R}{\left(\frac{4\pi R_1}{\lambda}\right)^2}C_m\right\} \rightarrow \frac{\partial W_R}{\partial\beta} = 0$$

$$\text{donde } C_m = \left|1+\rho_1 \frac{R_1}{R_2}\sqrt{\frac{D(\theta_{2,T})\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta}_{2,R})}{D(\theta_{1,T})\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta}_{1,R})}}\exp(-jk\Delta R_2)\right|^2$$

En esta expresión, todos los términos que dependen del ángulo β son los términos relacionados con la directividad que presenta la antena receptora ($\mathbf{D_R}(\theta\varphi)$). Como estos términos aparecen en la expresión de W_R y en el término C_m, la derivada parcial de la W_R respecto a β es bastante complicada.
Se puede suponer entonces que para maximizar la potencia recibida, podemos despreciar la potencia que nos llega de la reflexión multicamino, y obtener β de forma que se maximice la potencia que nos llega a través del rayo directo (que representa la mayor contribución).

Este máximo ocurre cuando la antena receptora presenta un máximo del diagrama de radiación en la dirección del rayo directo, es decir, cuando la antena receptora está perpendicular al rayo directo:

$$\beta = 90° - \alpha = 90 - 72.42° = 17.58°$$

RADIOCOMUNICACIONES

Convocatoria ordinaria, 29 de enero de 2004

1ª Parte (20% de la nota)

Nombre y apellidos: SOLUCIÓN

NOTAS:

El alumno dispone de 15 minutos para la realización de esta prueba
Marque sólo una respuesta
Cada respuesta correcta tiene un peso de 1 punto, y cada respuesta incorrecta puntúa –1/3.
Una cuestión con más de una respuesta seleccionada, se considerará erróneamente contestada
Utilice esta misma hoja para las operaciones matemáticas que precise

✎ Para un sistema radar que opere en situación de onda espacial, la relación entre la potencia recibida y transmitida es proporcional a $1/R^n$, donde

a) $n = 2$
b) $n = 8$
c) $n \geq 2$
d) Ninguna de las anteriores

✎ Para un frente de ondas que incide con cierto ángulo (definido a partir de la normal) en una superficie rugosa determinada

a) La reflexión será tanto más especular cuanto mayor sea la frecuencia incidente
b) La reflexión será tanto más especular cuanto menor sea el ángulo de incidencia
c) La reflexión será tanto más especular cuanto mayor sea la conductividad de la superficie.
d) Ninguna de las anteriores

✎ La potencia de ruido a la salida de una antena real

a) No depende de la dirección de apuntamiento
b) No depende del área efectiva de la antena
c) No depende de la polarización de la antena.
d) Ninguna de las anteriores.

✎ A una distancia de 1 Km, la densidad de potencia radiada máxima por una antena es de 10 W/Km². Si la antena radia 4π W, su ganancia máxima será

a) 10 dB
b) $\geq$ 10 dB
c) $\leq$ 10 dB
d) Dependerá de la PIRE

E13

✍ Un dipolo en $\lambda/2$ orientado según el eje "x" presenta un máximo de radiación para

a) $\theta = \pi/2$

b) $\theta = 0$

c) $\varphi = 0$

d) Ninguna de las anteriores

✍ Para un dipolo de longitud "l", a medida que aumenta la frecuencia:

a) Aumenta su longitud efectiva

b) Aparecen nuevos nulos en el diagrama de radicación

c) Siempre que no varíe su longitud física, las características de radicación no cambian con la frecuencia

d) a) y b)

✍ La directividad para un dipolo en $\lambda/2$ es

a) 0 dBi

b) 1.64 dBi

c) 2.15 dBi

d) Ninguna de las anteriores

✍ En un modelo de propagación a 2 rayos con $|\rho| < 1$

a) La máxima ganancia por reflexión que puede conseguirse es de 3 dB

b) La máxima ganancia por reflexión es de 6 dB

c) Se tendrá una ganancia máxima cuando $\Delta R = \lambda/2$

d) Ninguna de las anteriores

✍ La potencia de ruido a la salida de un cuadripolo pasivo a una temperatura física igual a la temperatura de ruido del dipolo equivalente a su entrada

a) Aumenta con la atenuación del cuadripolo

b) Aumenta con el cuadrado de la atenuación del cuadripolo

c) Es independiente de la atenuación del cuadripolo

d) Es independiente de la atenuación del cuadripolo sólo si $T_f = T_0$

✍ En general, la difracción producida por un obstáculo en el trayecto de un enlace radio dará lugar a unas pérdidas mayores cuanto

a) Mayor sea la frecuencia para un valor de H/R_1 constante.

b) Menos agudo sea el obstáculo

c) Mayor sea la frecuencia independientemente del despejamiento.

d) a) y b)

RADIOCOMUNICACIONES

Convocatoria ordinaria, 29 de enero de 2004

2ª Parte (80% de la nota)

Problema 1.

En la planificación de un radioenlace operando a 10 GHz, se dispone de dos antenas parabólicas iguales de 60 cm de diámetro. La distancia del enlace es de 25 km. Otros datos conocidos son:

- Potencia entregada a la antena transmisora: 100 mW
- Coeficiente de desacoplo de polarización: 0.9
- Impedancia del receptor: 50 Ω
- Impedancia de las antenas: 150 Ω
- Eficiencia de pérdidas óhmicas de las antenas: 90%

Se pide:

a) Si el receptor utilizado tiene una potencia umbral de -54 dBm, ¿cuál será la mínima eficiencia de iluminación total que necesitarán las antenas parabólicas del enlace? **(2 Puntos)**

b) En el estudio de la potencia a transmitir, si para conseguir que el enlace este operando adecuadamente cuando se transmite una señal de 14 MHz necesitamos una relación portadora a ruido mínima de 21.5 dB a la salida de la antena, ¿cuál sería la mínima potencia que podríamos entregar a la antena transmisora? Considere que el ruido captado por la antena procede de una fuente de intensidad 10000 K y entra por un ángulo sólido de 10^{-3} sr. Temperatura física de la antena 20°C. **(2 Puntos)**

Problema 2

El transmisor de un sistema de radiocomunicaciones está situado a una altura H y cubre un área circular de radio R utilizando una antena con una función directividad de la forma $D(\theta,\varphi)=K_0 f(\theta,\varphi)$, donde K_0 es una constante que depende, entre otros parámetros, de la potencia transmitida y de la longitud de onda, y $f(\theta,\varphi)$ es una función de θ y φ. El receptor está situado a una altura h y utiliza una antena isotrópica

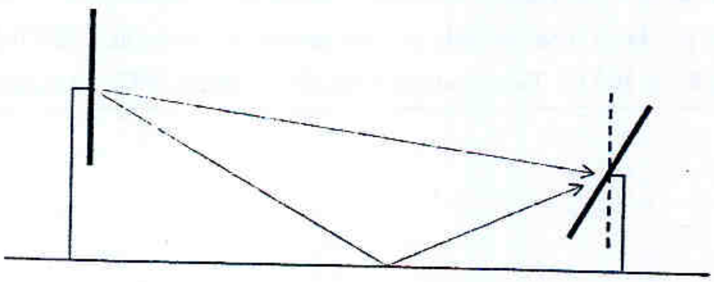
a) Considerando únicamente propagación en espacio libre y tierra plana, encuentre la expresión de $D(\theta,\varphi)$ de modo que la potencia en el receptor sea siempre la misma (W_{REC}) independientemente de la distancia a la que se encuentre del transmisor. Indique claramente, sobre un dibujo, los ángulos θ y φ considerados. **(1 Punto)**

Como sistemas radiantes en el transmisor y receptor se decide utilizar una antena dipolo con función directividad $D(\theta,\varphi)=\frac{3}{2}\sin^2\theta$, con θ el ángulo medido desde el semibrazo superior del dipolo, y eficiencia del 90 %. Las antenas se sitúan perpendiculares al suelo. Finalmente, la altura del transmisor es de 100 m y la del receptor de 50 m. La separación en horizontal entre transmisor y receptor es de 2 km. La PIRE del transmisor es de 10 W. La frecuencia de trabajo es 900 HMz.

b) Asumiendo un modelo de propagación a dos rayos (onda directa y reflejada), con $\rho_H=-0.95$ y $\rho_V=-0.9$, encontrar la intensidad del campo eléctrico (<u>dBμV/m</u>) en la posición del receptor. **(1 Punto)**

c) Encontrar la potencia recibida expresada en <u>dBm</u>. **(1 Punto)**

d) Si la antena receptora se inclina 20° en sentido horario sobre la vertical, de manera que define un plano con la antena transmisora (ver la figura), determine el aumento o decremento de potencia recibida con respecto al apartado c). **(1 Punto)**



PROBLEMA 1. (FEB. 2004)

$f = 10\,GHz$; $\lambda = 0.03\,m$

Antenas iguales : $\phi = 60\,cm$

$r = 25\,km$

$W_{ent} = 100\,mW$

$C_p = 0.9$

$$\left.\begin{array}{l} Z_L = 50\,\Omega \\ Z_a = 150\,\Omega \end{array}\right\} \quad C_a = \frac{4 R_a R_L}{(R_a+R_L)^2} = 0.75$$

$\eta_t = \eta_r = 90\%$

a) $W_{r\,min} = -54\,dBm = 3.981 \cdot 10^{-6}\,mW = 3.981 \cdot 10^{-9}\,W$

η_{ilT} ? $\quad A_{ef} = A_{geom} \cdot \eta_{ilT} \cdot \eta_r = \pi \frac{0.6^2}{4} \cdot 0.9 \cdot \eta_{ilT} = 0.245\,\eta_{ilT}$

Planteando la ecuación de transmisión :

$$W_r = W_{ent} \cdot \frac{G_T G_R}{\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)^2} C_p C_a \xrightarrow[\text{despeja}]{} G_T = G_R = 2543 \simeq 34\,dB$$

A partir de la relación G, A_{ef} :

$$A_{ef} = G \frac{\lambda^2}{4\pi} = 2543 \frac{0.03^2}{4\pi} = 0.245 \cdot \eta_{ilT} ;$$

y de aquí : $\eta_{ilT} = 0.7156 = \underline{\underline{71.56\,\%}}$

b) $$\left.\begin{array}{l} B = 14\,MHz \\ CNR_{min} = 21.5\,dB \simeq 141.3 \end{array}\right\} W_{ent\,min} ?$$

$$\left.\begin{array}{l} T = 10000\,K \\ \Omega = 10^{-3}\,sr \end{array}\right] \quad T_a = \frac{1}{4\pi}\iint_{4\pi} T(\theta,\phi)\, D(\theta,\phi)\, d\Omega \simeq$$

$T_f = 20°C = 293\,K$

$$\simeq \frac{1}{4\pi} T \iint_{\Omega} D(\theta,\phi)\, d\Omega \simeq \frac{T}{4\pi} D\,\Omega = 2249\,K$$

Planteando la relación CNR :

$$CNR = \frac{W_r}{KB[T_a\eta_r + T_f(1-\eta_r)]\,C_a} = \frac{W_{ent} \frac{G^2}{\left(\frac{4\pi r}{\lambda}\right)^2} \cancel{C_a} C_p}{KB[T_a\eta_r + T_f(1-\eta_r)]\cancel{C_a}}$$

Todos los datos están disponibles :

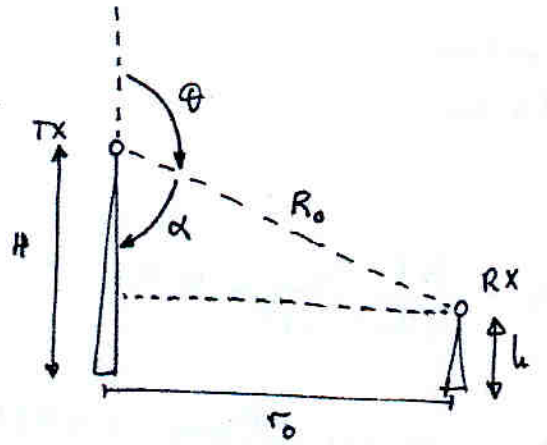
$CNR = 21.5\,dB = 104.3 = W_{ent} \cdot 133.8 \cdot 10^3$;

$W_{ent} = 1.05\,mW$

Comprobando si se cumple $W_{r\,min} = -54\,dBm$; $W_r \simeq 42.02 \cdot 10^{-12}\,W$; que se observa que es menor que $W_{r\,min} = 3.981 \cdot 10^{-9}\,W$; por lo que $W_{ent\,min} = 100\,mW$ (para que $CNR_{min} = 21.5\,dB$ y $W_{r\,min} = -54\,dBm$).

PROBLEMA 2 (FEB. 2004)

* a)



La potencia recibida vendrá dada por:

$$W_{REC} = \frac{W_{RAD}\, D(\theta,\varphi)}{\left(4\pi R_0/\lambda\right)^2}\, \eta_{rx} = cte$$

Despejando $D(\theta,\varphi)$ se tendrá

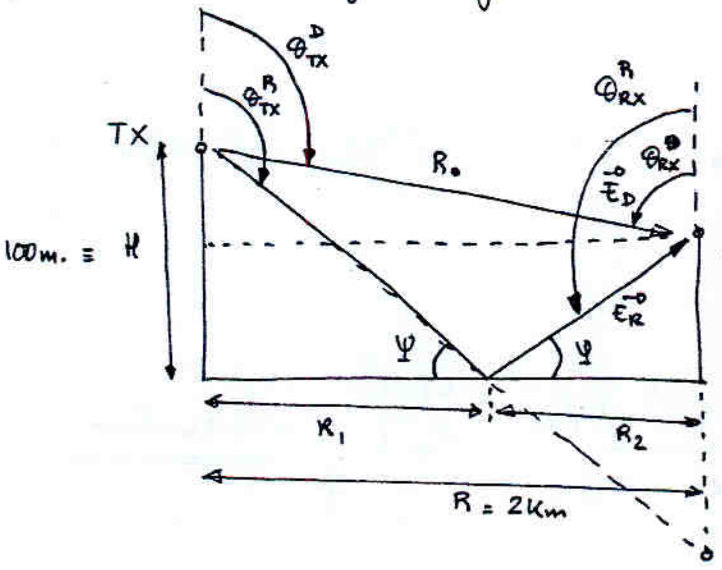
$$D(\theta,\varphi) = \frac{cte \cdot 4\pi}{W_{RAD}\, \lambda^2\, \eta_{rx}}\, R_0^2 = K_0\, f(\theta,\varphi)$$

de donde $\boxed{K_0 = \frac{cte \cdot 4\pi}{W_{RAD}\, \lambda^2\, \eta_{rx}}}$, cuyo valor dependerá de cte (W_{RAD}) y

$$\boxed{f(\theta,\varphi) = R_0^2 = \left(\frac{r_0}{\text{sen}\,\alpha}\right)^2 = \left(\frac{H-h}{\cos\theta}\right)^2}$$

Obsérvese que $D(\theta,\varphi) \propto R_0^2$ para hacer W_{rec} independiente de la distancia TX y RX.

* b) Considérese la siguiente geometría:



$$\operatorname{tag}\Psi = \frac{H}{R_1} = \frac{H+h}{R}$$

$$R_1 = \frac{HR}{H+h} \simeq 1333'3\,m.$$

$$R_2 = R - R_1 \simeq 666'7\,m.$$

$$\Delta R = 2\frac{h_{TX}h_{RX}}{R} = \frac{2Hh}{R} \simeq 5m$$

$$R_0 = \sqrt{(H-h)^2 + R^2} \simeq 2\,Km.$$

$$\theta_{TX}^{D} = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{R}{H-h}\right) \simeq 1'59\ rad. \Rightarrow D\left(\theta_{TX}^{D}\right) = \frac{3}{2}\operatorname{sen}^2(1'59) \simeq 1'499$$

$$\theta_{TX}^{R} = \theta_{RX}^{R} = \pi - \operatorname{arctg}\left(\frac{R_1}{H}\right) \simeq 1'64\ rad. \Rightarrow D\left(\theta_{TX}^{R}\right) \simeq 1'492$$

$$\theta_{RX}^{D} = \pi/2 - \operatorname{arctg}\left(\frac{H-h}{R}\right) \simeq 1'54\ rad. \Rightarrow D\left(\theta_{RX}^{D}\right) \simeq 1'498$$

Considerando el diagrama de radiación del transmisor se tiene:

$$\left|\frac{\vec{E}_T}{\vec{E}_D}\right|^2 = \left|1 + \rho_V \frac{R_D}{R_D + \Delta R}\sqrt{\frac{D(\theta_{TX}^{R})}{D(\theta_{TX}^{D})}}\, e^{-jk\Delta R}\right|^2_{\substack{k\Delta R = 30\pi \\ \rho_V = -0'9}} \simeq 10^{-2}$$

El campo $\vec{E}_D$ se obtendrá como:

$$|\vec{E}_D|_{\theta = \theta_{TX}^{D}} = \sqrt{\frac{PIRE \cdot D(\theta_{TX}^{D})\,\eta_0}{4\pi R_0^2\, D_{máx}}}\ \Bigg|_{D_{máx} = 3/2} \simeq 8'66 \cdot 10^{-3}\ V/m$$

Teniendo finalmente

$$\boxed{|\vec{E}_T|} = \left|\vec{E}_T/\vec{E}_D\right| \cdot |\vec{E}_D| = 0'1 \cdot 8'66 \cdot 10^{-3}\ V/m = 0'866\ V/m = \underline{58'75\ dB\mu V/m}$$

* c)

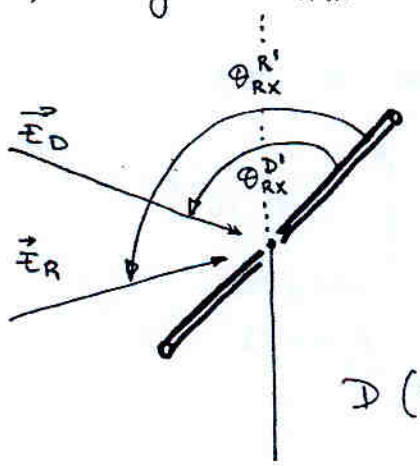
$$W_{REC} = \frac{W_{RAD}\, D(\theta^D_{TX})\, D(\theta^D_{RX})}{(4\pi R_0/\lambda)^2}\, \eta_{rx} \left|\frac{\vec{E}_T}{\vec{E}_D}\right|^2 \simeq \underline{\underline{-77'16\, dBm}}$$

$$W_{RAD} = \frac{PIRE}{D_{máx}} \Bigg|_{D_{máx} = 3/2} = 2/3\ W.$$

donde

$$\left|\vec{E}_T/\vec{E}_D\right|^2 = \left| 1 + \rho_v \frac{R_D}{R_D + \Delta R} \sqrt{\underbrace{\frac{D(\theta^R_{TX})}{D(\theta^D_{TX})}}_{TX} \underbrace{\frac{D(\theta^R_{RX})}{D(\theta^D_{RX})}}_{RX}}\; e^{-jk\Delta R} \right| \simeq 10^{-2}$$

* d) Al girar la antena receptora 20° en sentido horario se tendrá:



$$\theta^{D'}_{RX} = \theta^D_{RX} + 20° \simeq 1'89\ rad$$

$$\theta^{R'}_{RX} = \theta^R_{RX} + 20° \simeq 1'99\ rad$$

$$D(\theta^{D'}_{RX}) = \frac{3}{2}\,\text{sen}^2(1'89) \simeq 1'35$$

$$D(\theta^{R'}_{RX}) \simeq 1'25$$

El término $\left|\vec{E}_T / \vec{E}_D\right|$ valdrá:

$$\left|\frac{\vec{E}_T}{\vec{E}_D}\right|^2 = \left| 1 + \rho_V \frac{R_D}{R_D + \Delta R} \underbrace{\sqrt{\frac{D(\theta_{TX}^{R})}{D(\theta_{TX}^{D})}} \cdot \sqrt{\frac{D(\theta_{RX}^{R'})}{D(\theta_{RX}^{D'})}}}_{\simeq 1} e^{-jk\Delta R} \right| \simeq$$

$$\simeq \left| 1 - 0'86 \right|^2 = 0'14^2$$

La potencia recibida valdrá ahora:

$$W_{REC} = \frac{W_{RAD}\, D(\theta_{TX}^{D})\, D(\theta_{RX}^{D'})}{(4\pi R_0/\lambda)^2}\, \eta_{rx} \left|\frac{\vec{E}_T}{\vec{E}_D}\right|^2 = \underline{\underline{-74'7\,dBm}}$$

Hay un aumento de potencia de valor $\underline{2'46\,dB}$

Otra forma de encontrar el incremento de potencia (ΔP) hubiese sido haciendo

$$\boxed{\Delta P = \frac{D(\theta_{RX}^{D'}) \left|\vec{E}_T / \vec{E}_D\right|^2_{\alpha = 20^\circ}}{D(\theta_{RX}^{D}) \left|\vec{E}_T / \vec{E}_D\right|^2_{\alpha = 0^\circ}} \simeq \underline{\underline{2'46\,dB > 0}}}$$