ETSI Telecomunicación

RADAR

(Sistemas de Exploración Electromagnética)

Apuntes de Pak

Sistemas de Exploración Electromagnética

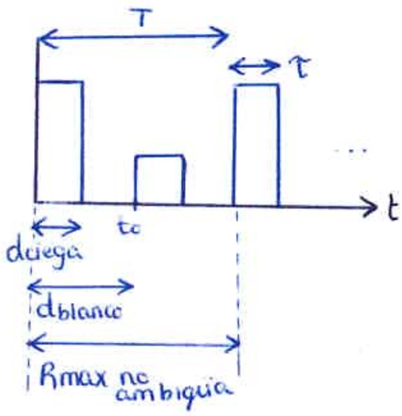
Apuntes de Pak (Fco. J. Rodríguez Fortuño)
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Valencia.
Segundo cuatrimestre de 4º curso
Curso 2006/2007

- Tema I : completo
- Tema II : completo
- Tema III: lecciones III.1 a III.4 inclusive

Fecha última actualización: 27 agosto 2007

RADAR Tema 1. Formulario

Conceptos básicos

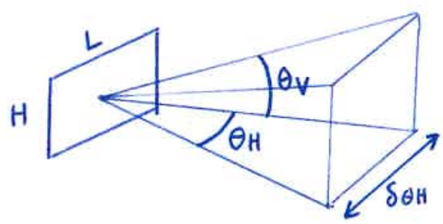


- $PRF = \frac{1}{T}$

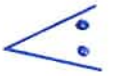
conviene ajustar T al alcance máximo con $T = \frac{2R_{max}}{c}$ ← ec. Radar

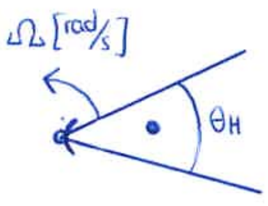
- Distancia máxima no ambigua $R_{max} = \frac{cT}{2}$
- $d_{blanco} = \frac{c t_0}{2}$
- Resolución en distancia $\delta_z = (R_2 - R_1)_{min} = \frac{c\tau}{2}$
- Distancia ciega $d_{ciega} = \frac{c\tau_0}{2}$ ← $\tau_0 > \tau$ si se usa compresión de pulsos

---



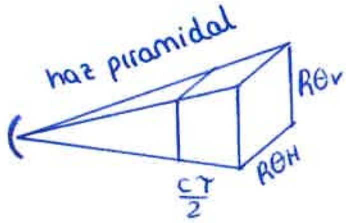
- $\theta_H(°) = 70\frac{\lambda}{L}$
- $\theta_V(°) = 70\frac{\lambda}{H}$
- antena pincel: $G = \frac{4\pi}{\theta_H \theta_V}$
- resolución acimutal $\delta\theta_H = R \cdot \theta_H$



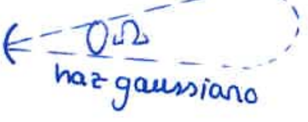


- tiempo de observación $t_{ob} = \frac{\theta_H(\text{rad})}{\Omega(\text{rad/s})} = \frac{\theta_H(°)}{6 \cdot N(\text{rpm})}$
- número de ecos recibidos $n = \frac{t_{ob}}{T} = t_{ob} \cdot f_T$

- volumen de incertidumbre



$$V_i = R^2 \cdot \theta_H \theta_V \frac{c\tau}{2}$$



$$V_i = R^2 \cdot \underbrace{\frac{\overset{\text{ancho a -3dB}}{\theta_{0H}\theta_{0V}}}{2}}_{\Omega} \frac{c\tau}{2}$$

$\boxed{\text{La ecuación RADAR}}$

multicamino (ver I-21)

$$P_R = \frac{P_T \cdot G(\theta,\varphi) \cdot A_{ef}(\theta,\varphi)}{(4\pi)^2 \; L} \cdot \frac{1}{R^4} \cdot \sigma \cdot |F|^4$$

perd externas (atmosf.) (I-20)

$$A_{ef}(\theta,\varphi) = G(\theta,\varphi) \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

señal mínima detectable

$$P_R = S_{in\,min} = \underbrace{k\,T_o\,B_r}_{N_i} \cdot F_r \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_n$$

$B_r \simeq \frac{1}{\tau}$

si se usa integración de pulsos (I-14)

$$\left(\frac{S}{N}\right)_n = \frac{(S/N)_1}{I_n} \leftarrow \text{con } P_D \text{ y } P_{FA}$$

$$I_n = n \cdot E_i(n)$$

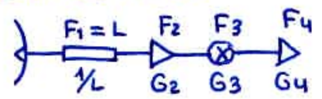
I_n: factor mejora

n: tob f_r

$E_i(n)$: eficiencia $[0, 1]$ ← coherente

Factor de ruido

L : perd internas (I-20)

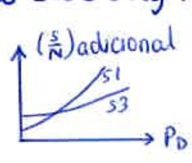


$$F_r = L + \frac{F_2 - 1}{\frac{1}{L}} + \frac{F_3 - 1}{\frac{1}{L}\cdot G_2} + \frac{F_4 - 1}{\frac{1}{L}\cdot G_2 \cdot G_3}$$

Blanco swerling :

RCS es V.A.

I-15



Desadaptación receptor pag I-20 y I-3

Alcance máximo :

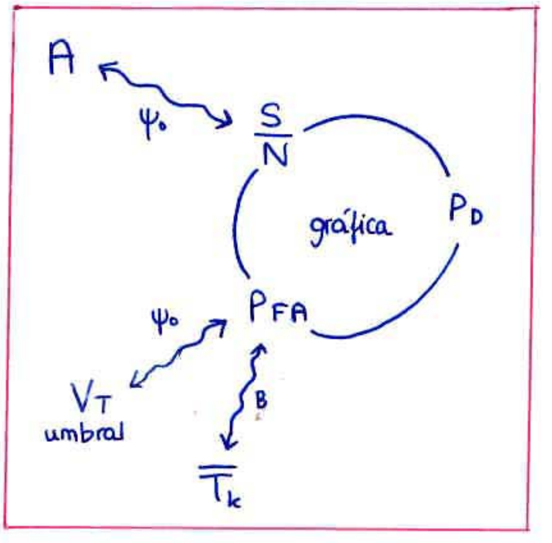
$$R_{MAX}^4 = \frac{P_T \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma \cdot I_n \; |F|^4}{(4\pi)^3 \cdot \underbrace{\left(k\,T_o\,B_r\,F_r\,\left(\frac{S}{N}\right)_1\right)}_{S_{in\,min}} \; L} = K \cdot \frac{P_T \cdot \tau}{E}$$

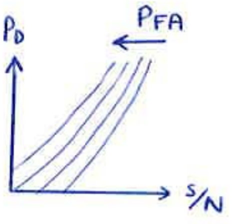
$B_r \simeq \frac{1}{\tau}$

Detección (I-12)

$\psi_0 = \sigma^2 = $ pot ruido

$$\frac{S}{N} = \frac{A^2/2}{\psi_0}$$





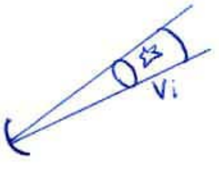
$$P_{FA} = e^{-\frac{V_T^2/2}{\psi_0}}$$

$$\overline{T_k} = \underset{(1/B)}{\tau} \cdot \underbrace{e^{+\frac{V_T^2/2}{\psi_0}}}_{(1/P_{FA})}$$

Clutter (I-15)

$$SCR = \frac{P_{util}}{P_{clutter}}$$

- Clutter volumétrico



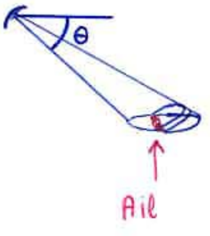
$P_{util} = k \cdot \sigma$

$P_{clutter} = k \cdot \sigma_c$

$$\sigma_c = \underset{\text{volumen incertidumbre}}{V_i} \cdot \eta$$

η: densidad volumétrica de RCS (fórmulas para lluvia y nieve)

- Clutter de superficie



$P_{util} = k \cdot \sigma$

$P_{clutter} = k \cdot \sigma_c$

$$\sigma_c = A_{il} \cdot \sigma^0$$

σ^0: densidad superficial de RCS

$$A_{il} = \frac{c\tau}{2} \cdot \frac{1}{\cos\theta} \cdot \frac{R\theta_H}{\sqrt{2}}$$

Otros conceptos

- Antena cosecante cuadrado (I-8)
- Sensitivity Time control (I-8)
- RCS de blancos (I-10) (diversidad frec.)
- CFAR (I-18) → cambia V_T, P_{FA}, P_D

Tema I. Introducción y conceptos básicos

I.1 Revisión histórica. Bandas de frecuencia y aplicaciones

RADAR: Acrónimo de "RAdio Detection And Ranging"

· Es decir, el concepto original era Detectar y medir la distancia (origen militar anterior a la II Guerra Mundial).

· Actualmente hace más cosas:
- detectar → umbral de decisión → probabilidad de detección / probabilidad de falsa alarma
- medir la distancia y la velocidad
- identificar (se utiliza una base de datos con la "firma espectral" de cada tipo de objetivo, obtenida con modelos a escala en una cámara anecoica)
- hacer seguimiento (tracking)

Hitos históricos:

1886: Hertz demuestra que las ondas de radio son reflejadas por conductores y por dieléctricos

1903: El ingeniero alemán Hülsmeyer detecta ondas de radio (para comunicación) reflejadas por barcos

1922: Marconi propone usar ondas de radio para detectar objetos

1922: Taylor y Young detectan barcos de madera con radar de onda continua (CW) de 60 MHz

1930: Hyland detecta aviones utilizando un radar CW interferométrico de 33 MHz.

1934-1936: Page y Sir Watson-Watt demuestran la viabilidad de los radares pulsados (25 MHz, $\tau = 5\mu s$)

1936: Primer altímetro radar

El radar recibe un gran impulso debido a la inminencia de un gran conflicto armado. Radares de 200 MHz en buques y aviones de combate

1940: Colaboración anglo-americana para el desarrollo de un radar de microondas (intercepción aérea y control de fuego antiaéreo)

Se utiliza para ello el magnetrón (oscilador de microondas que como todo oscilador inicia la oscilación con el ruido y por tanto la fase es aleatoria cada vez que se enciende → radar incoherente) desarrollado por Randell y Boot (1kW a 3GHz)

1940: se crea el Radio Lab en el MIT para desarrollar aplicaciones militares en frecuencias de microondas.
Plantilla inicial: 40 investigadores
Al finalizar la guerra: 4000

Tras la guerra el Radio Lab publica 28 volúmenes con lo investigado; liberando así bruscamente una información enorme y novedosa que permite el desarrollo de aplicaciones civiles.

Tecnologías del radar tras la 2ª guerra mundial

- Filtrado MTI : se puede "borrar de la pantalla" todo lo que corresponde a blancos fijos dejando únicamente los móviles (Moving Target Identifier)

- Procesamiento Digital (A/D + DSP) : todos los conceptos desarrollados en analógico siguen siendo válidos, pero muestreando la señal RF bajada en frecuencia simplifica y abarata el equipo.

- Phased Arrays controlados electrónicamente : permite poner máximos y nulos donde queramos variando las fases

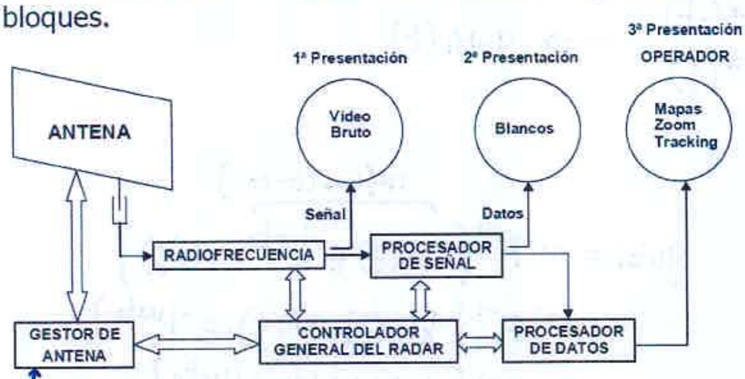
- Osciladores de potencia en estado sólido
- Klystron : genera señal RF con fase conocida → radar coherente
- Radar de radionavegación
- S.A.R (Synthetic Aperture Radar) sintetizan antenas de apertura de dimensiones mayores a la antena logrando mucha directividad → mucha resolución → imaging
- Radioastronomía : anchos de lóbulo MUY pequeños

Bandas de frecuencia utilizadas en RADAR

Banda	Límites de frec.	Aplicación
HF	3-30 MHz	Radar transhorizonte
VHF	30-300 MHz	Vigilancia de muy largo alcance
UHF	300-1000 MHz	Vigilancia de muy largo alcance
L	1-2 GHz	Vigilancia de largo alacance Tráfico aéreo en ruta
S	2-4 GHz	Vigilancia de alcance medio Control aéreo de aproximación Radar meteorológico de largo alcance
C	4-8 GHz	Seguimiento de largo alcance Radar meteorológico aerotransportado
X	9-12 GHz	Seguimiento de corto alcance Guiado de misiles Cartografía, radar marino Sistemas de interceptación aerotransportados
Ku	12-18 GHz	Cartografía de alta resolución Altimetría de satélites
K	12-27 GHz	Poco uso (absorción del vapor de agua)
Ka	27-40 GHz	Cartografía de muy alta resolución Vigilancia de aeropuertos
Milimétricas	40-100+GHz	Experimental

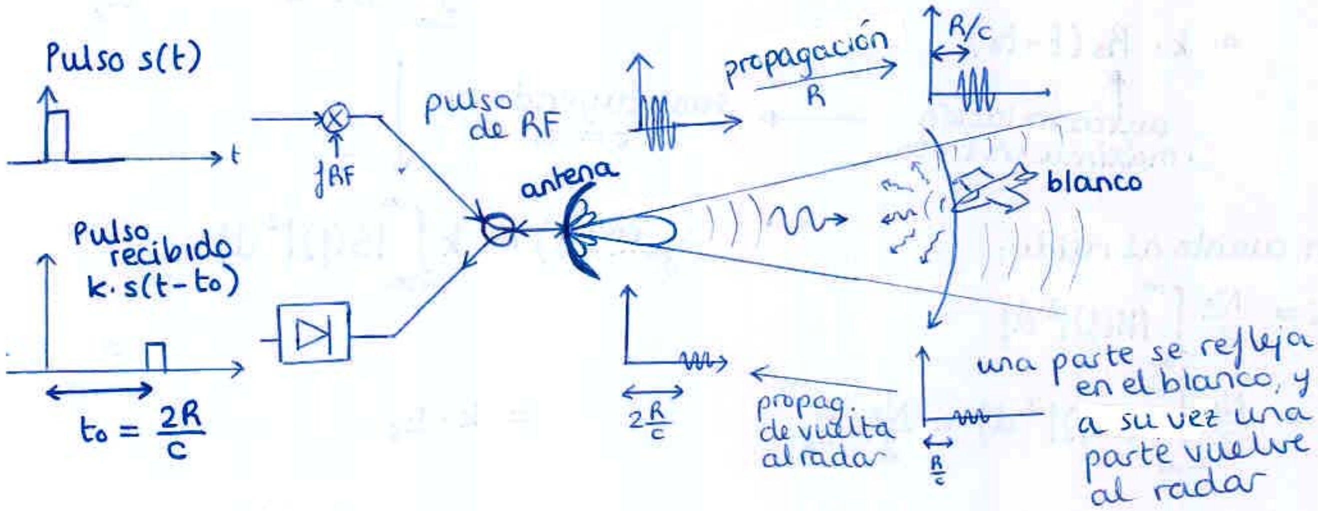
Lección I.2. El RADAR Pulsado. Ecuación RADAR y parámetros fundamentales

Elementos básicos de un sistema RADAR. Diagrama de bloques.



juega con la fase de la alim.

RADAR pulsado ideal



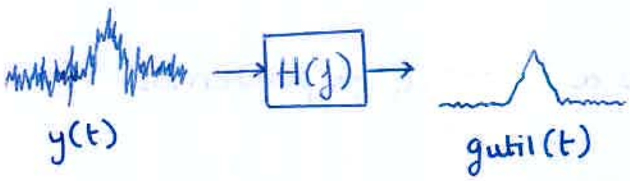
Problema: los sistemas reales son ruidosos

De momento ignoramos los ruidos externos (clutter) y simplemente consideramos que el radar, por ser un circuito electrónico a cierta temperatura tendrá ruido johnson.

$$y(t) = n(t) + k \cdot s(t - t_0)$$

nota: también tendrá flicker por tránsito de electrones, pero al ser $\propto 1/f$ se desprecia, ya que el filtro $H(f)$ trabaja a frecuencia intermedia (el RADAR pulsado siempre es superheterodino) si estuviera en banda base sería más fácil de diseñar pero habría mucho ruido flicker

solución: usar un filtro receptor



Interesa que para gutil(t), se maximice la potencia instantánea de señal frente a la potencia media de ruido en el instante to

$$\chi = \left.\frac{|g_{util}(t_0)|^2}{N}\right|_{max} \longleftrightarrow \text{Receptor óptimo}$$

El filtro adaptado

Suponiendo:
- Detección de envolvente
- Ruido blanco gaussiano $DEP = \frac{N_0}{2}$ W/Hz

→ El receptor óptimo es el filtro adaptado o filtro de North

$$n(t) + k\cdot s(t-t_0) \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} h(t) &= s^*(-t) \\ H(f) &= S^*(f) \end{aligned}} \longrightarrow g_{util}(t)$$

cálculo de χ

$$\begin{aligned} g_{util}(t) &= k\cdot s(t-t_0) * h(t) \\ &= k\cdot s(t-t_0) * s^*(-t) \\ &= k\int_{-\infty}^{\infty} s(t-t_0-\tau)\cdot s^*(-\tau)\, d\tau \\ &= k\int_{-\infty}^{\infty} s(t-t_0+u)\cdot s^*(u)\, du \\ &= k\cdot \underset{\uparrow}{R_s}(t-t_0) \end{aligned}$$

autocorrelación máxima en $t = t_0$ ⟶ sustituyendo en $t = t_0$

$$\begin{aligned} g_{util}(t) &= F^{-1}\{\overbrace{kS(f)e^{-j\omega t_0}}^{TF\{k\cdot s(t-t_0)\}}\cdot H(f)\} \\ &= F^{-1}\{kS(f)\cdot S^*(f)\cdot e^{-j\omega t_0}\} \\ &= F^{-1}\{k|S(f)|^2 e^{-j\omega t_0}\} \\ &= k\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 e^{j\omega(t-t_0)}\, df \end{aligned}$$

$$g_{util}(t_0) = \underbrace{k\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2\, df}_{E_s \text{ (energía media de la señal } s)} = k\cdot E_s$$

en cuanto al ruido:

$$\begin{aligned} N &= \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2\, df \\ &= \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2\, df = \frac{N_0}{2}\cdot E_s \end{aligned}$$

Por tanto ya podemos calcular la relación

energía media del pulso recibido $k\cdot s(t-t_0)$

$$\chi = \left.\frac{|g_{util}(t)|^2}{N}\right|_{max} = \frac{|g_{util}(t_0)|^2}{N} = \frac{k^2 E_s^2}{\frac{N_0}{2} E_s} = 2\frac{k^2 E_s}{N_0} = 2\frac{E}{N_0}$$

La relación señal instantánea a ruido medio tras el detector depende exclusivamente de la energía del pulso recibido y el ruido.

$$\chi = \frac{|g_{util}(t_0)|^2}{N} = 2\frac{E}{N_0}$$

Por muchas perrerías que le hagamos a la señal, no podremos mejorarla.

Ecualización

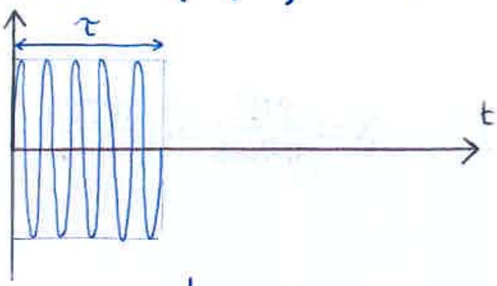
Cuando el ruido no es blanco (ejemplo: haya clutter), el receptor deberá incluir un ecualizador que convierta el ruido a blanco (hay que "entrenar" al radar para que se adapte al clutter de su entorno normal)

$$H(f) = S^*(f)\cdot \underbrace{\frac{1}{N(f)}}_{\text{convierte a blanco}}$$

ejemplo: pulso rectangular

Modulado en RF

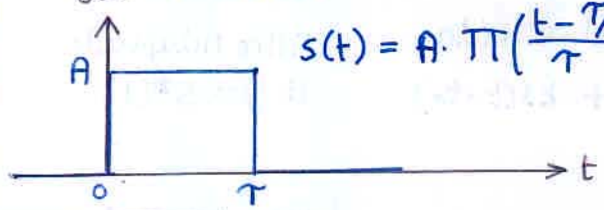
$$s(t) = A \cdot \Pi\left(\frac{t - T/2}{\tau}\right) \cos 2\pi f_0 t$$



$\downarrow$ TF

$$S(f) = \frac{AT}{2}\left\{\mathrm{sinc}(\tau(f-f_0)) + \mathrm{sinc}(\tau(f+f_0))\right\} e^{-j\pi f T}$$

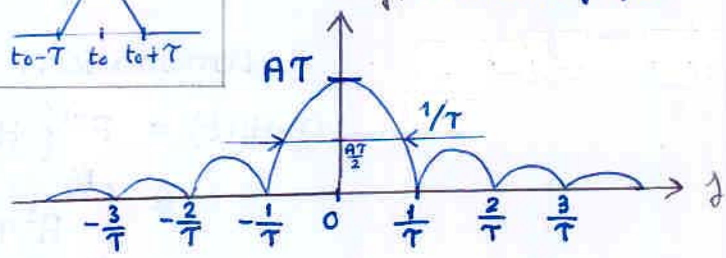
Recuerda

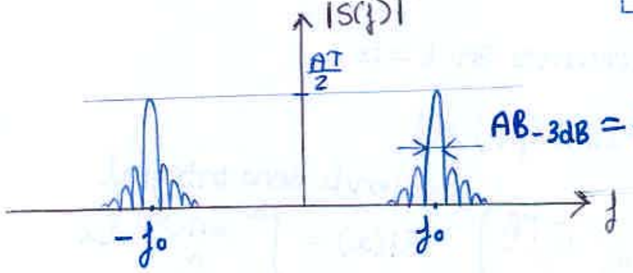


$$s(t) = A \cdot \Pi\left(\frac{t - T/2}{T}\right)$$

$\downarrow$ TF

$$S(f) = AT \,\mathrm{sinc}(fT)\, e^{-j\pi f T} \qquad \omega = 2\pi f \frac{T}{2}$$





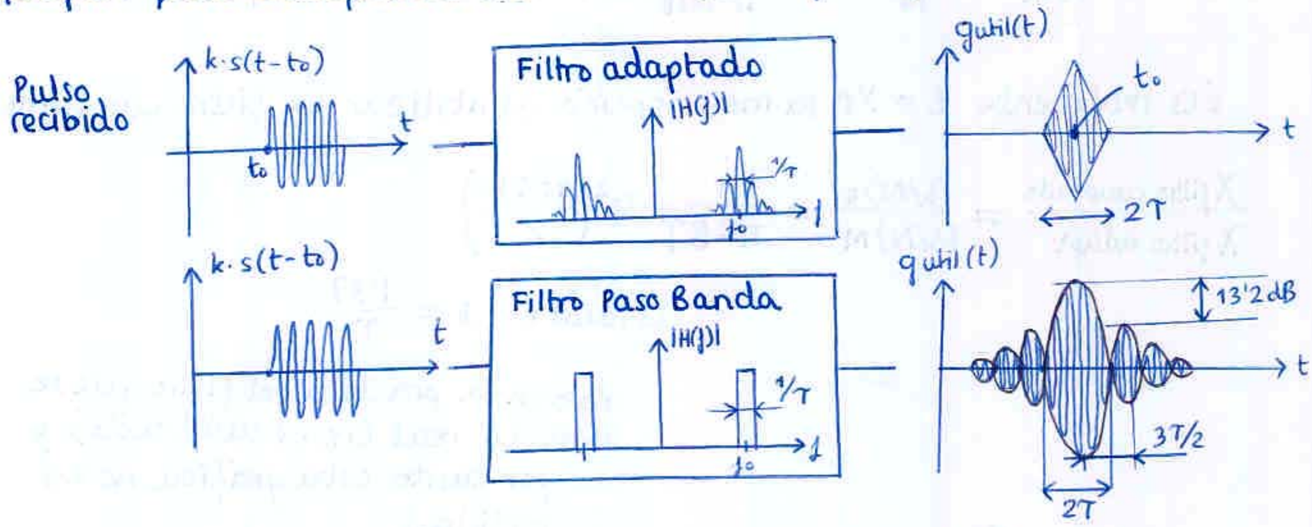
$AB_{-3dB} = \frac{1}{T}$ $\Leftarrow$ Esta sería la respuesta en frecuencia del filtro receptor ideal (filtro adaptado $|S(f)| = |S^*(f)|$)

La respuesta al impulso $h(t) = s^*(-t)$ sería anticausal (no realizable)

En la práctica se recurre a implementar un filtro paso banda de anchura $1/T$ usando las técnicas que conocemos. (butterworth, chebyshev, analógico, digital, ...)

¿qué implicaciones tiene esto?

ejemplo: filtro adaptado (irrealizable) vs. filtro paso banda



Aparecen colas que pueden enmascarar otros ecos (autoclutter).

margen dinámico del radar $\Rightarrow$ máxima variación de amplitud de ecos recibidos entre blancos próximos

Estudiando la relación señal a ruido en cada caso (nota: ahora para simplificar lo estudiamos en banda base)

señal recibida

$n(t) + ks(t-t_0) \longrightarrow$ **Filtro Adaptado** $H(f) = S^*(f)$ $\longrightarrow g_{util}(t)$ $\quad X = \frac{2E}{N_0} = \frac{2A^2T}{N_0}$

$n(t) + ks(t-t_0) \longrightarrow$ **Filtro cuadrado ancho B** $H(f) = A\tau\Pi\left(\frac{f}{B}\right)$ $\longrightarrow g_{util}(t)$ $\quad X = \frac{8A^2}{\pi^2 N_0 B} Si^2\left(\frac{\pi T B}{2}\right)$

Demostración:

$$g_{util}(t) = F^{-1}\{H(f) \cdot S(f) e^{-j\omega t_0}\}$$

paso bajo ideal

$$= \int_{-B/2}^{B/2} A^2 \tau^2 \operatorname{sinc}(fT) e^{j2\pi f(t-t_0)} df$$

sabiendo que muestreamos en $t = t_0$

$$g_{util}(t_0) = \int_{-B/2}^{B/2} A^2 \tau^2 \operatorname{sinc}(fT)\, df$$

$$= \frac{2A^2T}{\pi} \cdot Si\left(\frac{\pi T B}{2}\right)$$

siendo Seno Integral
$$Si(x) = \int_0^x \frac{sen(\alpha)}{\alpha} d\alpha$$
función tabulada

En cuanto al ruido:

$$N = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{N_0 B A^2 T^2}{2}$$

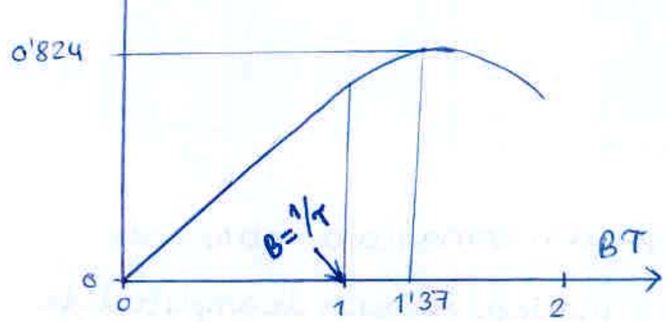
Por tanto

$$X = \frac{S}{N}\Big|_R = \frac{|g_{util}(t_0)|^2}{N} = \frac{8A^2}{\pi^2 N_0 B} Si^2\left(\frac{\pi T B}{2}\right)$$

¿Es realmente $B = 1/T$ la mejor opción al utilizar un filtro cuadrado?

$$\frac{X_{filtro\ cuadrado}}{X_{filtro\ adapt}} = \frac{(S/N)_R}{(S/N)_M} = \frac{4}{\pi^2 BT} Si^2\left(\frac{\pi T B}{2}\right)$$

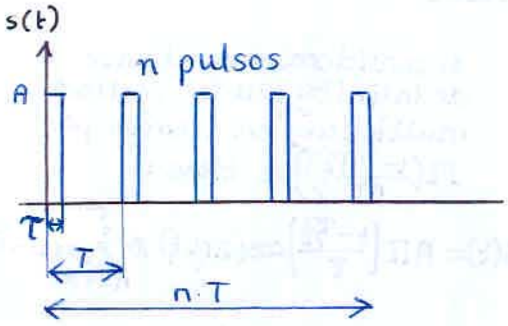
Lo ideal es $B = \frac{1'37}{T}$



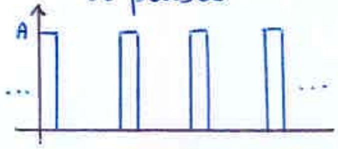
Pero en la práctica el filtro que se usa es real (no es cuadrado) y por tanto esta gráfica no es válida.

Al final se opta por un filtro con ancho de banda equivalente de ruido de $1/T$, como decíamos al principio.

Tren de pulsos (en banda base)

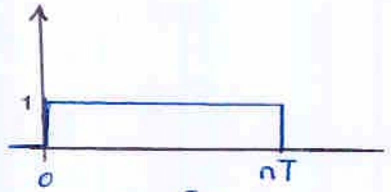


=



$$A\cdot\Pi\left(\frac{t-\frac{\tau}{2}}{\tau}\right) * \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)$$

×

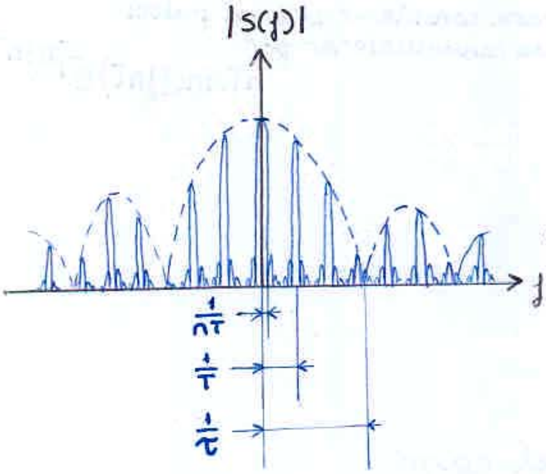


$$\Pi\left(\frac{t-\frac{nT}{2}}{nT}\right)$$

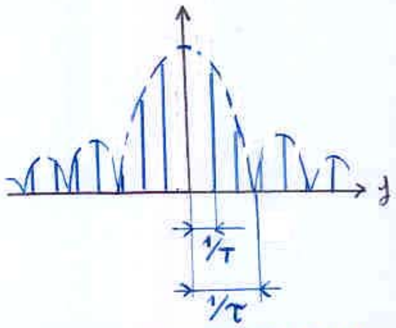
TF

$$\frac{A\tau}{T}\,\mathrm{sinc}(f\tau)\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)\right\}\overbrace{e^{-j\pi f\tau}}^{-j\omega\frac{\tau}{2}}$$

$$nT\,\mathrm{sinc}(fnT)\,e^{-j\pi f nT}$$

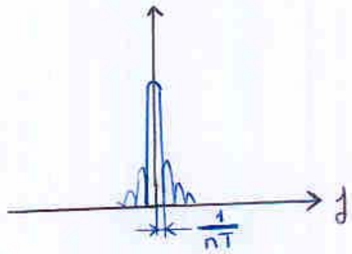


=

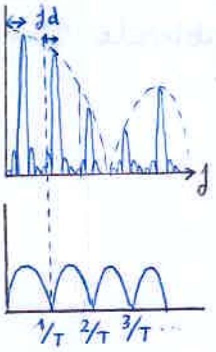


rayas espectrales puras con envolvente de sinc

$*$

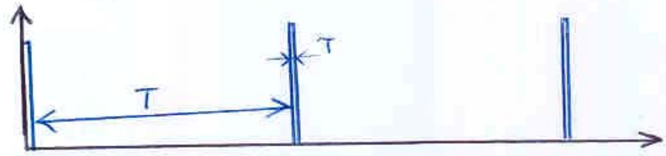


Nota: cuando el blanco se mueve
↓
Desplazamiento Doppler



Podemos eliminar los blancos móviles con filtro :

Normalmente se diseña $\tau \ll T$

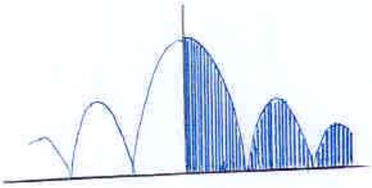


valores típicos $\frac{T}{\tau} = 1000, 10000, \cdots$

$\tau \leftrightarrow$ Resolución
$T \leftrightarrow$ Alcance máximo

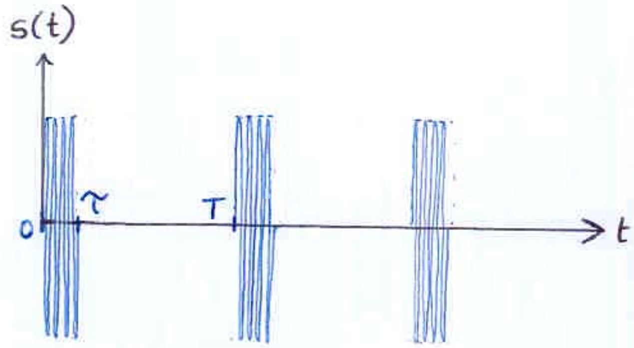
Ventajas de $\tau \ll T$

- más resolución y más alcance
- logramos suficiente energía (amplitud del pulso grande) dando tiempo al klystron a enfriarse
- Hay tal densidad de rayas espectrales que se puede considerar un espectro continuo, y por tanto es aceptable usar un filtro adaptado a un único pulso, como el visto anteriormente



Tren de pulsos modulado

El mismo espectro pero desplazado en frecuencia



Si consideráramos el caso de infinitos pulsos (faltaría multiplicar en tiempo por $\Pi\left(\frac{t-nT/2}{nT}\right)$) se tiene:

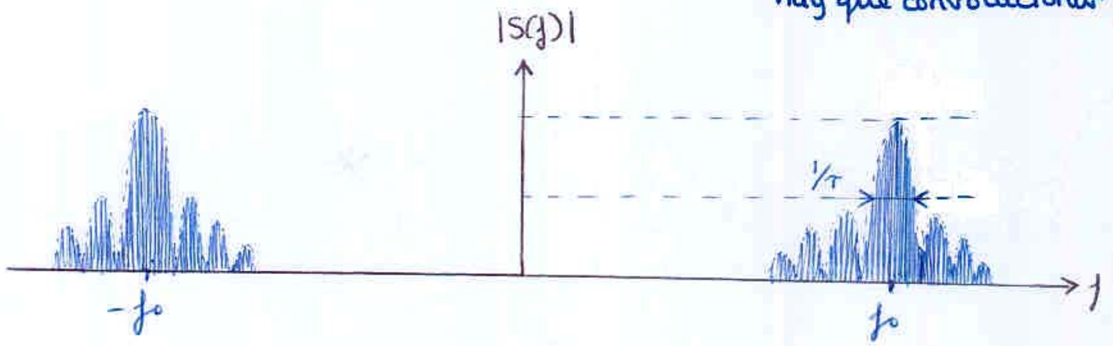
$$s(t) = A\Pi\left[\frac{t-\tau/2}{\tau}\right]\cos(2\pi f_0 t) * \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-kT)$$

$\downarrow$ TF

$$S(f) = \frac{A\tau}{2T}\left\{\mathrm{sinc}[\tau(f-f_0)] + \mathrm{sinc}[\tau(f+f_0)]\right\}\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)\right\}e^{-j\pi f\tau}$$

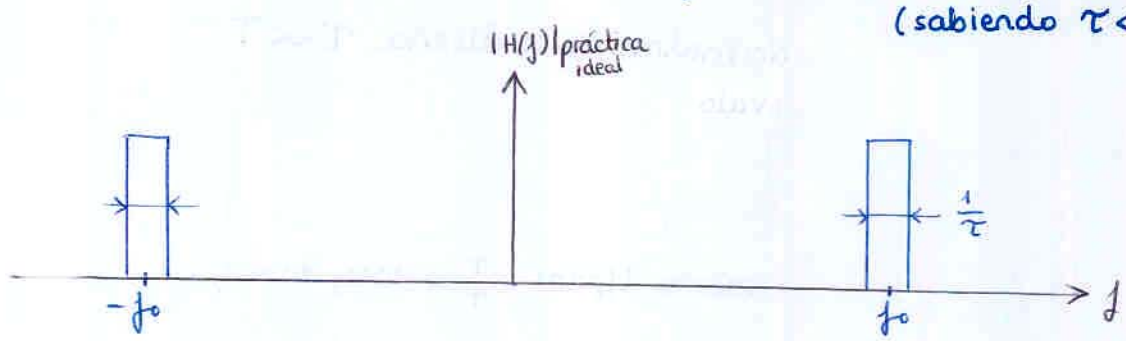
que para considerar sólo n pulsos hay que convolucionar por $nT\,\mathrm{sinc}(fnT)\,e^{-j\pi f nT}$

$\downarrow$ TF



Cuyo filtro adaptado, que en teoría en el caso ideal debería ser $H(f) = S^*(f)$ puede aproximarse mediante:

(sabiendo $\tau \ll T$)



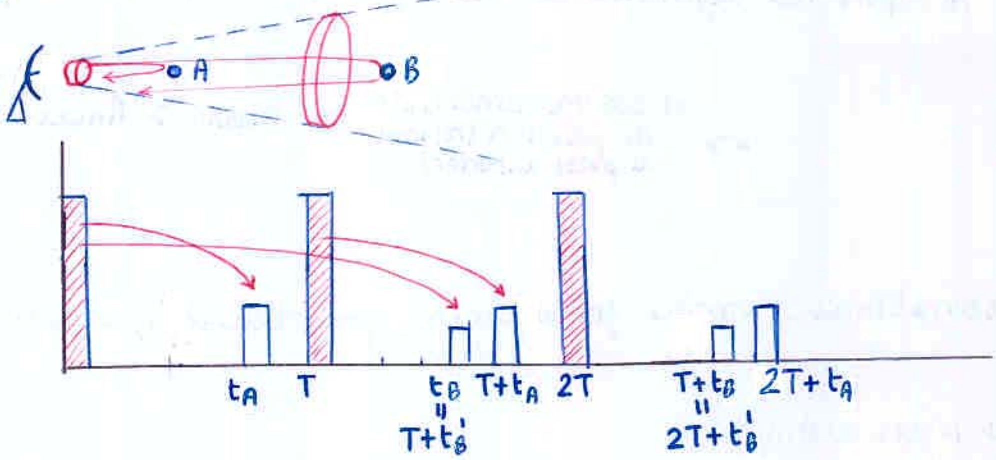
Filtro paso banda ideal que en la realidad habrá que implementarlo con las técnicas de implementación de filtros que conocemos

Principios básicos y definiciones fundamentales del RADAR pulsado

- **PRF**: Pulse Repetition Frequency $f_T = \frac{1}{T}$

- Distancia máxima no ambigüa

¿como sabes si un eco recibido es del último pulso enviado o es de un pulso anterior al último, correspondiente a un blanco más lejano?

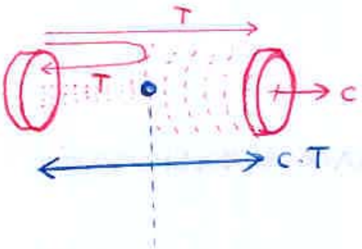


Aparenta que haya un blanco a distancia $c \cdot \frac{t'_B}{2}$

cuando en realidad ese blanco está a $c \cdot \frac{t_B}{2}$ siendo $t_B = T + t'_B$

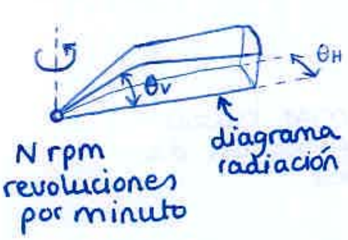
Para que no ocurra ésto, el blanco debe estar suficientemente cerca como para que vaya y vuelva la señal ANTES de que el próximo pulso parta del radar.

Para ello es fácil deducir que el blanco debe estar alejado del radar como máximo la mitad de la distancia que recorre un pulso antes de que aparezca otro (i.e. la mitad de la distancia entre pulsos)



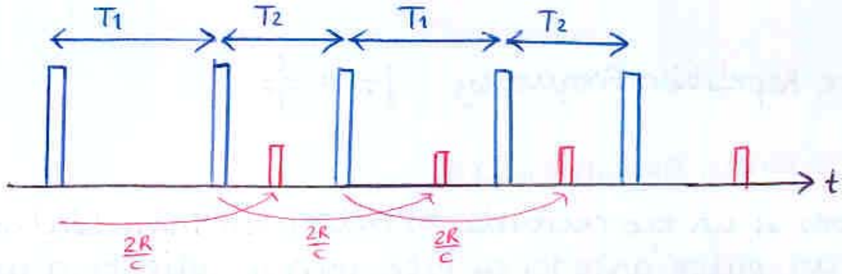
distancia máxima no ambigüa $\boxed{R_{max} = \frac{cT}{2}}$

- Cobertura radar

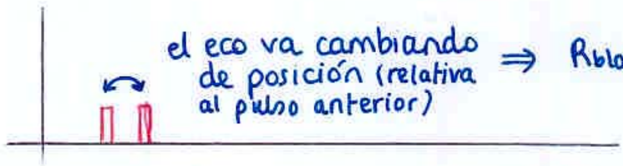


Identificación de blancos ambigüos: staggering

usar múltiples PRF



Al superponer segmentos con el origen en el momento del pulso

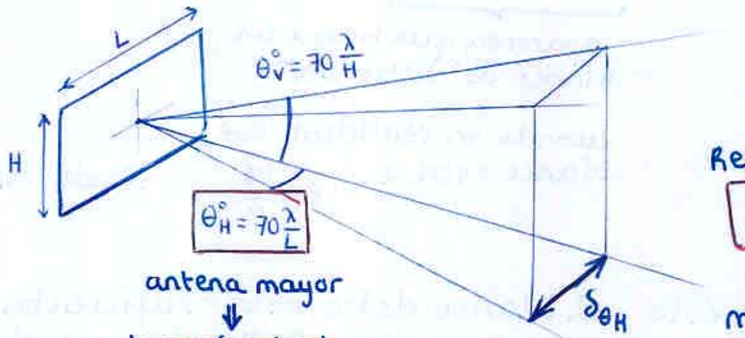


$\Rightarrow R_{blanco} > R_{max}$

otras alternativas: variar frecuencia, polarización, amplitud

• Resolución en acimut

Antena con alimentación decreciente (coseno sobre pedestal)



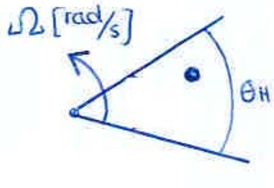
antena mayor
↓
haz más estrecho

Resolución acimutal

$$\boxed{\delta_{\theta H} = R \cdot \theta_H}$$

separación acimutal mínima entre blancos distinguibles

• Tiempo de observación y nº de ecos recibidos



El haz de la antena va girando, y por tanto un blanco está en observación durante

$$\boxed{t_{ob} = \frac{\theta_H\,(\text{rad})}{\Omega\,(\text{rad/s})} = \frac{\theta_H\,(^\circ)}{6 \cdot N(\text{rpm})}}$$

Número de ecos recibidos de un blanco estacionario

$$\boxed{n = \frac{t_{ob}}{T} = t_{ob} \cdot f_T} = \frac{\theta_H^\circ}{6N(\text{rpm})} \cdot f_T$$

ejemplo:

$\theta_H^\circ = 1^\circ$
$N = 5\,\text{rpm}$
$f_T = 1\,\text{kHz}$

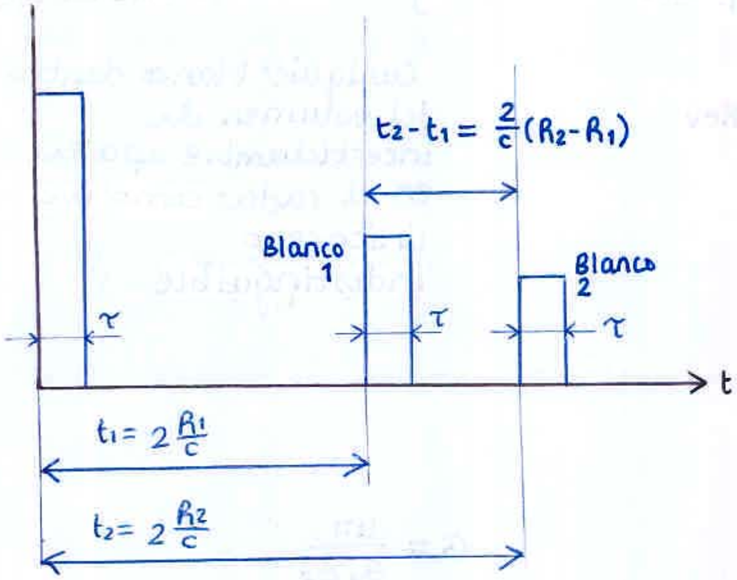
$\rightarrow$ $t_{ob} = 33'3\,\text{ms}$

$n = 33$ ecos

Se obtienen 33 ecos separados un tiempo T

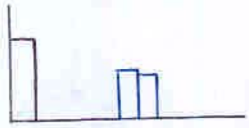
Podemos hacer integración de pulsos

· Resolución en rango



Dejan de distinguirse como blancos separados cuando

$$t_2 - t_1 \leq \tau$$



$$t_2 - t_1 = \frac{2}{c}(R_2 - R_1) \leq \tau$$

$$R_2 - R_1 \leqslant \frac{c\tau}{2}$$

Resolución en rango

$$\boxed{\delta z = (R_2 - R_1)_{min} = \frac{c\tau}{2}}$$

Puedo mejorar la resolución disminuyendo τ, pero entonces aumenta el ancho de banda del filtro adaptado y requiero procesar más rápido.

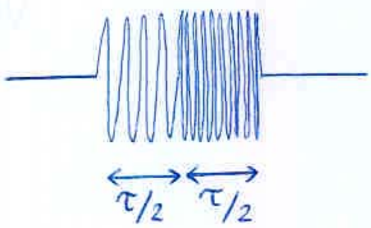
ejemplo:

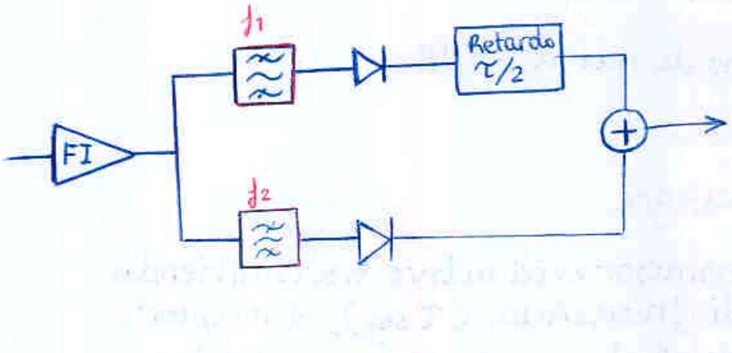
$\delta z = 150\ m \longrightarrow \tau = 1\,\mu s$

$\delta z = 0'15\ m \longrightarrow \tau = 1\ ns$

Otras técnicas para incrementar la resolución en rango

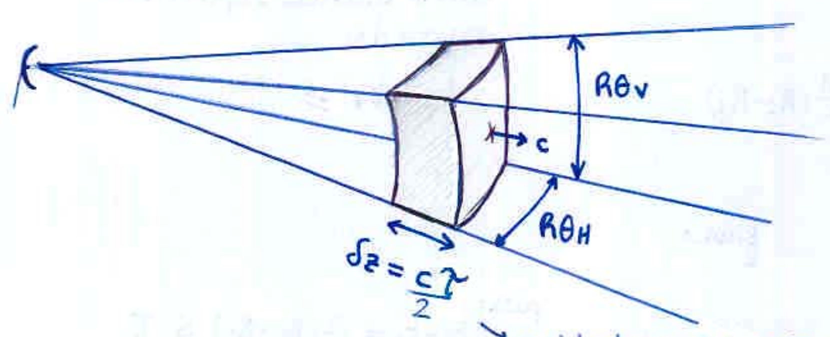
Dividir el pulso de anchura τ en subpulsos de distinta frecuencia





· Volumen de incertidumbre

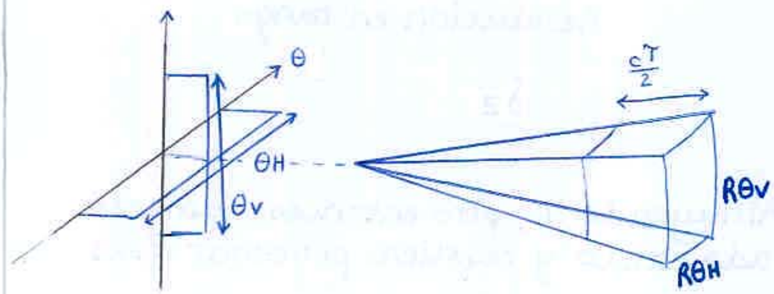
El pulso electromagnético tiene cierta duración temporal y por tanto espacial



El eco proveniente de cualquier blanco dentro del volumen de incertidumbre aparece en el radar en un mismo instante

cuidado: no es $c \cdot \tau$ que sería lo que físicamente ocupa el pulso

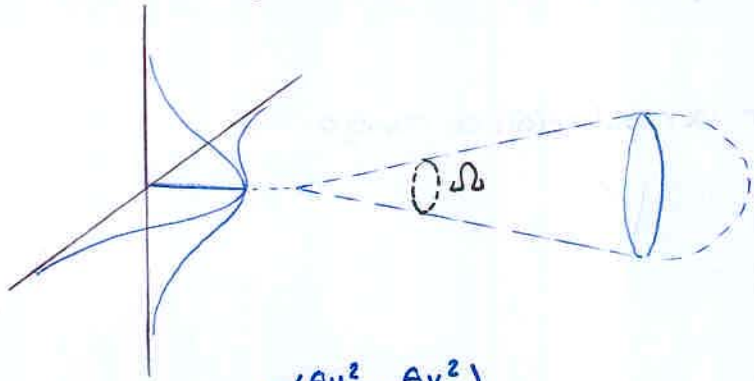
Para haz piramidal:



$$G = \frac{4\pi}{\theta_H \theta_V}$$

$$V_i = R^2 \, \theta_H \theta_V \cdot \frac{c\tau}{2}$$

Para haz gaussiano con ganancia



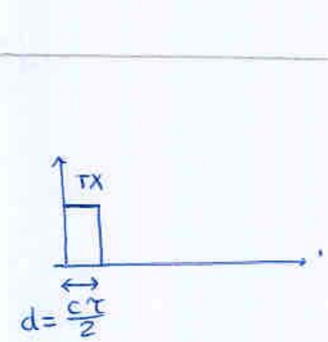
$$V_i = R^2 \cdot \underbrace{\frac{\theta_{0H}\,\theta_{0V}}{2}}_{\Omega} \cdot \frac{c\tau}{2}$$

$$G = G_0 \cdot e^{-2'8\left(\frac{\theta_H^2}{\theta_{0H}^2} + \frac{\theta_V^2}{\theta_{0V}^2}\right)}$$

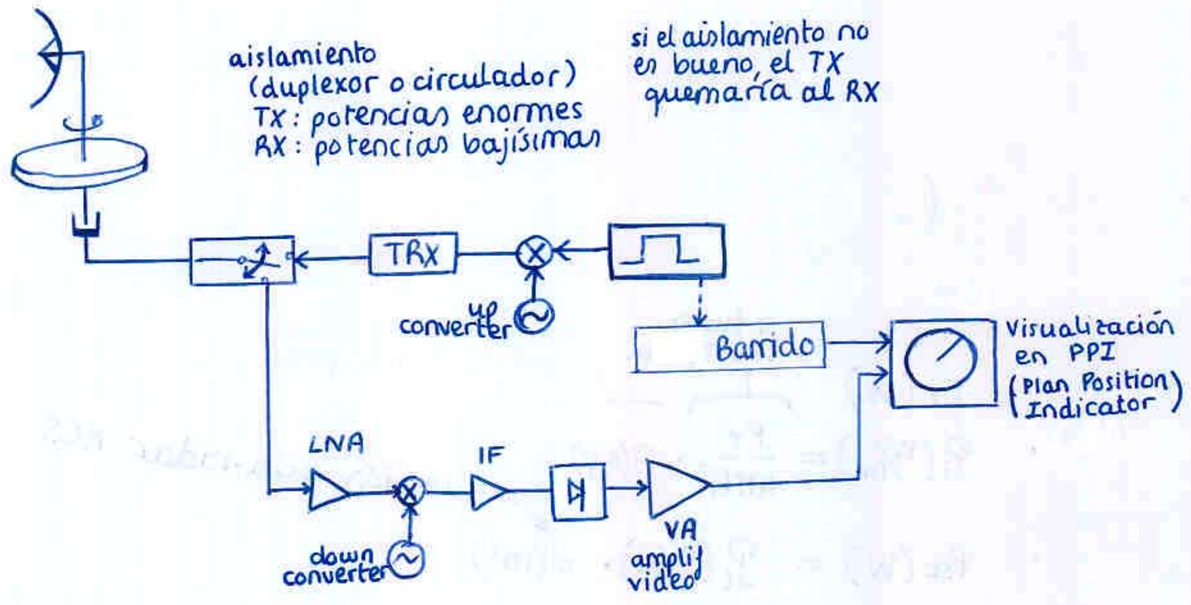
θ_{0H}: ancho de haz a $-3\,dB$

· Distancia ciega

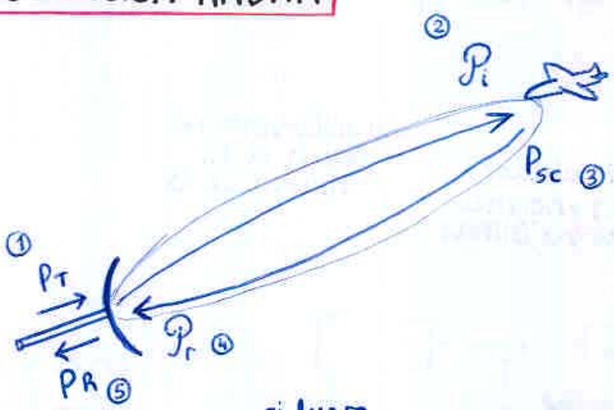
mientras el transmisor está activo transmitiendo el pulso de radiofrecuencia (τ seg), el receptor permanece desconectado, por tanto no se pueden detectar blancos cercanos



· Diagrama de bloques de un radar pulsado



La ecuación RADAR



- $P_T(W)$
- $\mathcal{P}_i(W/m^2) = \overbrace{\frac{P_T}{4\pi R^2}}^{\text{si fuera isotrópica}} \cdot \overbrace{G(\theta,\varphi)}^{\text{corrije, teniendo en cuenta que no es isotrópica}}$
- $P_{sc}(W) = \mathcal{P}_i(W/m^2) \cdot \sigma(m^2)$ ← sección recta-radar RCS
- $\mathcal{P}_r(W/m^2) = \frac{P_{sc}}{4\pi R^2}$
- $P_R(W) = \mathcal{P}_r(W/m^2) \cdot A_{ef}(m^2)_{(\theta,\varphi)}$

recuerda
$A_{ef}(\theta,\varphi) = G(\theta,\varphi) \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi}$

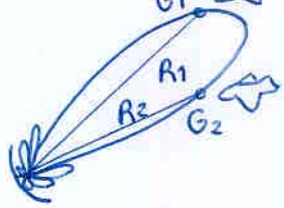
Por tanto; sustituyendo se obtiene:

$$\boxed{P_R(W) = \frac{P_T \cdot G(\theta,\varphi)\, A_{ef}(\theta,\varphi)}{(4\pi)^2} \cdot \frac{1}{R^4} \cdot \sigma}$$

La potencia recibida decrece con R^4; por tanto un blanco el doble de lejos devuelve 16 veces menos potencia (-12 dB)

Pencil beam
(seguimiento)

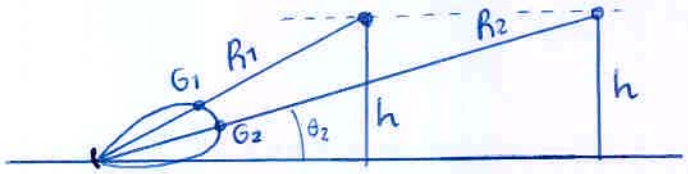
Fan beam
(detección)



· Antena cosecante cuadrado

Se desea un radar que detecte la misma potencia para dos blancos que vuelen a la misma ALTURA independientemente de la distancia

sabemos:
$$P_R = k' \frac{G^2(\theta, \varphi)}{R^4}$$

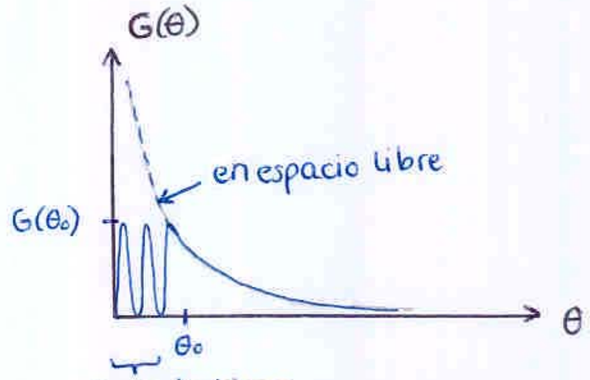


Lo logramos eligiendo un diagrama de radiación apropiado

queremos: $P_{R1} = P_{R2}$
$$\frac{G_1^2}{R_1^4} = \frac{G_2^2}{R_2^4} = k^2$$
$$\Big\downarrow \sqrt{\ }$$
$$\frac{G_1(\theta_1)}{R_1^2} = \frac{G_2(\theta_2)}{R_2^2} = k$$
$$\operatorname{sen}\theta = \frac{h}{R}$$
$$R = \frac{h}{\operatorname{sen}\theta} = h \operatorname{cosec}\theta$$
$$\frac{G_1(\theta_1)}{h^2 \operatorname{cosec}^2\theta_1} = \frac{G_2(\theta_2)}{h^2 \operatorname{cosec}^2\theta_2} = k$$

Para ello se debe cumplir
$$\Downarrow$$
$$G(\theta) = \underbrace{k h^2}_{\text{cte}} \operatorname{cosec}^2\theta$$

Se suele escribir
$$\boxed{G(\theta) = \frac{G(\theta_0)}{\operatorname{cosec}^2(\theta_0)} \cdot \operatorname{cosec}^2\theta}$$



efecto de tierra conductora $\theta\downarrow$

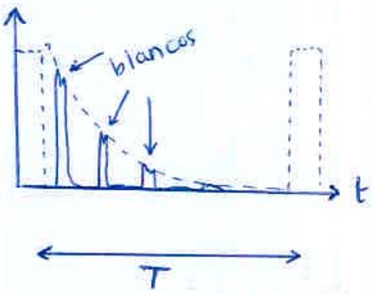
en ciertos ángulos hay interferencia destructiva

y lo modelamos en el diagrama de radiación

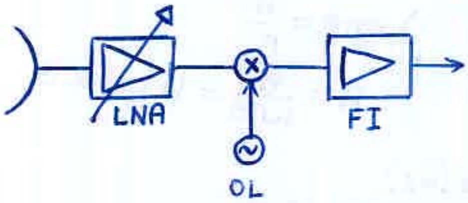
comprobación:
$$P_R = \frac{P_T \cdot G(\theta) \cdot \sigma \cdot A_{ef}}{(4\pi)^2 R^4} \underset{A_{ef} = \frac{\lambda^2 G}{4\pi}}{=} \frac{P_T\, G^2(\theta)\, \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}$$
$$= \underbrace{\frac{P_T\, G^2(\theta_0) \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 \operatorname{cosec}^4(\theta_0)}} \cdot \underbrace{\frac{\operatorname{cosec}^4(\theta)}{R^4}}_{\frac{1}{(R \operatorname{sen}\theta)^4} = \frac{1}{h^4}}$$
$$= K \cdot \frac{1}{h^4}$$

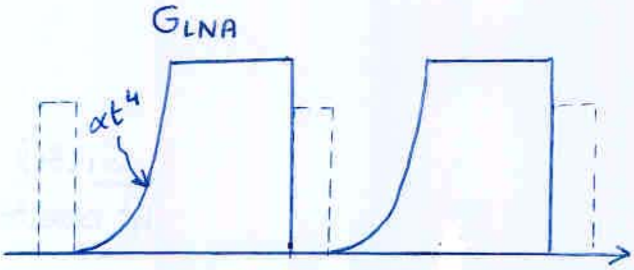
· STC (Sensitivity Time Control)

Ya que los blancos se detectan con una potencia proporcional a $\frac{1}{R^4}$, la señal que cabría esperar recibir sería del tipo:

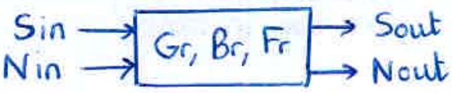


Por tanto conviene que la ganancia del LNA varíe como t^4 durante la primera parte del tiempo de exploración para evitar que los blancos cercanos saturen el receptor





- Señal Mínima Detectable



Toda la cadena en recepción

recuerda:

ancho de banda de ruido equiv:

$$B_r = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}{|H(f_0)|^2} \simeq B_{-3dB} = \frac{1}{\tau}$$

Factor de ruido:

$$F_r \overset{\text{def}}{\equiv} \left. \frac{S_i/N_i}{S_o/N_o} \right|_{T_s = T_o} \xrightarrow{\text{despejando}}$$

señal de entrada:

$$S_{in} = \underbrace{N_i}_{} \cdot F_r \cdot \left. \frac{S_o}{N_o} \right|_{T_s=T_o}$$

$$= k\,T_o\,B_r \cdot F_r \cdot \frac{S_o}{N_o}$$

$$F_r = \frac{S_i / k T_o B_r}{S_i \cdot G_r / N_o} = \frac{N_o}{k T_o B_r G_r}$$

$N_o = G \cdot N_i + N_{int}$

Alcance máximo : cuando $S_{in} = S_{inmin} \Rightarrow \frac{S_o}{N_o} = \left.\frac{S_o}{N_o}\right|_{min}$

$$S_{in}|_{min} = k\,T_o B_r F_r \left.\frac{S_o}{N_o}\right|_{min}$$

$$R^4_{max} = \frac{P_T \cdot G(\theta,\varphi) \cdot \sigma \cdot A_{ef}}{(4\pi)^2 \cdot S_{inmin}} = \frac{P_T \cdot G(\theta,\varphi) \cdot \sigma \cdot A_{ef}}{(4\pi)^2 \cdot k T_o B_r F_r (S_o/N_o)_{min}}$$

y tomando $B_r \simeq 1/\tau$

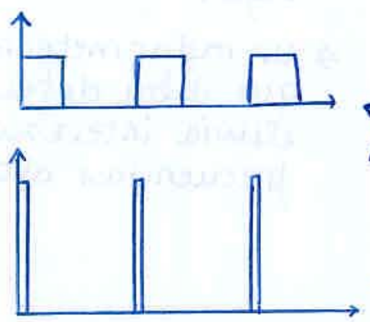
Forma muy útil de poner el alcance RADAR

$$\boxed{R^4_{max} = \frac{G(\theta,\varphi) \cdot \sigma \cdot A_{ef}}{(4\pi)^2 k T_o F_r (S_o/N_o)_{min}} \cdot P_T \cdot \tau}$$

$$\boxed{R^4_{max} = K \cdot P_T \tau = K \cdot E}$$

El alcance máximo debido a la sensibilidad del receptor depende exclusivamente de la energía del pulso $R^4_{max} \propto E$

compresión de pulsos



misma energía
=
mismo alcance

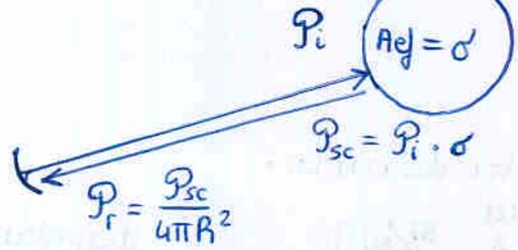
$\rightarrow \tau \downarrow \rightarrow$ más resolución

Esta limitación al alcance máximo por mínima señal detectable junto a la limitación de alcance por ambigüedad nos dan Rmax tomando la menor de ambas

Sección Recta Radar (RCS)

Radar cross section

situación ficticia equivalente para ese instante

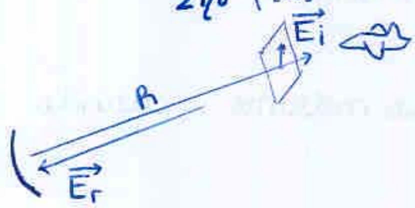


densidad de potencia recibida

$$\mathcal{P}_r = \frac{\mathcal{P}_{sc}}{4\pi R^2} = \frac{\mathcal{P}_i \cdot \sigma}{4\pi R^2} \xrightarrow[\text{despejando}]{} \sigma = 4\pi R^2 \cdot \frac{\mathcal{P}_r}{\mathcal{P}_i}$$

y sabiendo que la densidad de potencia $\mathcal{P} = \dfrac{|\vec{E}|^2}{2\eta_0} \left(\dfrac{[V/m]^2}{[\Omega]^2} \equiv [W/m^2] \right)$

se obtiene $$\boxed{\sigma = \lim_{R\to\infty} 4\pi R^2 \frac{|\vec{E}_r|^2}{|\vec{E}_i|^2}}$$



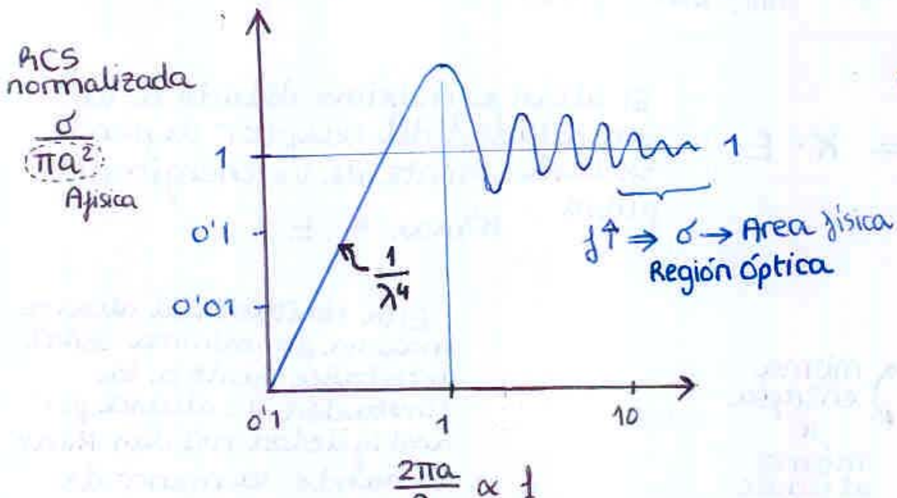
- RCS de blancos simples

- Esfera conductora

el único blanco del que se tiene expresión analítica

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{4\pi} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)(2n+1)}{\hat{H}_n^{(2)\prime}(ka) \cdot \hat{H}_n^{(2)}(ka)} \right|^2$$

siendo $\hat{H}_n^{(2)}(ka) = \sqrt{\dfrac{\pi k a}{2}} \cdot H^{(2)}_{n+\frac{1}{2}}(ka)$

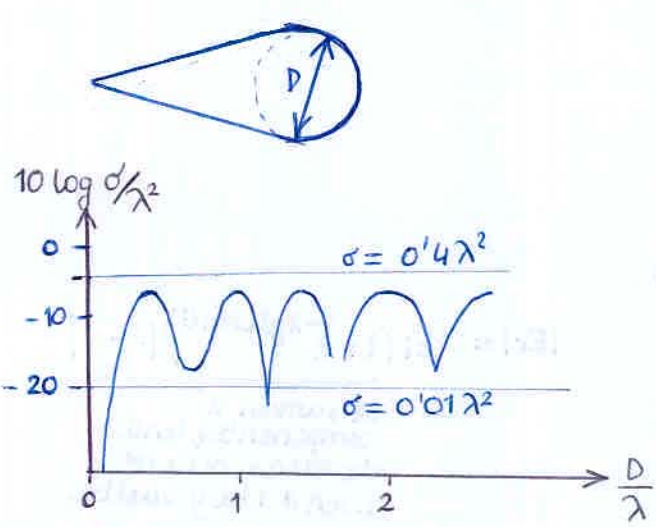


La lluvia se modela con esferas conductoras

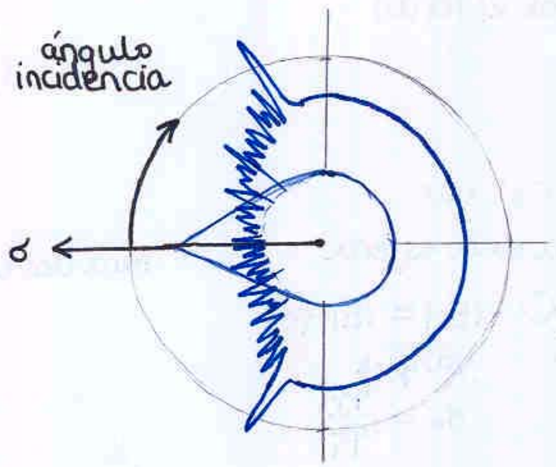
⇒ Para evitar los efectos de la lluvia interesan frecuencias bajas

⇒ Un radar meteorológico que deba detectar lluvia interesa frecuencias altas

• Conoesfera

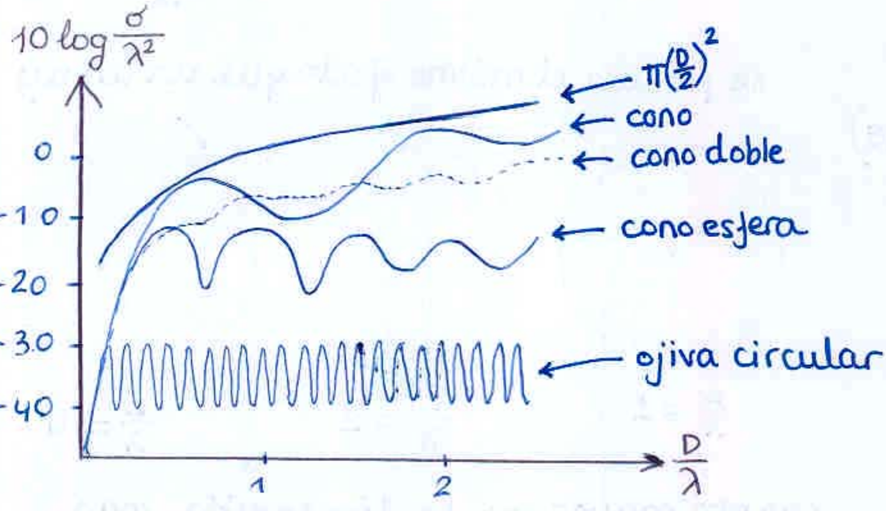


RCS vs frecuencia



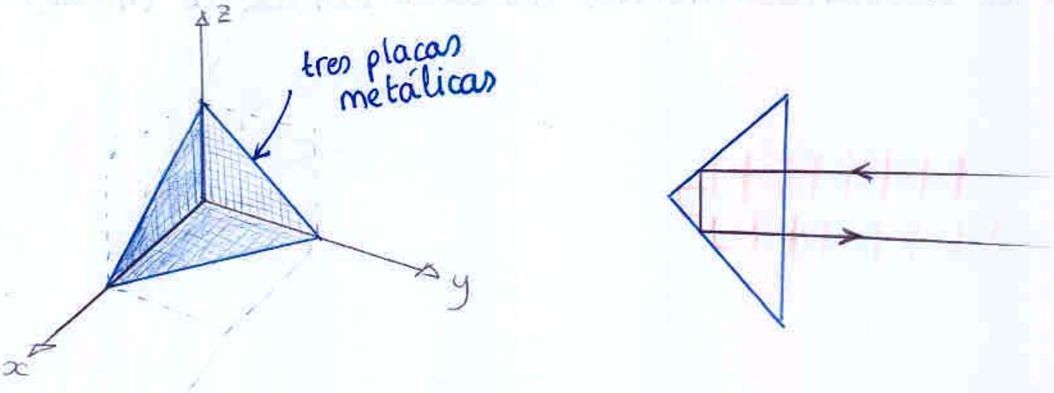
RCS vs ángulo

• Otras formas de interés



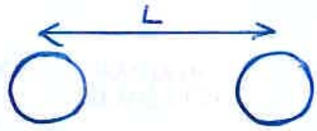
• Triedro trirectángulo

muy alta RCS, refleja mucho, lo usan los pesqueros por si se pierden



· RCS de blancos complejos

· Dos esferas



Cálculo :

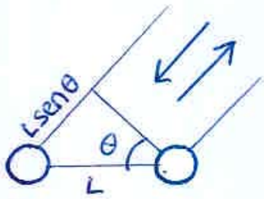
Para una esfera

$\bar{E}_i$ $\bar{E}_r$ $|E_r| = |E_i|\sqrt{\sigma_0}$

ya que

$\sigma_0 = \frac{P_r}{P_i}$

Para dos esferas :



$|E_r| = |\underbrace{E_i(1+e^{-2j\beta L sen\theta})}\sqrt{\sigma_0}|$

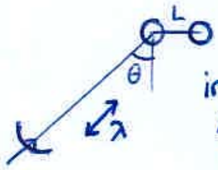
se suman 2 componentes, una de ellas recorre L sen θ ida y vuelta

$= |E_i \cdot \sqrt{\sigma_0} \cdot e^{-j\beta L sen\theta}(e^{j\beta L sen\theta} + e^{-j\beta L sen\theta})|$

$= |E_i \cdot \sqrt{\sigma_0}\, e^{-j\beta L sen\theta} \cdot 2\cos(\beta L sen\theta)|$

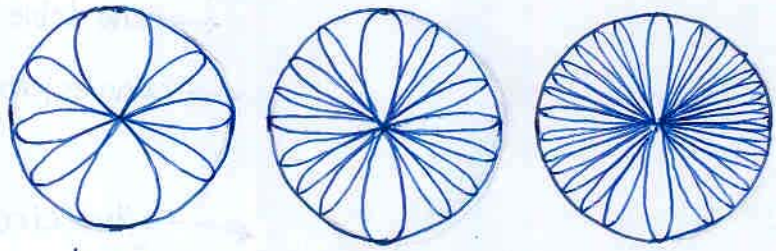
$= |E_i| \cdot \underbrace{|2\sqrt{\sigma_0}\cos(\beta L\, sen\theta)|}_{\sqrt{\sigma}}$

$$\boxed{\sigma = 4\sigma_0 \cos^2\left(2\pi \frac{L}{\lambda} sen\theta\right)}$$



importa L/λ

se produce el mismo efecto que un array



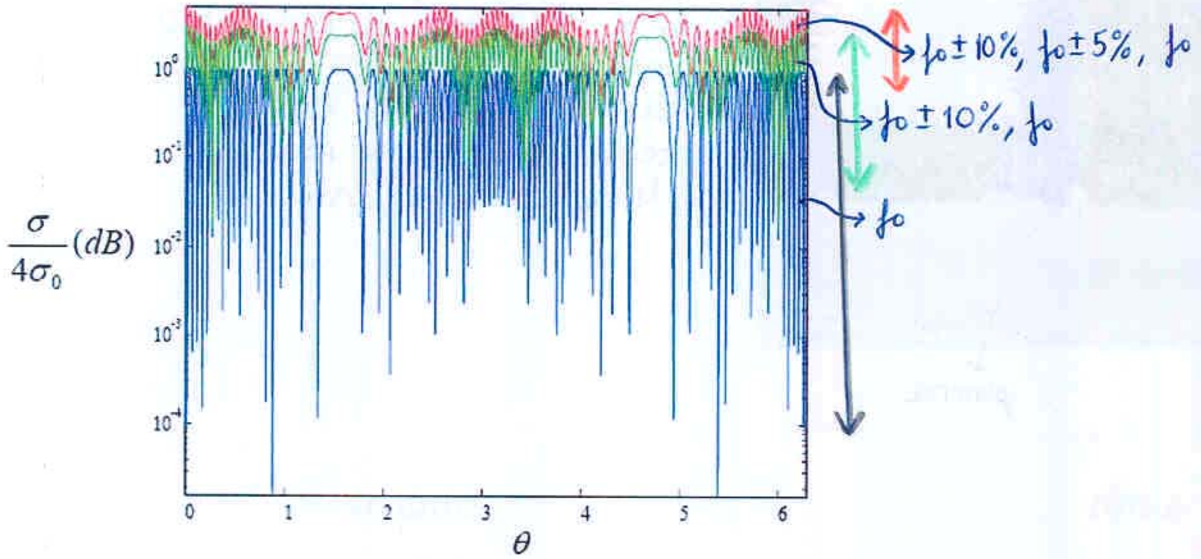
$\frac{L}{\lambda} = 1$ $\frac{L}{\lambda} = 2$ $\frac{L}{\lambda} = 4$

cuanto mayor sea la dimensión, más rápidas son las variaciones con θ

Imagínate para un blanco real;
Un blanco basta que se mueva muy pocas décimas de grado para dar lugar a desvanecimientos de decenas de dB (40 dB)

· Diversidad en frecuencia

Utilizando diversidad en frecuencia se reducen enormemente los desvanecimientos del RCS; es como si se "promediase" la RCS:



· RCS de blancos reales

El cálculo de una RCS es MUY complicado

por segmentación

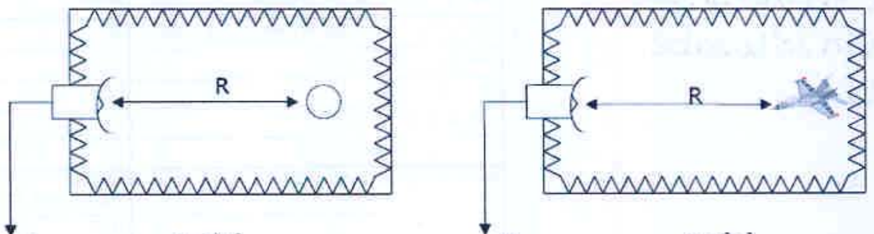
$$\sigma = \left| \sum_k \sqrt{\sigma_k}\, e^{j2 \cdot \frac{2\pi d_k}{\lambda}} \right|^2$$

En la práctica la RCS no se calcula, se mide

Utilizando simulación informática se requiere una rejilla de ~100 puntos por long. de onda para que la matriz esté bien condicionada. Para objetos grandes las matrices tienen decenas de millones de elementos.

muchísimos artículos y buenos libros
↓
Hay que medir en una cámara anecoica, o bien el blanco real, o bien un modelo a escala (escalando igualmente la long. de onda → frecuencias altísimas)

MEDIDAS EN LABORATORIO.

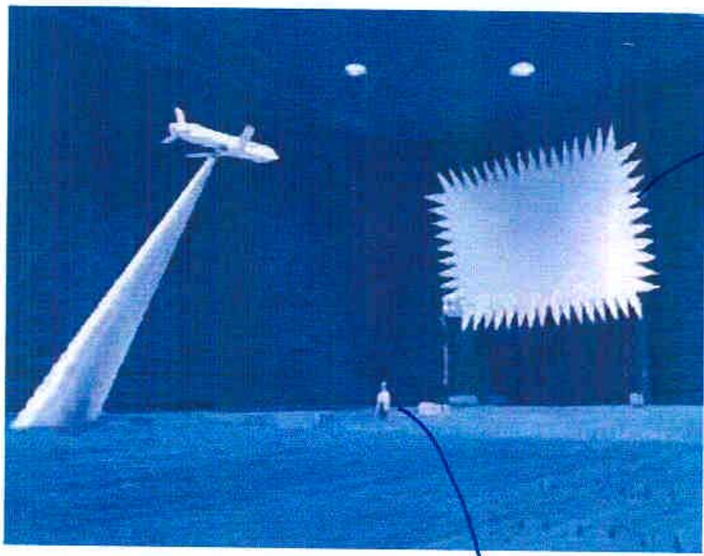


$P_{r,esf}$ $\quad P_{r,esf} = \frac{P_T G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}\sigma_{esf}$

$P_{r,obj}$ $\quad P_{r,obj}(\theta) = \frac{P_T G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4}\sigma_{obj}(\theta)$

la esfera sirve como calibración

$$\sigma_{obj}(\theta) = \frac{P_{r,obj}(\theta)}{P_{r,esf}}\sigma_{esf}$$

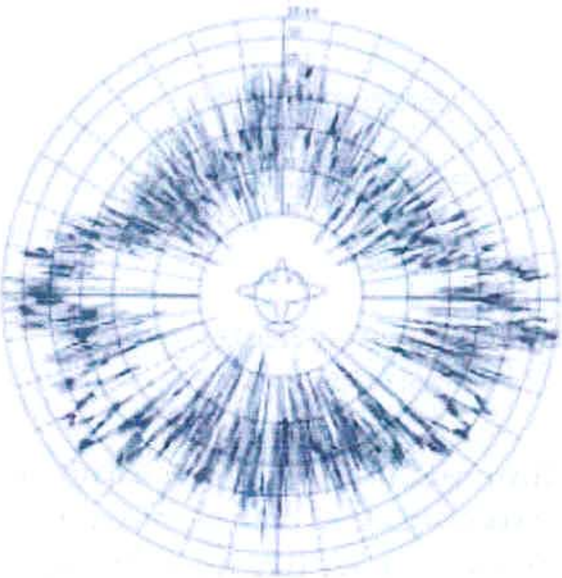


Cámara anecoica enorme para medir RCS

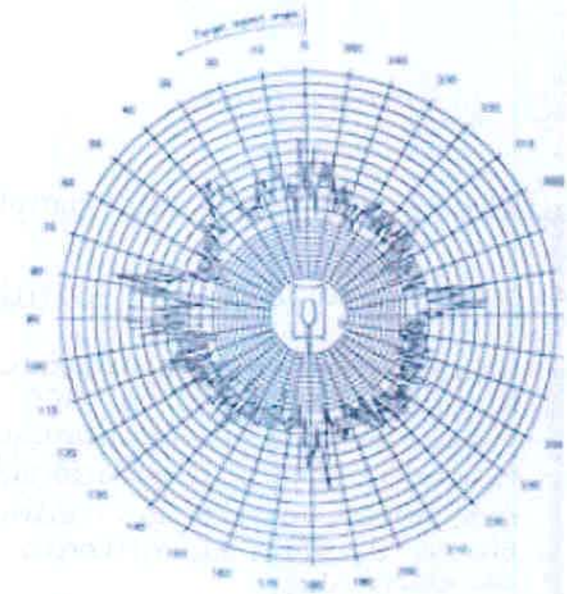
reflector:
estos bordes logran "enventanar" la distribución de corrientes para que el diagrama de campo (haciendo la TF) tenga un mayor margen dinámico que una sinc.

persona

avión



tanque



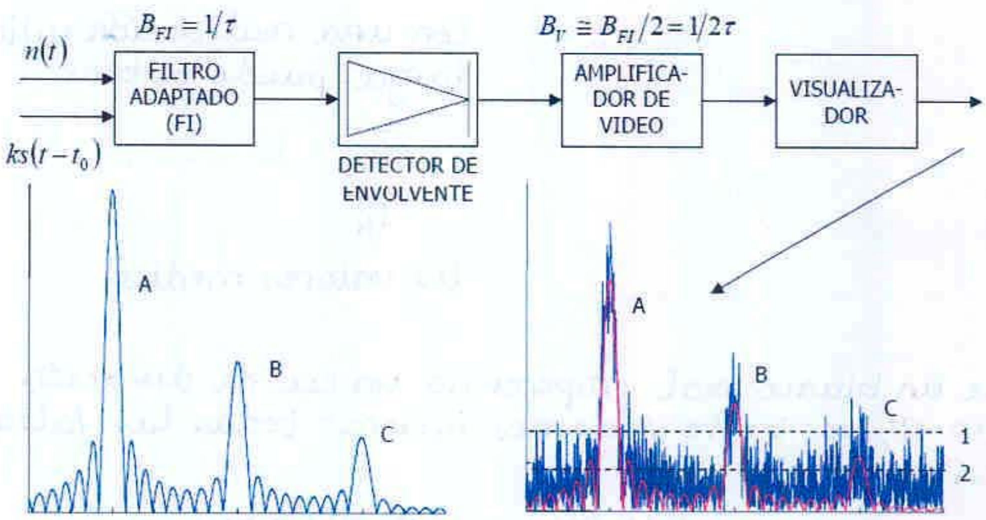
los aviones tratan de reducir la RCS en dirección frontal para poder atacar de frente al radar; por eso son útiles radares biestáticos (antena rx y tx en distintas posiciones, el avión sólo sabe dónde está la tx)

Valores orientativos:

BLANCO	$\sigma(m^2)$
Misil convencional	0,5
Avión pequeño (1 motor)	1
Caza pequeño o reactor de 4 plazas.	2
Caza grande o cazabombardero	6
Bombardero o reactor de pasajeros mediano.	20
Bombardero o reactor de pasajeros grande.	40
Reactor jumbo	100
Barca pequeña	0,02
Yate pequeño.	2
Barco con cabina.	10
Barco grande (16.000 Tm).	$52F^{1/2}D^{3/2}$ 330.000 (55 dB)
Camioneta.	200
Coche.	100
Bicicleta.	2
Hombre.	1
Pájaro.	0,01
Insecto.	10^{-5}

Detección

Detección por umbral : La situación del umbral es algo crítico

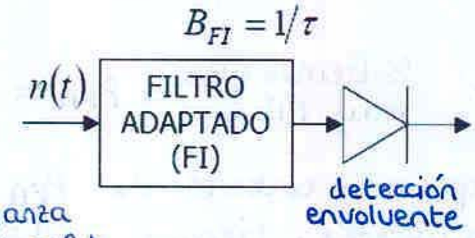


fdp del ruido

RUIDO GAUSSIANO

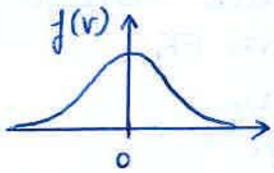
media nula

$$fdp \rightarrow f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\psi_0}} e^{-\frac{v^2}{2\psi_0}}$$



RUIDO TIPO RAYLEIGH

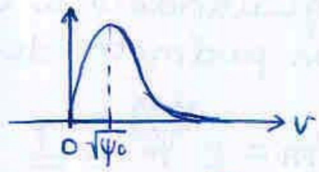
$$fdp \rightarrow f(v) = \frac{v}{\psi_0} e^{-\frac{v^2}{2\psi_0}}$$



varianza

$\sigma^2 = \psi_0 = Pot$

media nula

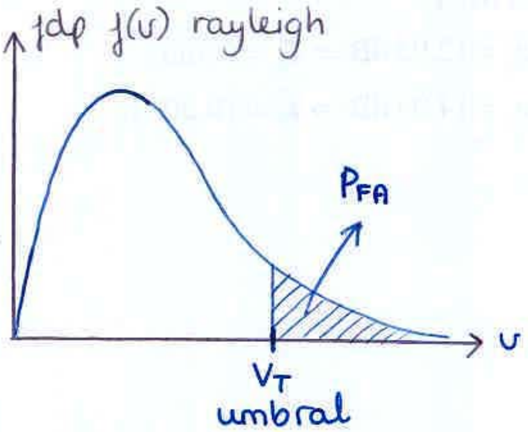


moda $= \sigma = \sqrt{\psi_0}$

media $= \sigma \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

Probabilidad de falsa alarma

Habrá falsa alarma cuando a la salida haya un ruido superior al umbral



$$P_{FA} = \int_{V_T}^{\infty} f(v)\,dv = \int_{V_T}^{\infty} \frac{v}{\psi_0} e^{-\frac{v^2}{2\psi_0}} dv = e^{-\frac{V_T^2}{2\psi_0}}$$

por tanto :

$$\boxed{P_{FA} = e^{-\frac{V_T^2/2}{\psi_0}}}$$

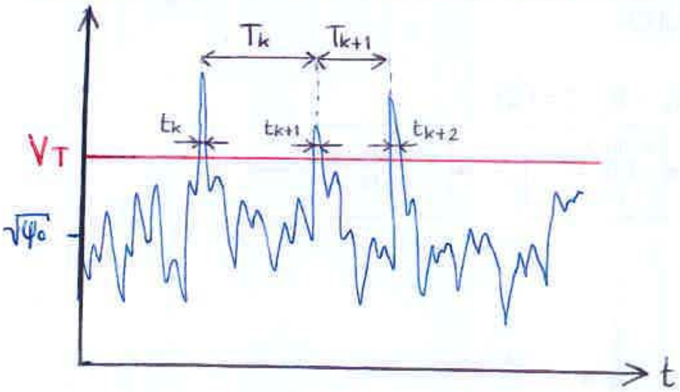
relación "umbral a ruido"

pot media asociada al umbral

pot media de ruido

Tiempo medio entre FA

tensión ruido a la salida
= envolvente tensión ruido a entrada



T : tiempo entre FA consecutivas
t : duración de FA

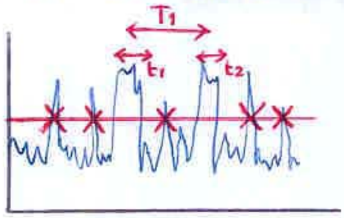
con una realización suficientemente larga puedo obtener

$\overline{t_k} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum t_k$

$\overline{T_k}$

los valores medios

sabemos que un blanco real proporciona un eco de duración como mínimo τ, por tanto podemos ignorar todas las falsas alarmas con $t_k < \tau$



Ésto nos permite decir que

$t_k \gtrsim \tau$

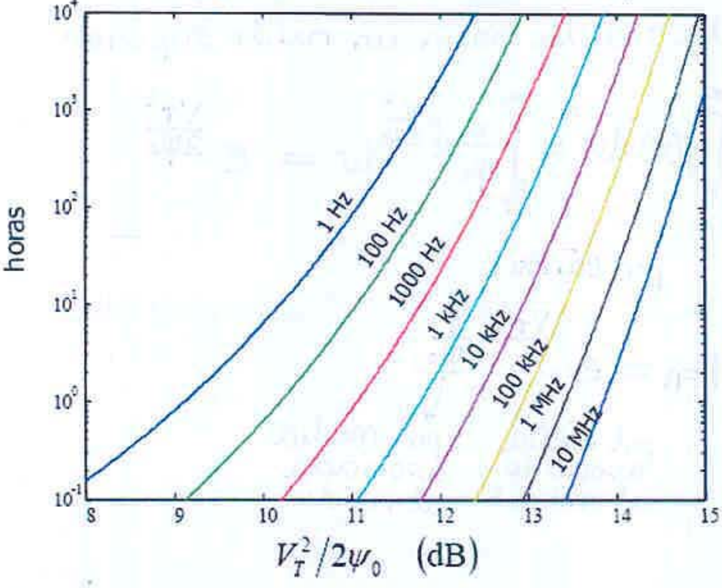
con este nuevo modelo, es fácil ver que

$$\%\text{ tiempo que hay FA} = P_{FA} = \frac{\overline{t_k}}{\overline{T_k}} \simeq \frac{\tau}{\overline{T_k}}$$

Igualándolo a la expresión anterior de P_{FA} podemos despejar un parámetro de gran interés: tiempo medio entre FA

$$P_{FA} = e^{-\frac{V_T^2/2}{\psi_0}} = \frac{\tau}{\overline{T_k}} \longrightarrow \boxed{\overline{T_k} = \tau \cdot e^{\frac{V_T^2/2}{\psi_0}} = \frac{1}{B} \cdot e^{\frac{V_T^2/2}{\psi_0}}}$$

Tiempo medio entre falsas alarmas $\overline{T}_k$



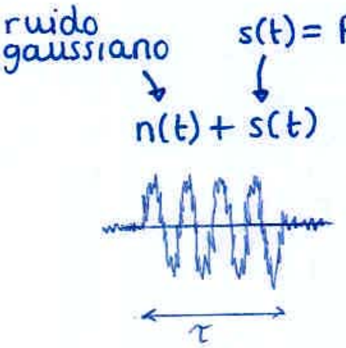
ejemplo:

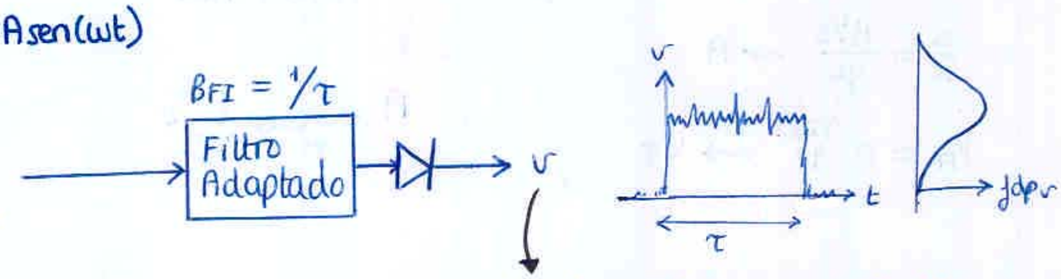
Para $B = 1$ MHz :

si $(V_T^2/2\psi_0 = 12.95$ dB$) \to \overline{T}_k = 6$ min.

si $(V_T^2/2\psi_0 = 14.94$ dB$) \to \overline{T}_k = 10.000$ h.

fdp del ruido + señal



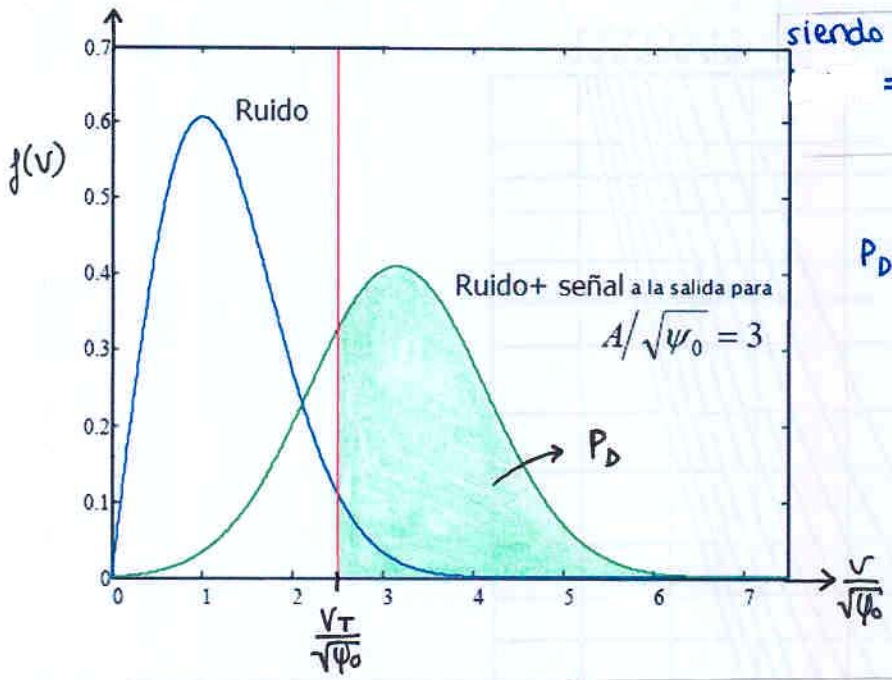


se puede demostrar que v es una V.A. con distribución RICE

$$f(v) = \frac{v}{\psi_0} \cdot e^{-\frac{v^2 + A^2}{2\psi_0}} \cdot I_0\left(\frac{v \cdot A}{\psi_0}\right)$$

siendo la función $I_0(x) = J_0(-jx)$ función de bessel modificada de 1ª especie y orden 0

Probabilidad de detección



$$P_D = \int_{V_T}^{\infty} f(v)\,dv$$

$$P_D = \int_{V_T}^{\infty} f(v)\,dv = \int_{V_T}^{\infty} \frac{v}{\psi_0} \cdot e^{-\frac{v^2 + A^2}{2\psi_0}} \cdot I_0\left(\frac{v \cdot A}{\psi_0}\right)$$

pot de señal: $s(t) = A sen wt \rightarrow S = A^2/2$

pot de ruido: $N = \psi_0$

$$\left.\right\} \quad \frac{A}{\sqrt{\psi_0}} = \sqrt{2\frac{S}{N}}$$

prob de FA: $P_{FA} = e^{-\frac{V_T^2/2}{\psi_0}}$ $\quad \left.\right\} \quad \frac{V_T}{\sqrt{\psi_0}} = \sqrt{2\ln(1/P_{FA})}$

sustituyendo en P_D

$$P_D = \int_{\sqrt{2\ln(1/P_{FA})}}^{\infty} u \cdot e^{-\frac{u^2 + 2S/N}{2}}\, I_0\left(u \cdot \sqrt{2\frac{S}{N}}\right) du$$

siendo $u = \frac{v}{\sqrt{\psi_0}}$

Hemos puesto P_D en función de $\frac{S}{N}$ y de P_{FA}

$P_D = P_D\left(\frac{S}{N}, P_{FA}\right)$
$\downarrow$
gráficas

$$P_D = P_D\left(\frac{S}{N}, P_{FA}\right)$$

$$\frac{S}{N} = \frac{A^2/2}{\psi_0} \rightsquigarrow A$$

$$P_{FA} = e^{-\frac{V_T^2/2}{\psi_0}} \rightsquigarrow V_T$$

Tenemos entonces las "relaciones"

$A \overset{\psi_0}{\longleftrightarrow} \frac{S}{N}$

$V_T \overset{\psi_0}{\longleftrightarrow} P_{FA}$

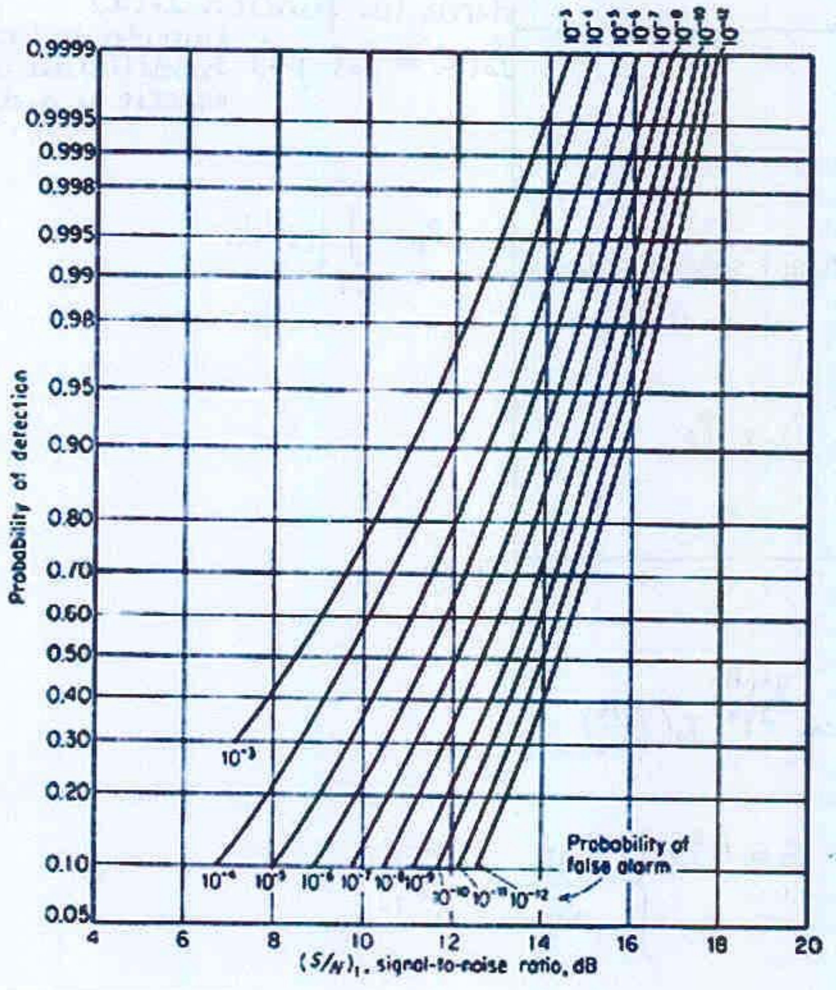
$P_{FA} \overset{\tau = \frac{1}{B}}{\longleftrightarrow} \overline{T}_k$

P_D

conociendo dos, obtengo la tercera con la gráfica

$P_{FA} \longleftarrow$

$P_D \uparrow$



$\longrightarrow \frac{S}{N}$

ejemplo:

fijo P_D y P_{FA} $\longrightarrow$ obtengo A : A = amplitud del eco recibido

$P_{FA} \overset{\tau}{\longleftrightarrow} \overline{T}_k$

$\overline{T}_k$ tiempo entre FA

Debería utilizar la ecuación del radar para calcular la pot a tx para cierto blanco a cierta distancia

I.3 Integración de Pulsos

Todas las ecuaciones anteriores eran para un único pulso; pero veamos que pasa si sumamos n pulsos de un mismo blanco

Integración en predetección o coherente

Sumamos los pulsos ANTES de pasarlos por el detector; para ello hay que asegurar que los pulsos guarden coherencia de fase

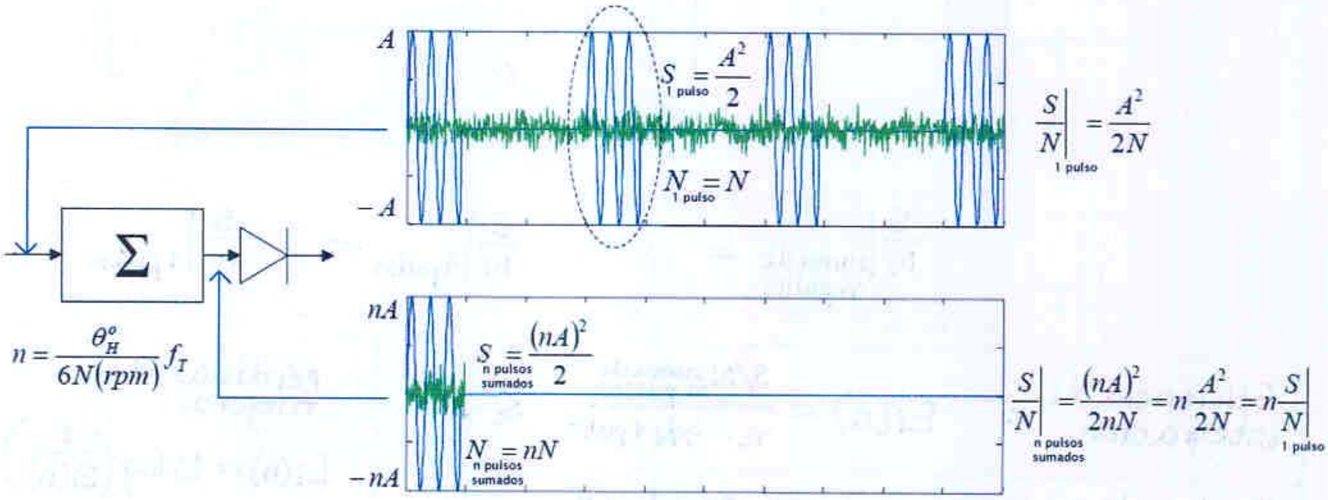
Al estar los pulsos en fase:

- la señal se suma en amplitud

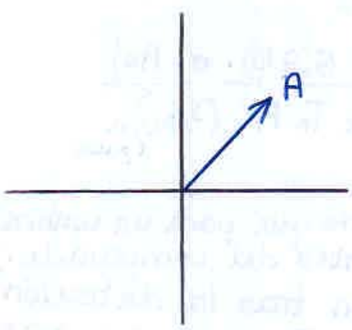
$$S_{1pulso} = \frac{A^2}{2} \longrightarrow S_{\substack{n\,pulsos\\sumados}} = \frac{(nA)^2}{2}$$

- el ruido se suma en potencia

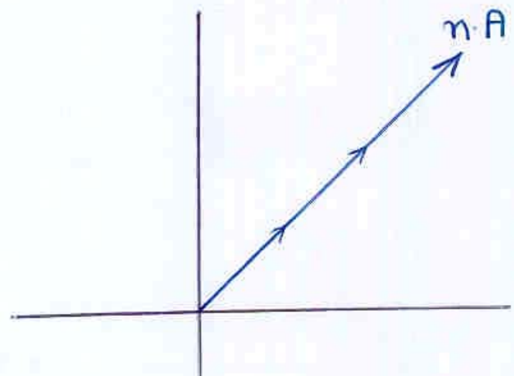
$$N_{1pulso} = N \longrightarrow N_{\substack{n\,pulsos\\sumados}} = n \cdot N$$



Otra forma de verlo es que cada uno de los pulsos que llega es un fasor (amplitud y fase):



Obviamente si todos están en fase, sumarlos dará como resultado:



$$\boxed{\left.\frac{S}{N}\right|_{\substack{n\,pulsos\\sumados}} = n \cdot \left.\frac{S}{N}\right|_{1\,pulso}}$$

Cuestiones de notación:

nota: en las transparencias llaman

$\left.\frac{S}{N}\right|_{1\,pulso} \rightarrow \left.\frac{S}{N}\right|_{n}$

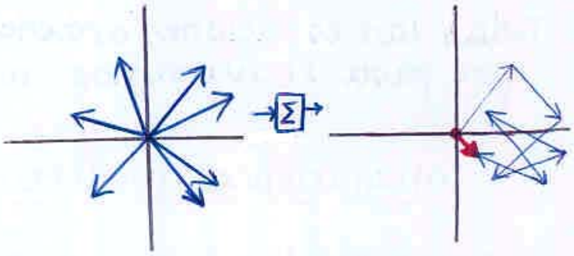
$\left.\frac{S}{N}\right|_{\substack{n\,pulsos\\sumados}} \rightarrow \left.\frac{S}{N}\right|_{1}$

y así es como aparecerá en las fórmulas de próx. temas

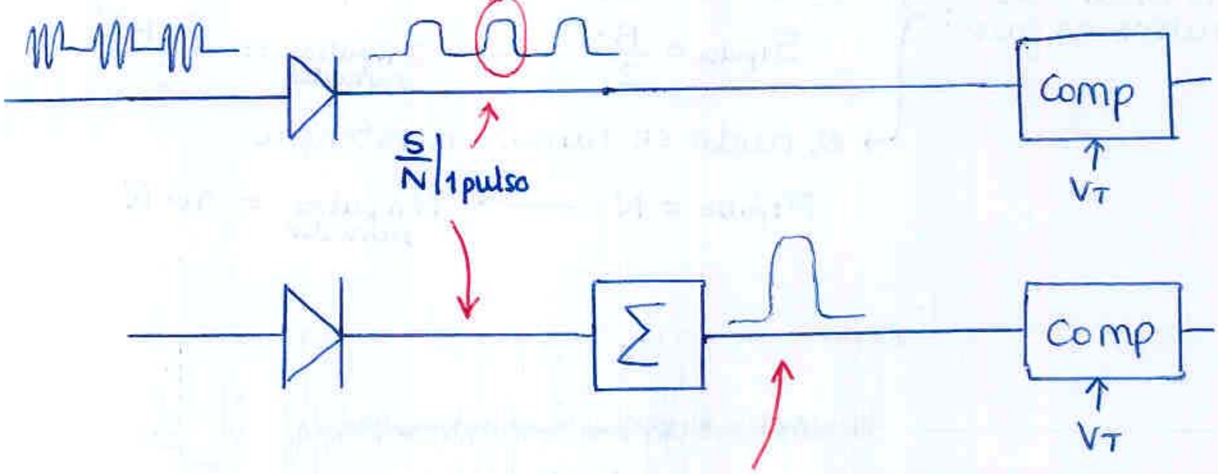
i

Integración en postdetección o no coherente

si no podemos garantizar la coherencia de fase entre los pulsos, sumarlos en predetección sería perjudicial ya que tenderían a anularse entre ellos :



Por tanto no queda más remedio que sumarlos en postdetección con fase. ⟶|⟵ cuando ya no son sinusoides



$$\boxed{\frac{S}{N}\Big|_{\substack{\text{suma de}\\ n\text{ pulsos}}} = n \cdot E_i(n)\,\frac{S}{N}\Big|_{1\text{ pulso}} = I_n\,\frac{S}{N}\Big|_{1\text{ pulso}}}$$

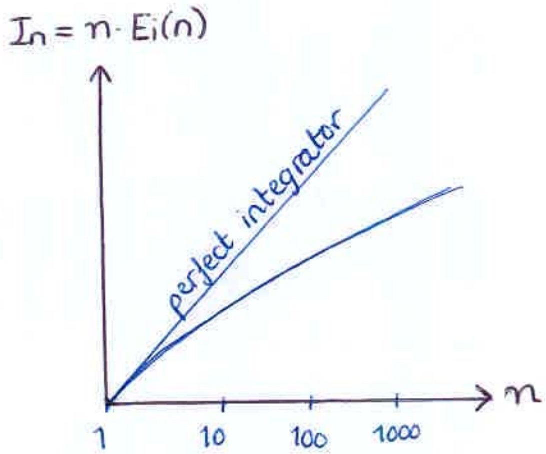
Eficiencia de integración : $E_i(n) = \dfrac{S/N_{\text{suma de } n \text{ pulsos}}}{n \cdot S/N_{1\text{ pulso}}} \leq 1$	pérdidas de mejora $L_i(n) = 10\log\left(\dfrac{1}{E_i(n)}\right)$
Factor de mejora : $I_n = n \cdot E_i(n)$	

cuidado: en la ecuación del alcance radar aparece $(S/N)_{min}$ a la salida del detector (i.e. hay que considerarlo ANTES de integrar)

$$R^4_{max} = \frac{P_T \cdot \tau \cdot G(\theta,\varphi) \cdot \sigma \cdot A_{ef}}{(4\pi)^2 k\, T_0\, F_r\, (S/N)_{min\,1\text{ pulso}}}$$

$\downarrow$

parece obvio que para un umbral dado de S/N antes del comparador, el $(S/N)_{min}$ tras la detección podrá ser I_n veces menor en el caso de usar integración



$\Downarrow$

$$R^4_{max} = R^4_{max\ \text{sin integración}} \cdot I_n$$

Variación de la RCS entre pulsos

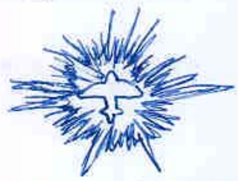
ejemplo: blanco a 1000km/h

RADAR: $\begin{cases} \tau = 10\ ns \\ f_T = 1\ kHz \\ N = 5\ rpm \end{cases}$

¿cuánto se mueve un blanco?

Durante un eco: $\Delta R = 27\ \mu m$

De un eco al siguiente: $\Delta R = 27\ cm$ ↓ suficiente para cambio en la RCS



De un scan al siguiente: $\Delta R > 3\ km$

La RCS se convierte en una variable aleatoria (V.A.)

Modelos de Swerling para la RCS de blancos fluctuantes.

Blanco	Fluctuación		fdp
	scan a scan	eco a eco	
	S1	S2	Exponencial $f(\sigma) = \frac{1}{\sigma_{AV}} e^{-\frac{\sigma}{\sigma_{AV}}}$
	S3	S4	Rayleigh $f(\sigma) = 4 \frac{\sigma}{\sigma_{AV}^2} e^{-2\frac{\sigma}{\sigma_{AV}}}$

Esto se traduce en que necesitamos relación señal a ruido adicional para alcanzar cierto alcance y P_D

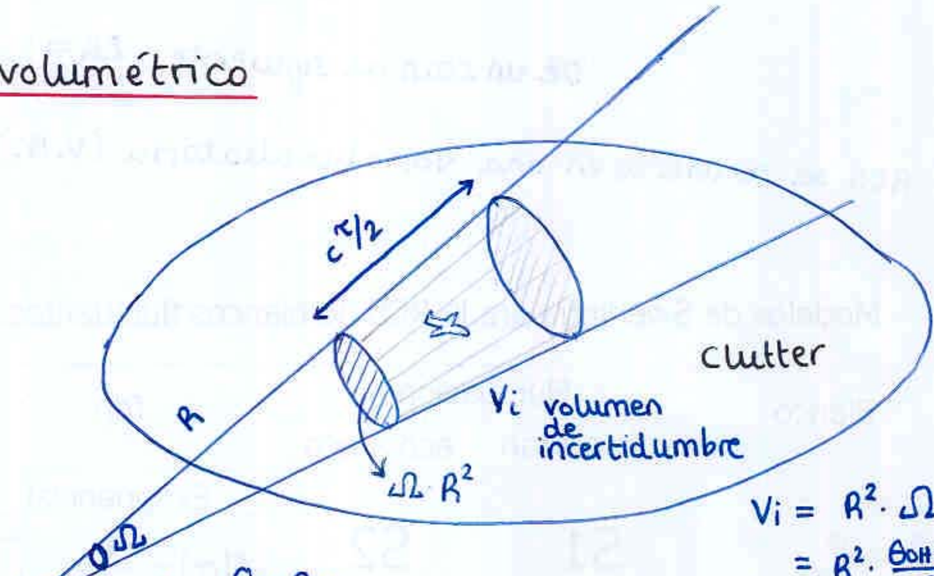
I.4 Clutter y Chaff

clutter: todo aquello que no es target

Tipos de Clutter
- volumétrico
  - lluvia
  - nieve
  - niebla
  - nubes

  (lluvia, nieve, niebla, nubes: depende de la densidad de precipitación y de la humedad (%H))
  - CHAFF (Intencionado: ECM)
- de superficie
  - tierra (depende del tipo de tierra)
  - mar(depende de la velocidad y dirección del viento, de cambios microgravitatorios...)

Clutter volumétrico



$$\Omega = \frac{\theta_{0H}\,\theta_{0V}}{2}$$

$$V_i = R^2 \cdot \Omega \cdot \frac{c\tau}{2} = R^2 \cdot \frac{\theta_{0H}\theta_{0V}}{2} \cdot \frac{c\tau}{2}$$

Potencia util: $P_{util} = k \cdot \sigma$

Potencia clutter: $P_c = k \cdot \sigma_c = k \cdot V_i \cdot \eta$

V_i → volumen de incertidumbre

η → densidad volumétrica de clutter $\eta = \frac{\sigma_c}{V_i}$

Relación señal-clutter

$$\boxed{SCR = \frac{P_{util}}{P_{clutter}} = \frac{\sigma}{V_i \cdot \eta} \quad \text{siendo } V_i = R^2 \frac{\theta_{0H}\theta_{0V}}{2} \frac{c\tau}{2}}$$

Interesa SCR alto
- distancias pequeñas
- τ pequeñas
- ancho haz pequeño

Cálculo de la densidad de clutter ej: lluvia/nieve

$$\eta = \frac{\sum_V \sigma_i}{V} = \sum_{\substack{\text{unidad}\\ \text{de volumen}}} \sigma_i = \frac{\pi^5}{\lambda^4} k^2 \underbrace{\sum_{\substack{\text{unidad}\\ \text{de vol.}}} d_i^6}$$

RCS de una gota

$$\sigma_i = \frac{\pi^5}{\lambda^4} k^2 d_i^6 \quad \begin{cases} d_i(m) \\ \lambda(m) \end{cases}$$

si caben 7 gotas de diámetros $d_1, d_2, \dots, d_7$ en $1 m^3$ entonces este término es $d_1^6 + d_2^6 + \dots + d_7^6$

Obviamente dependerá de la intensidad de lluvia $I(mm/h)$

$$\text{lluvia} \left\{ \begin{array}{l} k = 0'93 \\ \sum_{\substack{\text{unid}\\ \text{de vol}}} d_i^6 \cong 200 I^{1'6} \end{array} \right\} \rightarrow \eta = 5 \cdot 10^{-6} \cdot I^{1'6} \cdot \frac{1}{\lambda^4}$$

$$\text{nieve:} \left\{ \begin{array}{l} k = 0'2 \\ \sum_{\substack{\text{unid}\\ \text{de vol}}} d_i^6 \cong 2000 \cdot I^2 \end{array} \right\} \rightarrow \eta = 2'5 \cdot 10^{-5} \frac{I^2}{\lambda^4}$$

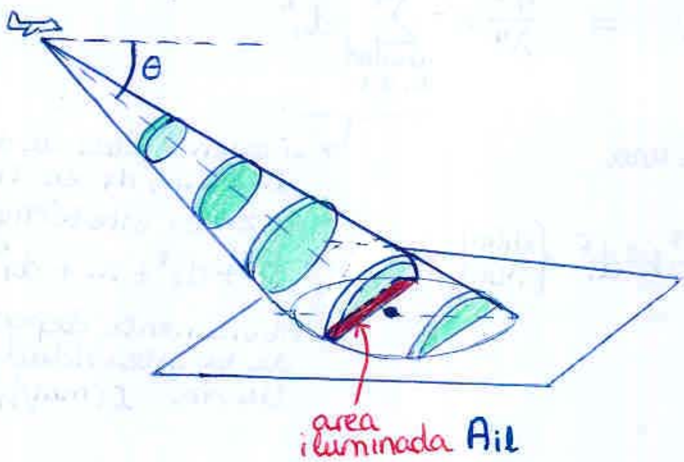
$I(mm/h)$

$\lambda\,(cm)$

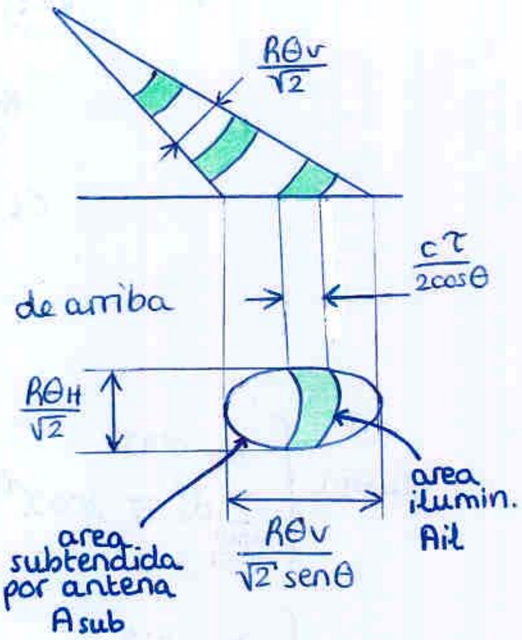
$\eta\,(m^2/m^3)$

i.e. RCS por volumen

Clutter de superficie



de lado:



$$P_{clutter} = k \cdot \frac{\sigma_c}{R^4}$$

siendo

$$\sigma_c = \sigma^{\circ} \cdot A_{il}$$

$\uparrow$ densidad superficial de RCS

$$A_{il} = \frac{c\tau}{2} \cdot \frac{1}{\cos\theta} \cdot \frac{R\Theta_H}{\sqrt{2}}$$

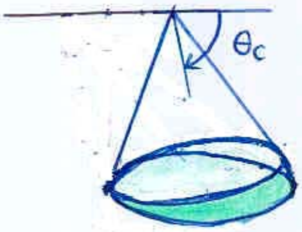
$$A_{sub} = \frac{R^2 \Theta_H \Theta_V}{2} \frac{1}{\operatorname{sen}\theta}$$

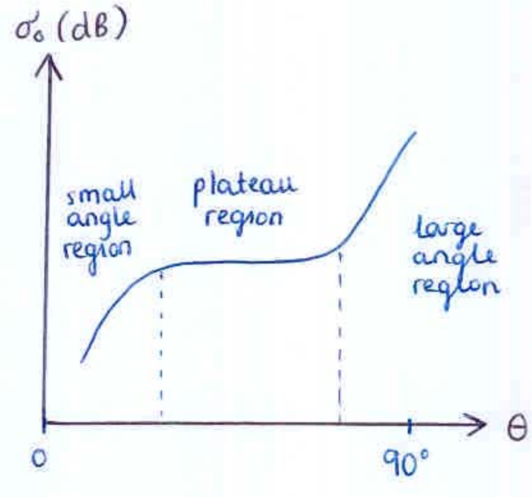
Ángulo crítico:

$A_{il} = A_{sub} \Rightarrow \tan\theta_c = \dfrac{R\Theta_V\sqrt{2}}{c\tau}$

cuando $\theta \geq \theta_c$

$\Rightarrow$ clutter enorme





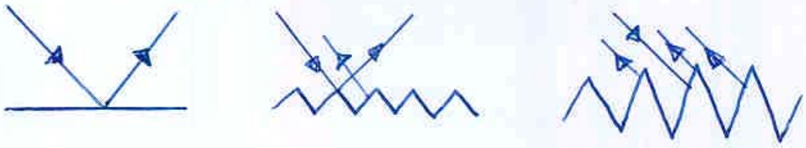
Clutter de mar

El pulso electromagnético induce corrientes en la superficie.

Estas corrientes hacen que la superficie se convierta en antena

Clutter de mar

mar plano | mar rizado | mar gruesa



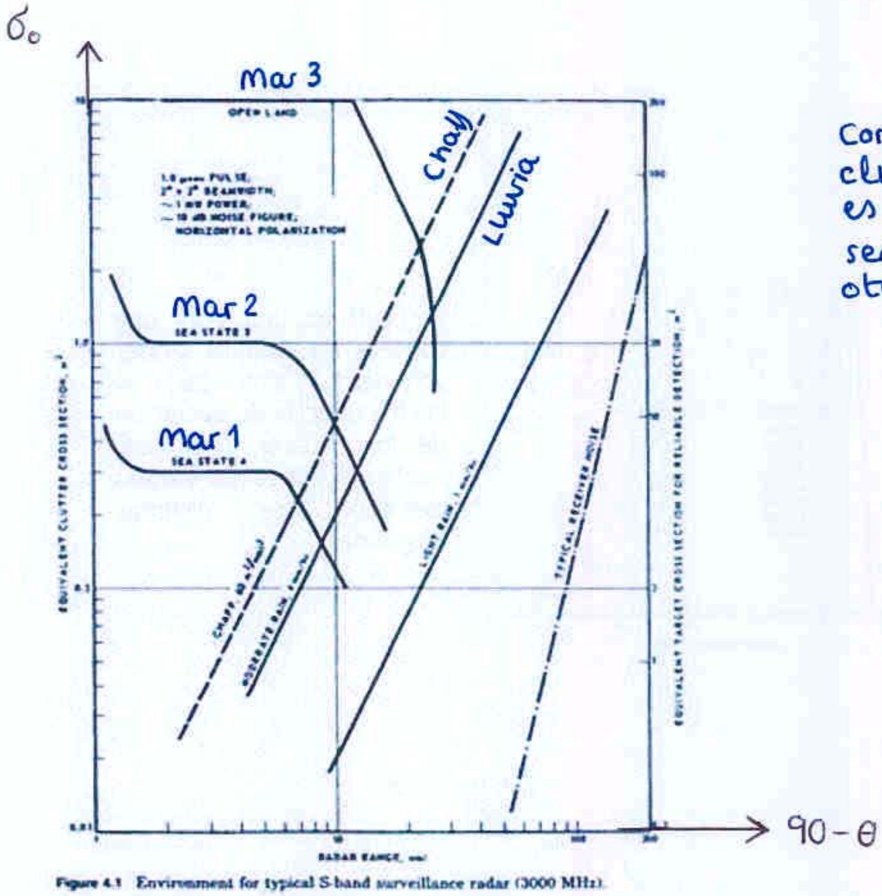
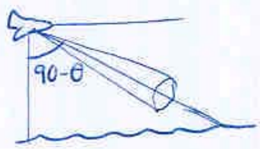
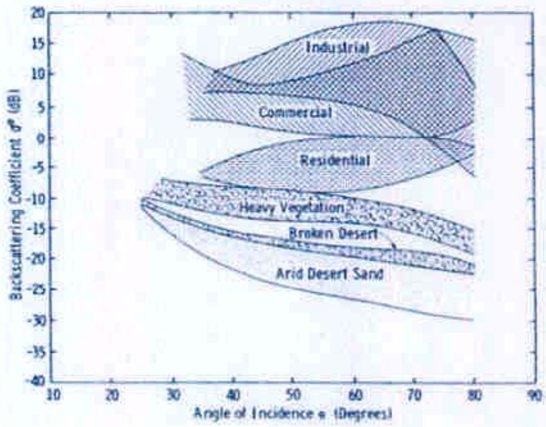


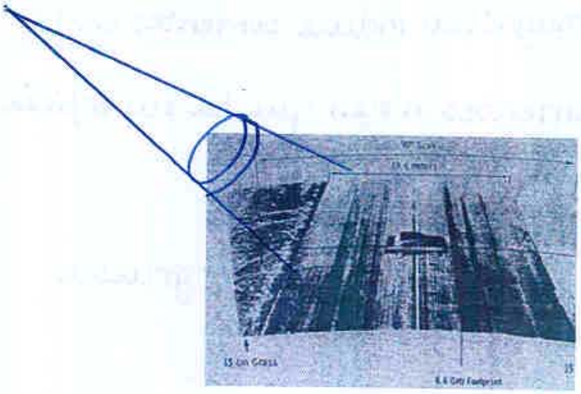
Figure 4.1 Environment for typical S-band surveillance radar (3000 MHz).

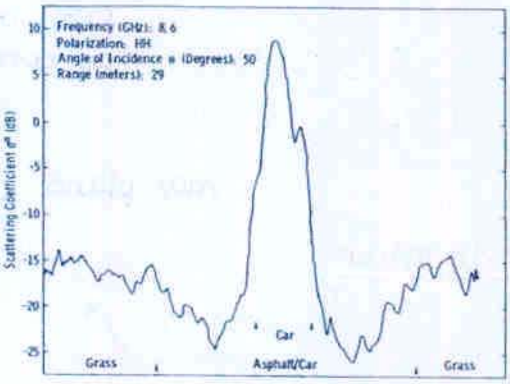
Como ves el clutter de mar es mucho mas serio que muchas otras cosas



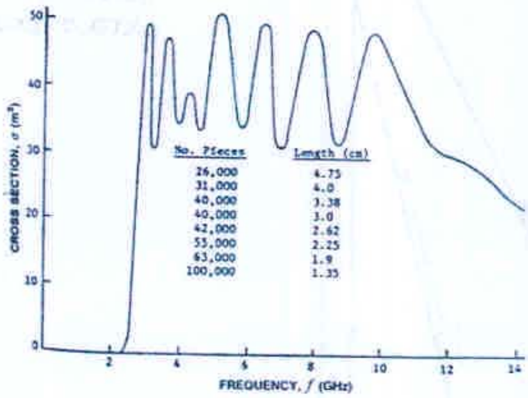
otros clutter de superficie:







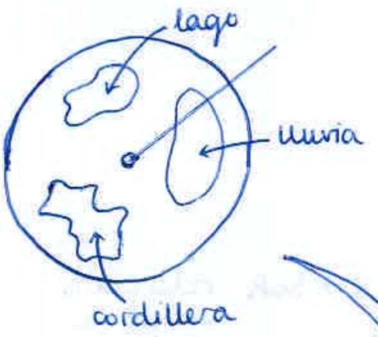
Chaff



El chaff es una ECM que consiste en producir clutter volumétrico "sintonizado" a las frecuencias de operación de los radares enemigos, mediante nubes de dipolos metálicos de distintas longitudes.

I.5. CFAR

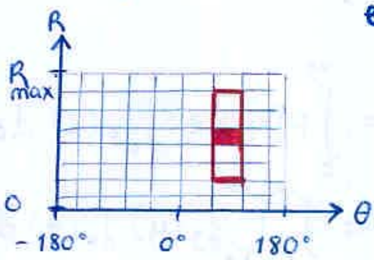
En cada dirección tengo un clutter distinto para distintas distancias

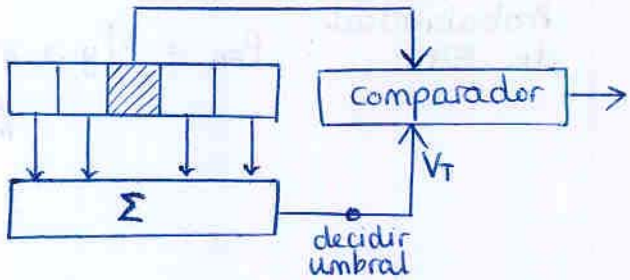


No es lógico utilizar un umbral constante

Para mantener mi probabilidad de detección se usa CFAR

↳ utilizar las celdas adyacentes (temporales o espaciales) para decidir el umbral de cada celda

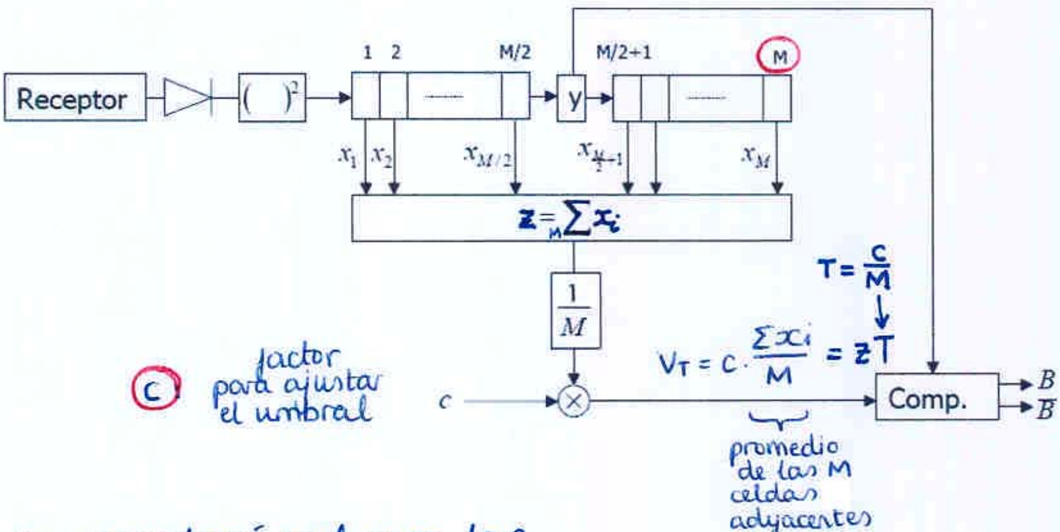




Incluso podríamos almacenar el clutter en todas las celdas (mapa de clutter) que además puede irse actualizando en cada pasada.

CFAR paramétrico: Cell-Avering CFAR (CA-CFAR)

Es el CFAR más simple



se comportará mal para las celdas en los extremos del escenario

Probabilidad de falsa alarma y de detección

La fdp del clutter de cada celda $f_x(x) = \frac{1}{\mu} e^{-x/\mu}$

La fdp de la suma $z = \sum_M x_i$ $\quad f_z(z) = \frac{z^{M-1}}{\mu^M (M-1)!} e^{-z/\mu}$

La fdp de la celda 'y' con blanco $\quad f_y(y) = \frac{1}{\mu(1+S)} e^{-y/\mu(1+S)}$ $\quad S = SCR$ relación señal a clutter

Probabilidad de FA : $P_{FA} = P[x \geq z \cdot \underset{\frac{c}{M}}{\underset{\uparrow}{T}}] = \int_0^\infty P[x \geq zT] f_z(z)\, dz$

$$= \int_0^\infty \int_{Tz}^\infty f_x(x) f_z(z)\, dx\, dz$$

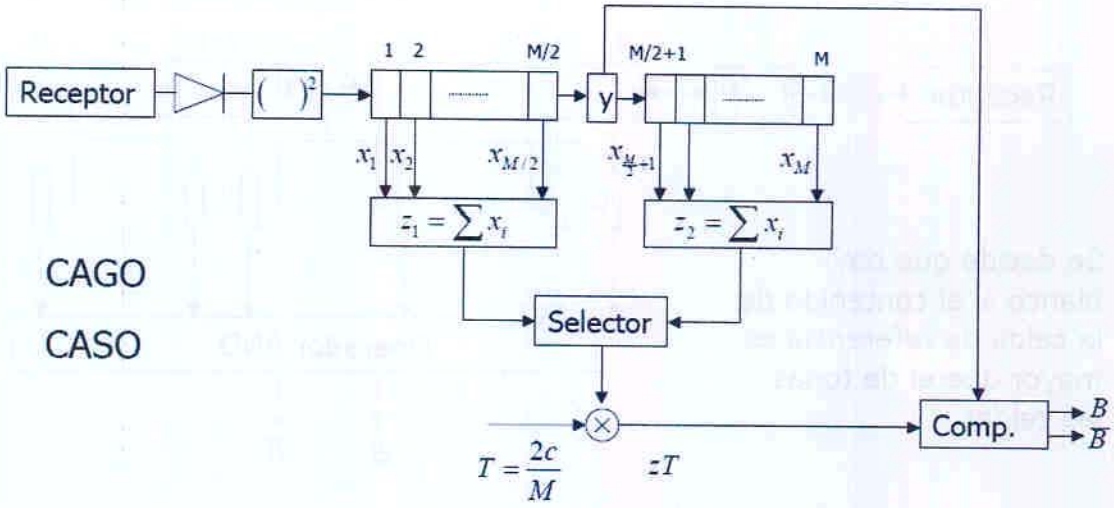
$$= \frac{1}{(1+T)^M}$$

Probabilidad de deteccion : $P_d = P[y \geq z \cdot T] = \int_0^\infty P[y \geq zT] f_z(z)\, dz$

$$= \int_0^\infty \int_{T\cdot z}^\infty f_y(y) f_z(z)\, dy\, dz$$

$$= \frac{(1+S)^M}{(1+S+T)^M}$$

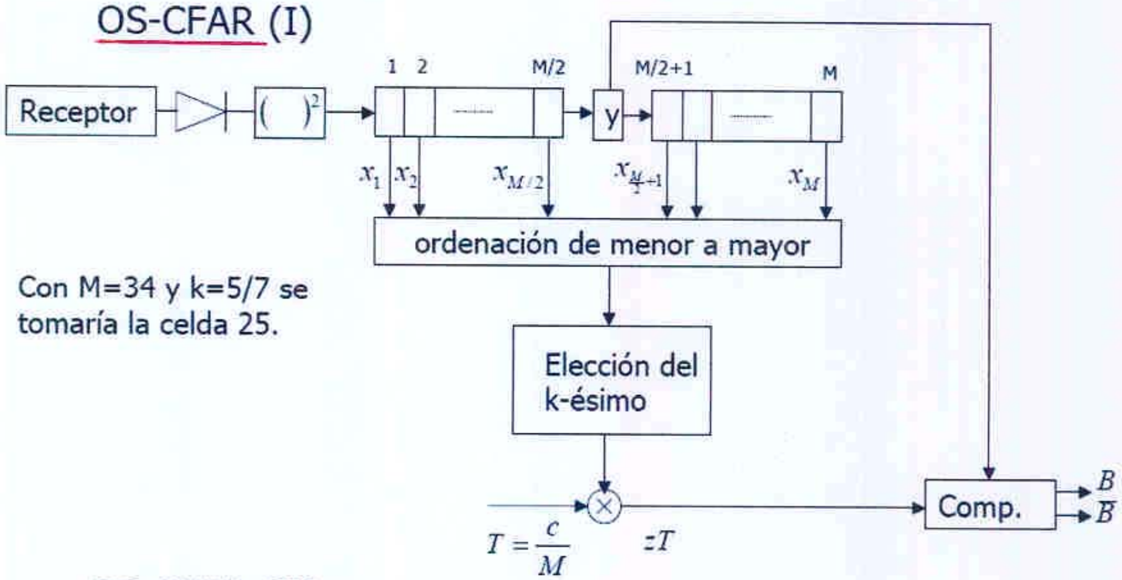
CA-CFAR modificado



CAGO

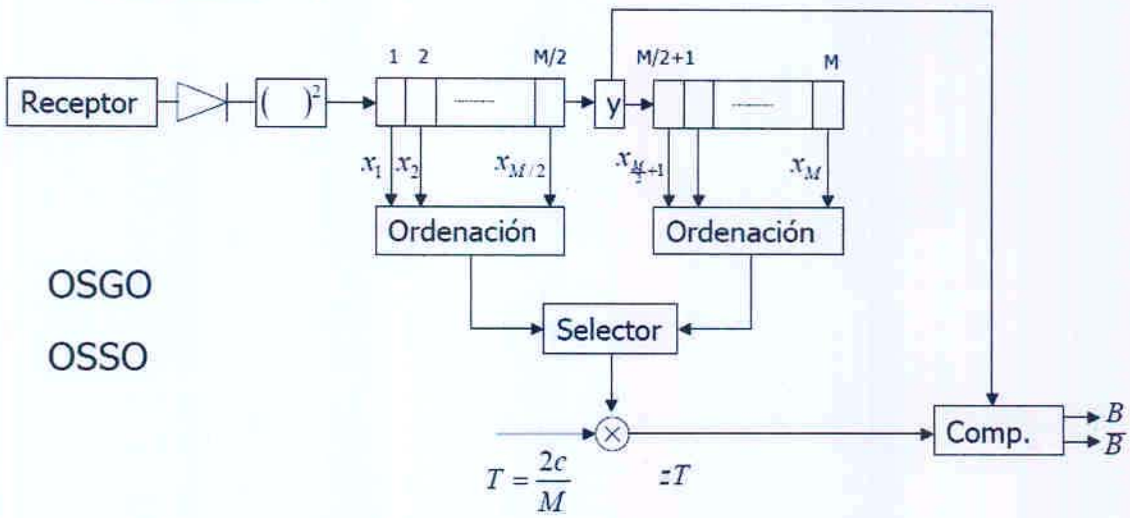
CASO

OS-CFAR (I)



Con M=34 y k=5/7 se tomaría la celda 25.

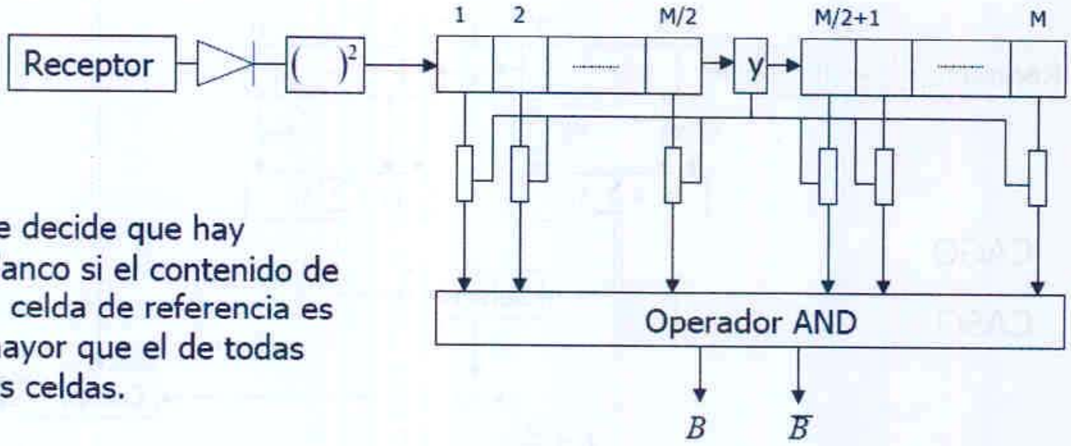
OS-CFAR (II)



OSGO

OSSO

CFAR no paramétrico.



Se decide que hay blanco si el contenido de la celda de referencia es mayor que el de todas las celdas.

I.6. Factores que limitan el alcance RADAR

Pérdidas Internas:
- línea de transmisión
- filtro adaptado

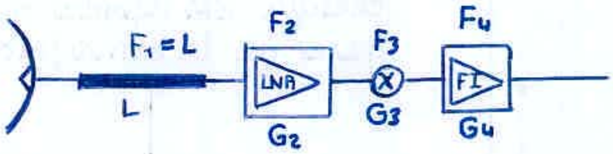
Pérdidas Externas:
- Refracción
- Atenuación
- Efecto multicamino

Las pérdidas afectan directamente al alcance

$$R^4_{MAX} = \frac{P_T \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \underbrace{k T_0 B_r F_r (S_0/N_0)_n}_{\text{señal mínima detectable } S_{min}}} \cdot I_n \cdot \frac{1}{L}$$

Pérdidas Internas

- Pérdidas en la línea de transmisión (guía de ondas)



En este caso afecta a R_{MAX} mediante un aumento de F_r (i.e. aumento de S_{min}). Usando Friis:

$$F_{TOT} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_1} + \frac{F_3 - 1}{g_1 g_2} + \cdots$$

$$F_r = L + \frac{F_2 - 1}{1/L} + \frac{F_3 - 1}{\frac{1}{L} \cdot G_2} + \frac{F_4 - 1}{\frac{1}{L} \cdot G_2 \cdot G_3} + \cdots$$

- Pérdidas por desadaptación en receptor

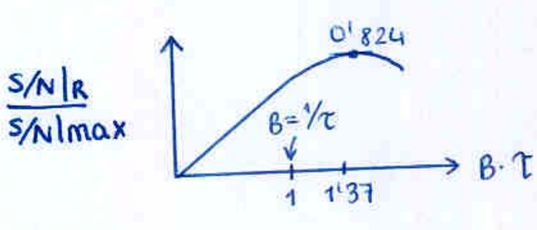
$$n(t) + k \cdot s(t - t_0) \rightarrow \boxed{H(j)} \rightarrow \chi = \frac{|g_{wh}(t_0)|^2}{N}$$

Recuerda pag I-3

- Caso Ideal: Filtro adaptado $H(j) = S^*(j)$

$$\left.\frac{S}{N}\right|_{max} = \frac{2E}{N_0} = \frac{2A^2 \tau}{N_0}$$

- Caso aprox F. P. Banda Ideal $H(j) = A\tau \cdot \Pi\left(\frac{f}{B}\right)$



- caso real Filtro P. Banda real

Pérdidas externas

· Influencia de la atmósfera:

→ Propagación troposférica

e : presión de vapor de agua (mmHg)
T : temp(K)
p : presión atmosférica (mm Hg)

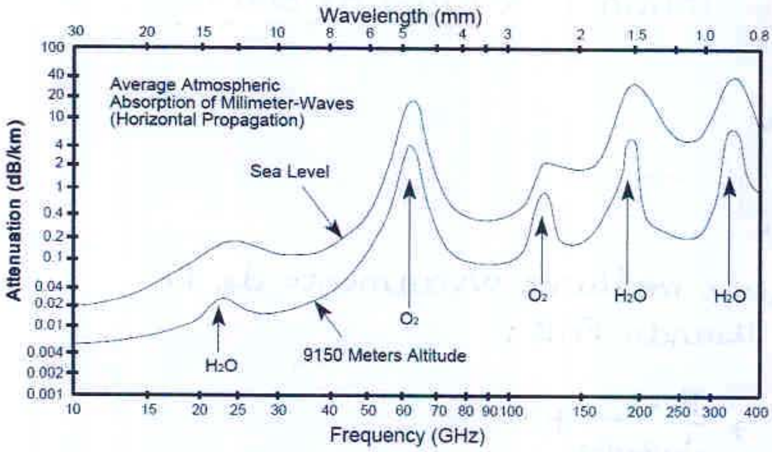
Electrones libres en las capas altas de la atmósfera (a causa de rad EM del sol) hacen que el índice de refracción varíe con la altura

$$(n-1) = \frac{79}{T}\left[p - \frac{e}{7} + p\,\frac{48000\,e}{T}\right]\cdot 10^{6}$$

$$\frac{dn}{dh} = -\frac{1}{26000}\ \text{km}^{-1}$$

En cada refracción se produce pérdida de potencia

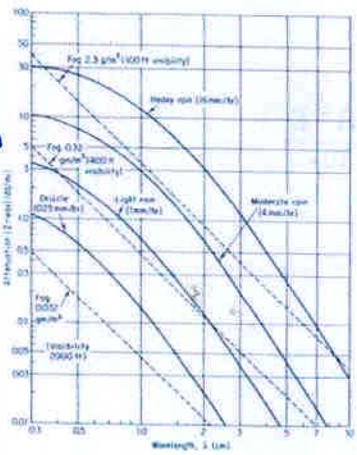
→ Absorción atmosférica



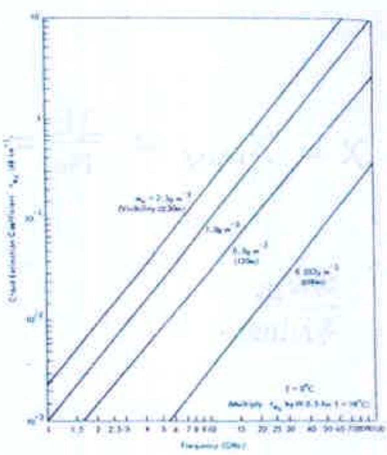
Picos de absorción de la energía EM debidos a gases de la atmósfera

→ Atenuación por lluvia y nubes

dB/km ↑

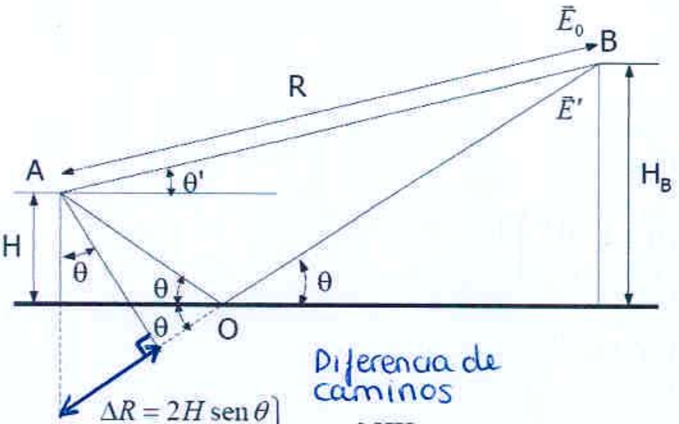


← f



→ f

- ## Efecto multicamino



Diferencia de caminos

$$\left.\begin{aligned}\Delta R &= 2H\,\mathrm{sen}\,\theta \\ \mathrm{sen}\,\theta &\approx \frac{H_B}{R}\end{aligned}\right\}\Delta R \simeq \frac{2HH_B}{R}$$

$\overline{AB} \simeq \overline{AOB} \Rightarrow |E_0| \simeq |E'|$ modulos iguales

$$\vec{E} = \vec{E}_0\left(1 + \rho \cdot e^{jk\Delta R}\right)$$

$\rho \simeq -1$

cambio en la fase: $k\Delta R \simeq \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{2 \cdot H \cdot H_B}{R}$

$$\vec{E} = \vec{E}_0\left(1 + e^{j\psi}\right)$$

$\psi = \pi + k\Delta R$

π: el efecto de $\rho = -1$

entonces:

$$|\vec{E}| = |\vec{E}_0|\sqrt{(1+\cos\psi)^2 + (\mathrm{sen}\,\psi)^2}$$
$$= |\vec{E}_0|\sqrt{2(1+\cos\psi)}$$

El efecto multicamino puede modelarse como un cambio en el diagrama de radiación

En espacio libre:

Sobre tierra conductora:

Aparecen lobulaciones

se define:

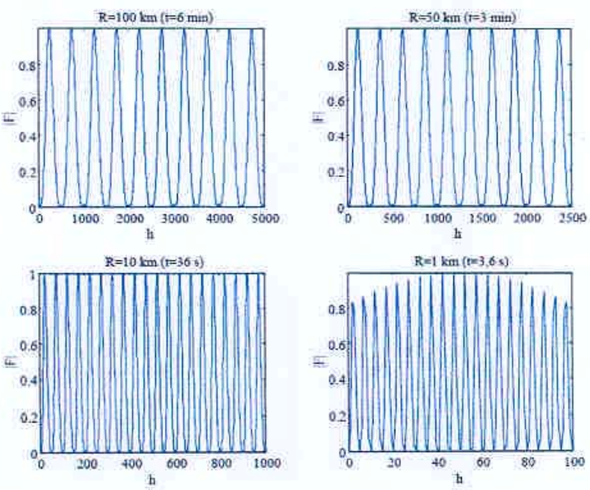
campo $\quad |F| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{E}_0|} = \sqrt{2(1+\cos\psi)}$

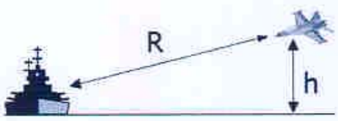
potencia $\quad |F|^2$

ida y vuelta $\quad \boxed{|F|^4 = 4(1+\cos\psi)^2 = 16\,\mathrm{sen}^4\left(\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{H \cdot H_B}{R}}\right)}$

nulos: $n\pi$

max: $(2n+1)\pi/2$





La ecuación del alcance radar queda:

$$\boxed{R^4_{max} = \frac{P_T \cdot G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 \cdot k T_0 B_r F_r \, (S/N)_{\substack{suma \\ n\ pulsos}}} \cdot I_n \cdot \frac{1}{L} \cdot |F|^4}$$

Blancos que vuelan a baja altura:

$$|F|^4 = 16 \, sen^4\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{H \cdot H_B}{R}\right) \simeq 16 \cdot \left[\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{H \cdot H_B}{R}\right]^4$$

que, sustituyéndolo en la ecuación radar

$$P_R(W) = \frac{P_T \cdot G^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3} \cdot \frac{1}{R^4} \cdot |F|^4$$

$$= \frac{4\pi \, P_T \, G^2 \, \sigma \cdot (H H_B)^4}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{R^8} \quad \propto \frac{1}{R^8}$$

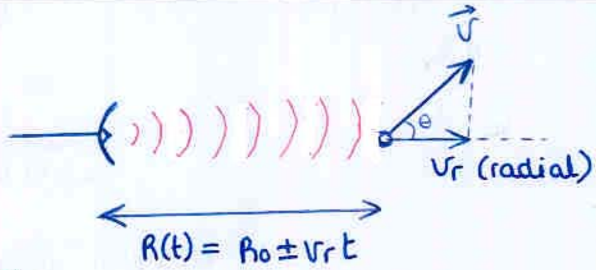
atenuación MUY fuerte.

Los portaviones deben ser vigilados desde el aire por aviones

Tema II : RADAR Coherente

Lección II. 1 RADAR Doppler

· Frecuencia Doppler



Emisión: $S_e(t) = A\cos(\omega_0 t)$

Recepción: $S_r(t) = A\cos(\omega_0 (t - T(t)))$

$$= A\cos\left(\omega_0\left(t - \frac{2R(t)}{c}\right)\right)$$

$$= A\cos\Big(\underbrace{\omega_0\left(t - \frac{2(R_0 \pm v_r t)}{c}\right)}_{\text{fase instantánea } \theta(t)}\Big)$$

Frecuencia instantánea de la señal recibida: $f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial\theta(t)}{\partial t}$

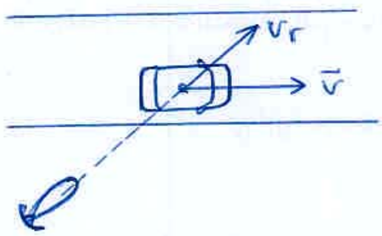
$$= \frac{1}{2\pi}\Big(\omega_0 \mp \underbrace{\frac{2\omega_0 v_r}{2}}_{\omega_d}\Big)$$

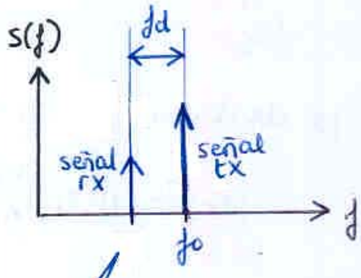
$\Rightarrow$ $f_{recibida} = f_0 \pm f_d$

{+ : blanco acercándose
{− : blanco alejándose

$$\boxed{\begin{aligned} f_d &= \frac{2 f_0 v_r}{c} \\ &= 2\frac{v_r}{\lambda_0} \\ &= 2\frac{v\cos\theta}{\lambda_0} \end{aligned}}$$

RADAR de tráfico

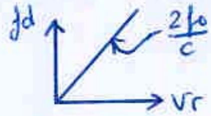




Podemos hacer la correspondencia:

tiempo $\leftrightarrow$ posición

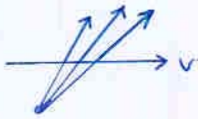
frecuencia $\leftrightarrow$ velocidad



Para una precisión tecnológica dada en la medida de f_d, podemos mejorar la precisión en v_r cuanto mayor sea f_0 (frec. tx)

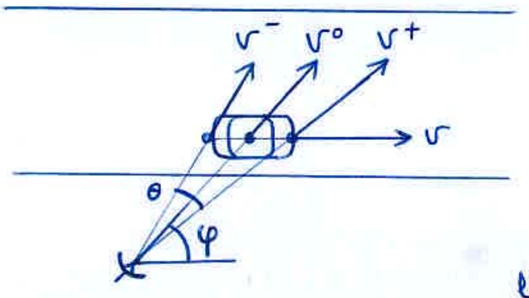
En la práctica, la señal recibida no será una delta en frecuencia, sino que tendrá cierta anchura (limitando así la precisión en la medida de v_r) debido a 2 cosas:

a) · v_r cambia según el blanco se desplaza dentro del haz



b) · El tono rx tiene duración finita (permanencia del blanco dentro del haz)

a) V_r cambia al moverse el blanco dentro del haz



$$v^- = v\cos(\varphi + \theta/2) \longrightarrow f_d^-$$
$$v^\circ = v\cos(\varphi) \longrightarrow f_d^\circ$$
$$v^+ = v\cos(\varphi - \theta/2) \longrightarrow f_d^+$$

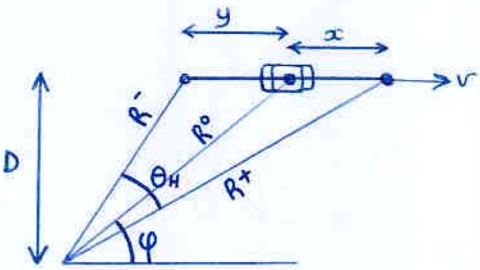
la frec. doppler cambia con el tiempo

si $\theta \ll 1$: $\cos(\varphi \pm \theta/2) \simeq \cos\varphi \pm \frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\varphi$

la variación de frec doppler : $\varepsilon = \left|\dfrac{f_d^+ - f_d^-}{f_o}\right| = \theta\tan\varphi$

ejemplo: $\theta = 5^\circ$, $\varphi = 30^\circ \Rightarrow \varepsilon = 5\%$ efecto despreciable frente a b)

b) Tiempo de adquisición



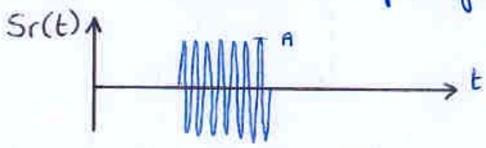
$$x = D\left[\operatorname{cotg}\left(\varphi - \tfrac{\theta_H}{2}\right) - \operatorname{cotg}(\varphi)\right]$$
$$y = D\left[\operatorname{cotg}(\varphi) - \operatorname{cotg}\left(\varphi + \tfrac{\theta_H}{2}\right)\right]$$
$$t_A = \frac{x+y}{v}$$
$$t_A = \frac{D}{v}\left[\cot\left(\varphi - \tfrac{\theta_H}{2}\right) - \cot\left(\varphi + \tfrac{\theta_H}{2}\right)\right]$$

si $\theta \ll 1 \Rightarrow$ $\boxed{t_A = \dfrac{D}{v}\,\dfrac{\theta_H}{\operatorname{sen}^2\varphi - \left(\frac{\theta_H^2}{4}\right)\cos^2\varphi}}$

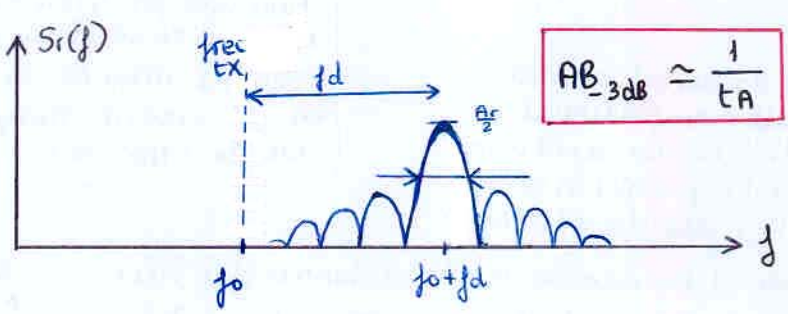
El tono recibido tiene una duración t_A, por lo que hay que convolucionar la δ en frec por la transformada de señal rectangular duración t_A

Resolución y ancho de banda

señal recibida: tono $f_o \pm f_d$ de duración t_A — ya sea limitado por el tiempo de permanencia del blanco en el haz o por duración del pulso τ



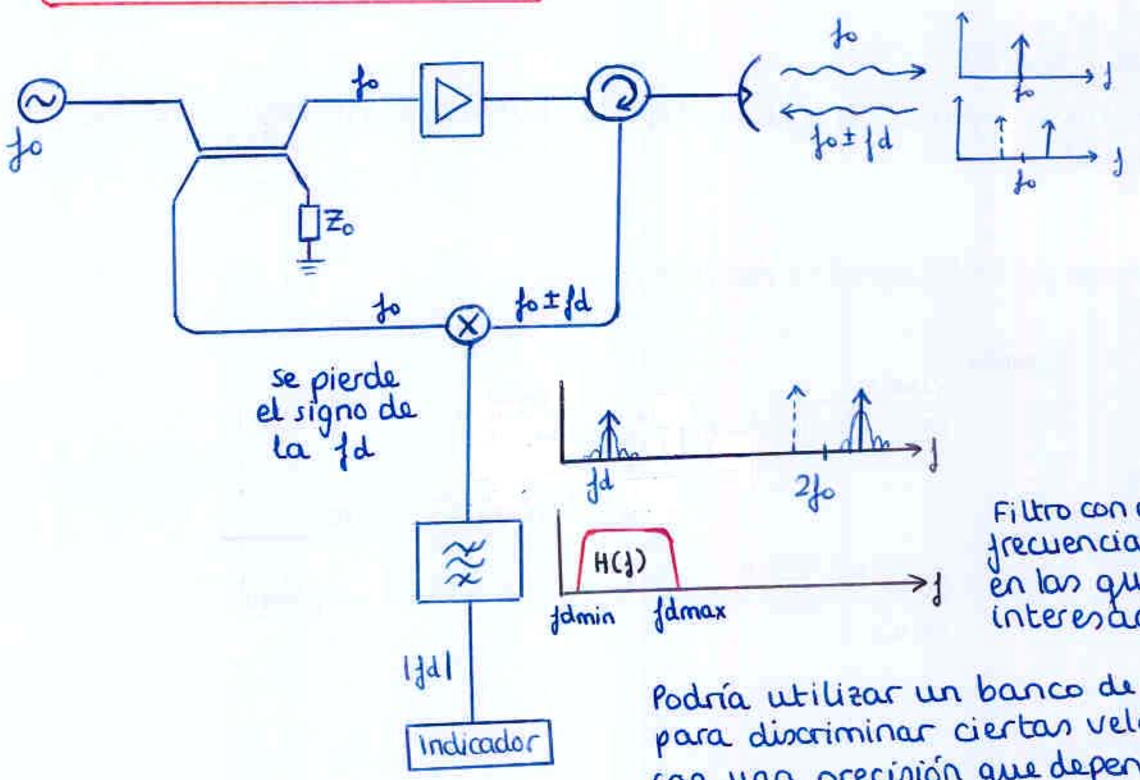
$$s(t) = A \cdot \Pi\left(\frac{t}{t_A}\right)\cos(2\pi(f_o \pm f_d))$$



$\boxed{AB_{-3dB} \simeq \dfrac{1}{t_A}}$ Ancho de banda y resolución Doppler

limita nuestra resolución para distinguir velocidades del blanco

- Realizaciónes homodinas



se pierde el signo de la f_d

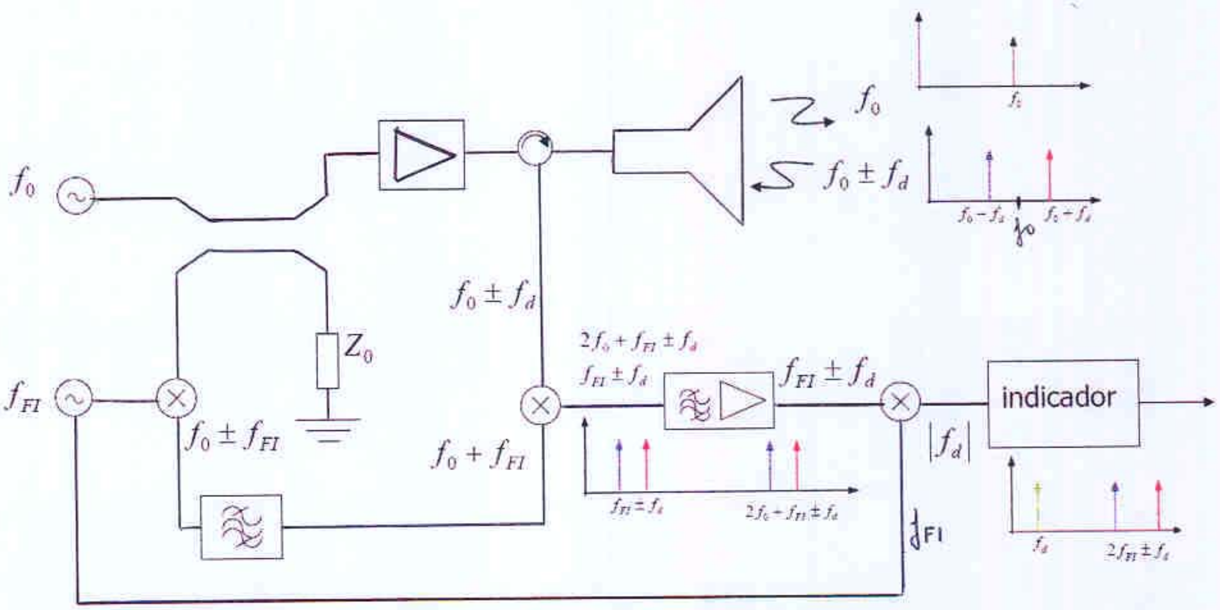
Filtro con el rango de frecuencias (velocidades) en las que estoy interesado

Podría utilizar un banco de filtros para discriminar ciertas velocidades con una precisión que depende de la anchura de los filtros (y limitada por la anchura de la 'sinc' $1/t_A$)

El problema de éste receptor (como todos los detectores homodinos) es el ruido $1/f$ del oscilador

- Realizaciones superheterodinas

- Primero se bate a frecuencia intermedia
- se amplifica a FI (sin ruido $1/f$)
- se bate para pasar ya a frec f_d, que tendrá ruido $1/f$ pero la señal será ya muy fuerte.

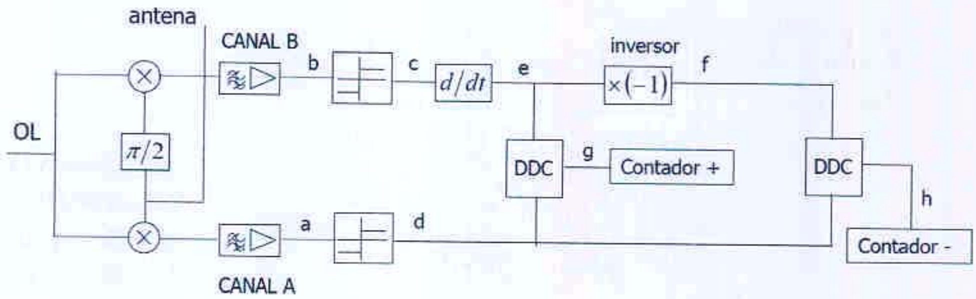


- Recuperación del signo de la velocidad

  - Filtrar en FI

    Filtramos para $f_{FI} + f_d$ y $f_{FI} - f_d$ pudiendo entonces conocer cual

  - Método de los canales mezcladores

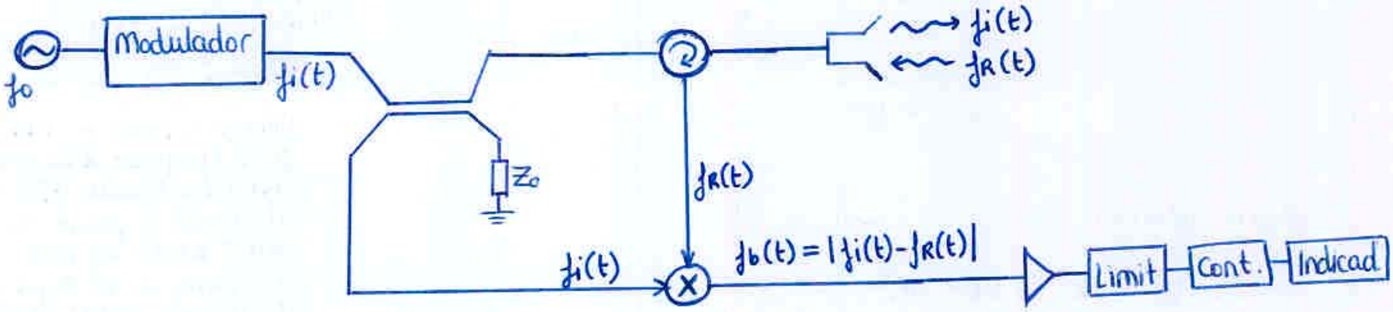


Lección II. 2 : Determinación simultánea de la velocidad y la posición

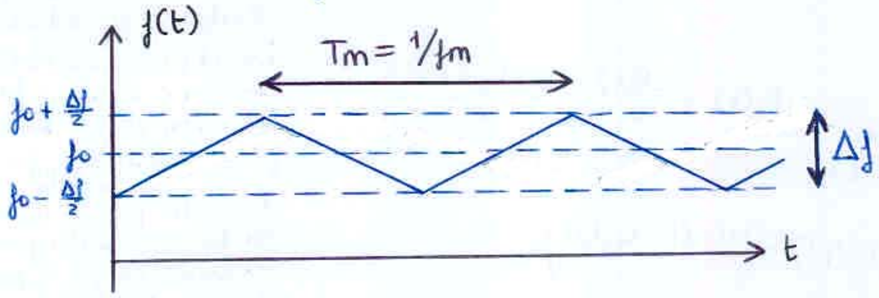
Con lo que sabemos ahora, si emitimos un tono
- o bien medimos la distancia con precisión si el tono es estrecho
- o bien medimos la velocidad con precisión si el tono es largo

Para poder detectar simultáneamente distancia y velocidad hay que emitir un espectro.

- **RADAR CW con modulación de frecuencia (FM lineal)**

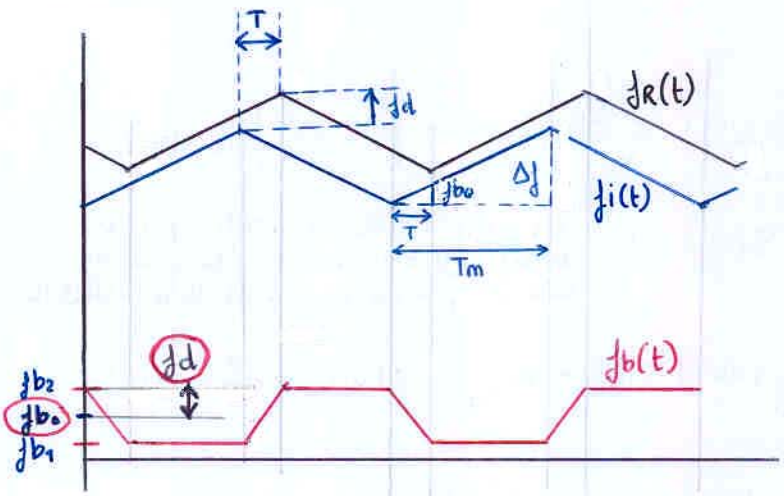


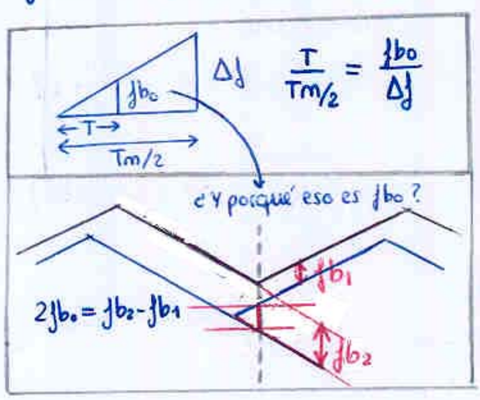
se emite un tono cuya frecuencia va variando:



Por tanto el tono recibido, cuya frec instantánea será $f_R(t) = f_i(t - \underset{T = \frac{2R}{c}}{T}) \pm f_d$, por ej para un blanco que se acerca:

$$f_b(t) = |f_i(t) - f_R(t)|$$

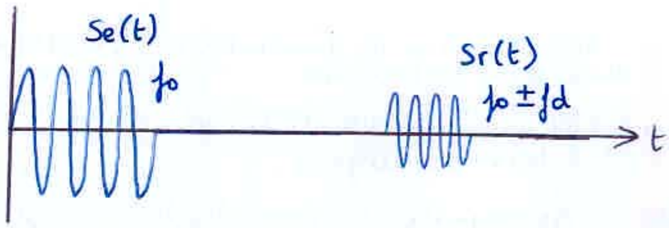




$$f_{b_0} = \frac{f_{b_1} + f_{b_2}}{2} \propto T \qquad T = \frac{T_m/2}{\Delta f} f_{b_0} \xrightarrow[T = \frac{2R}{c}]{} R = \frac{c\, T_m}{4 \Delta f} \cdot f_{b_0}$$

$$f_d = \frac{f_{b_2} - f_{b_1}}{2} \propto f_d \qquad f_d = f_d \xrightarrow[f_d = \frac{2 v_r}{c} f_0]{} v_r = \frac{c \cdot f_d}{2 f_0}$$

· RADAR Doppler pulsado



$$S_e(t) = a(t)\cos(\omega_0 t + \psi(t))$$
$$= \mathrm{Re}\{\underbrace{a(t)e^{j\psi(t)}}_{\tilde{s}(t)} e^{j\omega_0 t}\}$$

$\tilde{s}(t)$ equivalente paso bajo $\leftrightarrow$ tomando como referencia $e^{j\omega_0 t}$ (que es de la que disponemos en el RADAR)

Para blanco fijo: $t_0 = \frac{2R_0}{c}$

$$S_r(t) = k' S_e(t - t_0)$$
$$= k' \cdot \mathrm{Re}\{\tilde{s}(t-t_0)e^{j\omega(t-t_0)}\}$$

Para blanco móvil: $t_0(t) = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2(R_0 + v_r t)}{c}$

$$S_r(t) = k' S_e(t - t_0(t))$$
$$= k' \mathrm{Re}\{\tilde{s}(t-t_0(t))e^{j\omega_0(t-t_0(t))}\}$$

El 'truco' aquí está en que un fasor constante: $e^{j(\omega_0+\omega_d)t}$ puede considerarse como un fasor $e^{j\omega_0 t}$ con una fase variable $e^{j\omega_d t}$ con el tiempo.

Por tanto, tomando los fasores respecto a $e^{j\omega_0(t-t_0)}$, los sucesivos pulsos que recibimos tendrán una fase (respecto a $e^{j\omega_0(t-t_0)}$) que variará entre $e^{j\omega_d \underbrace{kT}_{t_{ini}-t_0}}$ y $e^{j\omega_d \underbrace{(kT+\tau)}_{t_{fin}-t_0}}$

Además; ya que los pulsos son cortos ($\tau\downarrow\downarrow$), se obtiene que la fase (respecto a la que tendría blanco fijo) varía durante el pulso sólo $\omega_d \tau \downarrow\downarrow$. (muy poco)
Por tanto, de los N pulsos recibidos, puede considerarse la fase constante en cada uno de ellos, pero distinta en cada uno.
i.e. el pulso recibido k-ésimo será un fasor cte con fase $k\cdot\omega_d\cdot T$ (con respecto a $e^{j\omega_0(t-t_0)}$)
Por tanto puedo detectar la fase de cada pulso y obtener la f_d a partir de las diferencias de fase entre ellos.

definiendo $t_0' = \frac{t_0}{1-v_r/c} \simeq t_0$

se obtiene

$$(t - t_0(t)) = \frac{c-v_r}{c+v_r}(t-t_0') \simeq \left(1-\frac{2v_r}{c}\right)(t-t_0') \simeq \left[1-\frac{2v_r}{c}\right](t-t_0)$$

$\Rightarrow \tilde{s}(t-t_0(t)) \simeq \tilde{s}(t-t_0)$ la amplitud es similar para blanco fijo y móvil (lo que se chafa por ser móvil es despreciable)

$$\Rightarrow e^{j\omega_0(t-t_0(t))} \simeq e^{j\omega_0(1-2\frac{v_r}{c})(t-t_0)} = e^{j(\omega_0-\omega_d)(t-t_0)}$$

$$S_r(t) = k' \mathrm{Re}\{\underbrace{\tilde{s}(t-t_0)e^{-j\omega_d(t-t_0)}}_{} e^{j\omega_0(t-t_0)}\}$$

equiv. pasobajo de lo recibido (si tomamos eje tiempos $t-t_0$)

- de la envolvente obtengo la distancia
- de la variación de la fase (i.e. frec) obtengo la velocidad (*)

Lección II.3: RADAR MTI

Mobile target identifier: queremos eliminar los blancos fijos

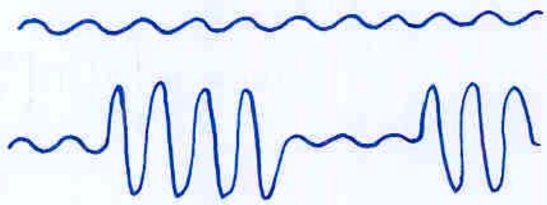
Para ello, lo primero que necesitamos es coherencia de fase entre los pulsos

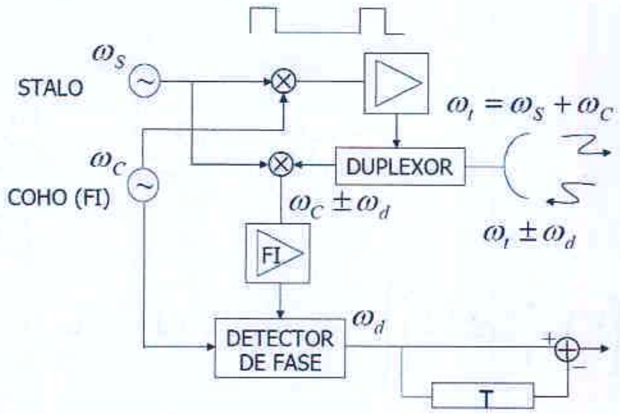
- ## Diagramas de bloques de radares pulsados coherentes

Hay dos grandes esquemas para lograrlo

- Utilizando una cadena coherente

se genera la señal a nivel bajo y se pasa por un amplificador que tiene alimentación pulsada (amplificador recortador)





Los pulsos se enganchan en fase con la portadora de RF.

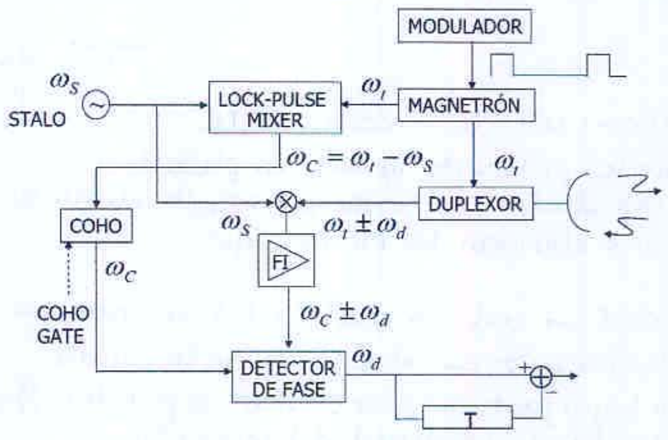
Se utilizan dos osciladores locales:

STALO (STAble Local Osc.)

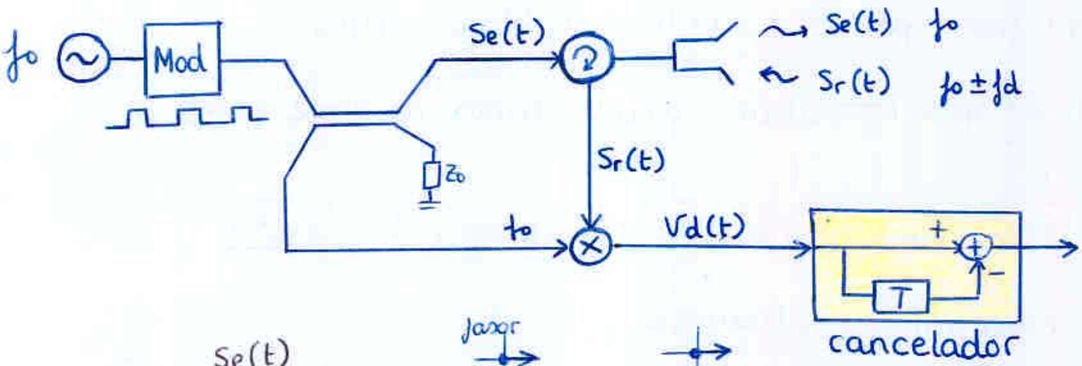
COHO(COHerent Oscillator)

- Utilizando un dispositivo de memoria

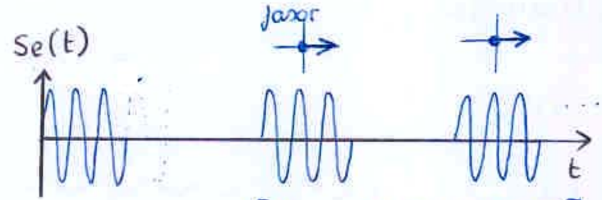
Utilizar un oscilador de potencia (ej magnetrón) gobernado por alimentación pulsada, pero como su fase es aleatoria, 'guardamos' memoria de la fase inicial con un mezclador



RADAR Doppler pulsado que utiliza MTI



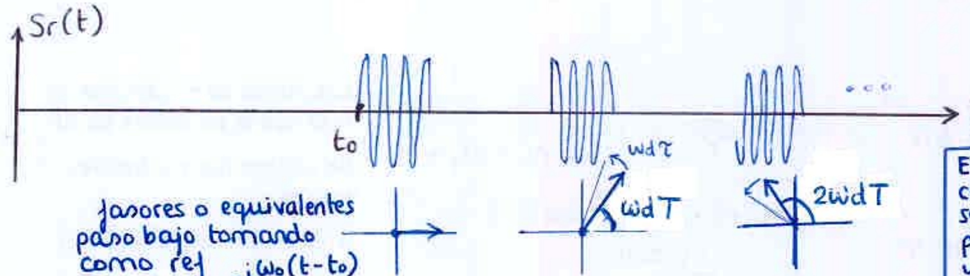
señal emitida :



con coherencia entre los pulsos

$$Se(t) = A\cdot\Bigg[\underbrace{\sum_{k}^{\infty}\Pi\left[\frac{t-\frac{\tau}{2}-(k-1)T}{\tau}\right]}_{\text{tren de pulsos}}\Bigg]\cdot\cos(\omega_0 t-\phi_0)$$

señal recibida



jasores o equivalentes paso bajo tomando como ref $e^{j\omega_0(t-t_0)}$

En realidad para cada pulso el jasor se mueve $\omega_d\tau$, pero es despreciable y se puede considerar jase cte en el pulso

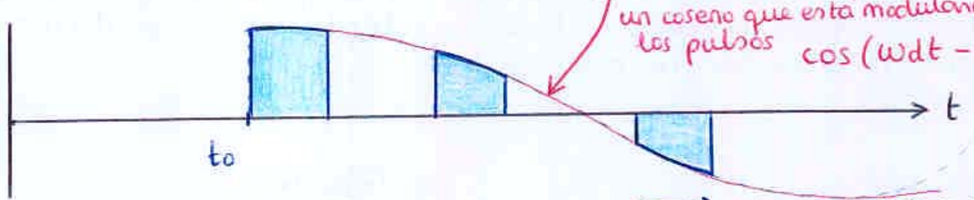
$$Sr(t) = k'\cdot\left[\sum_{k}^{\infty}\Pi\left[\frac{t-t_0-\tau/2-(k-1)T}{\tau}\right]\right]\cdot\cos\left[(\omega_0\pm\omega_d)(t-t_0)-\phi_0\right]$$

Señal detectada

$$Vd(t) = S_r(t)\cdot\cos(\omega_0 t) = k'\left[\sum_{k}^{\infty}\Pi\left[\frac{t-t_0-\tau/2-(k-1)T}{\tau}\right]\right]\cdot\underbrace{\cos\left(\omega_d(t-t_0)-\phi_0\right)}_{\text{un coseno que está modulando los pulsos}}$$

¿cos o seno? Luego veremos que mejor los 2 para no tener jases ciegas

$\cos(\omega_d t-\phi_0')$



en realidad τ es mucho más pequeño, y la amplitud ≃ cte

El coseno que modula depende de la velocidad del blanco

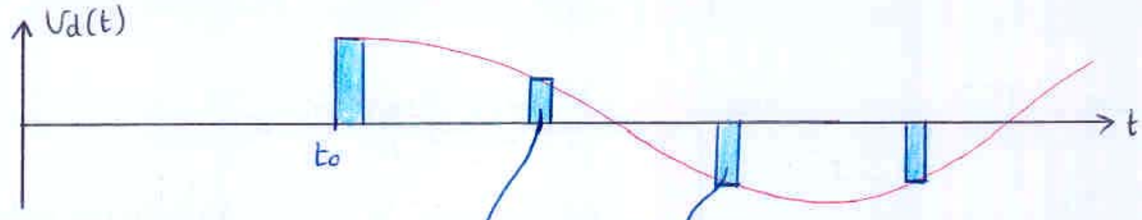
Si blanco fijo → $\omega_d = 0$ → coseno = cte

- todos los pulsos de igual amplitud
- el cancelador, al restar pulsos, los eliminará
  → se eliminan los blancos fijos

Si blanco móvil — ω_d → modulación coseno que varía con la velocidad

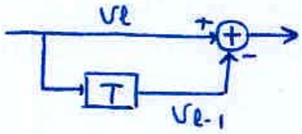
- restas un pulso con el anterior no lo anula
  (o si? y si justo los pulsos están a periodos $1/f_d$ cayendo en la misma amplitud del coseno?)
  Velocidades ciegas: veámoslo analíticamente

Analíticamente:



$$v_\ell = k'\cos(\omega_d(\ell T - t_0) - \phi_0') = k'\cos(\omega_d \ell T - \phi_0'')$$

$$v_{\ell-1} = k'\cos(\omega_d((\ell-1)T - t_0) - \phi_0') = k'\cos(\omega_d(\ell-1)T - \phi_0'')$$



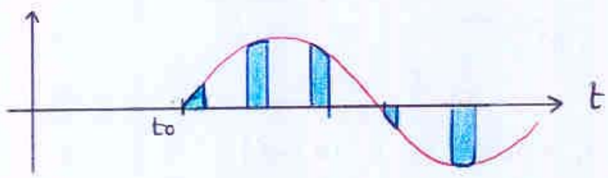
$$|v_{s,\ell}| = |v_\ell - v_{\ell-1}| = 2k' \cdot \left| \operatorname{sen}\left[\frac{2\ell\omega_d T - \omega_d T + 2\phi_0''}{2}\right] \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_d T}{2}\right) \right|$$

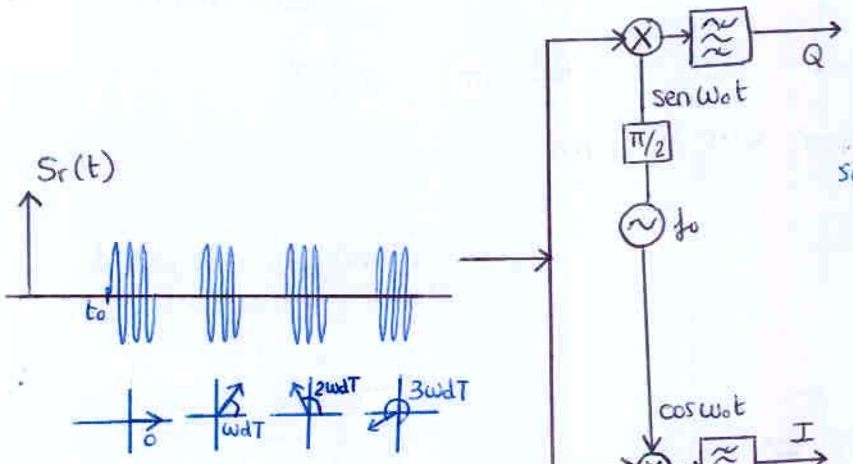
$$|v_{s,\ell}| = 2k' \cdot \left| \operatorname{sen}\left(\frac{\pi f_d}{f_T}\right)\right| \cdot \left| \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi \ell f_d}{f_T} - \frac{\pi f_d}{f_T} + \phi_0''\right]\right|$$

$$\boxed{\text{velocidades ciegas} \quad f_d = m \cdot f_T}$$

$$\boxed{\text{fases ciegas} \quad \frac{2\pi \ell f_d}{f_T} - \frac{\pi f_d}{f_T} + \phi_0'' = m\pi}$$

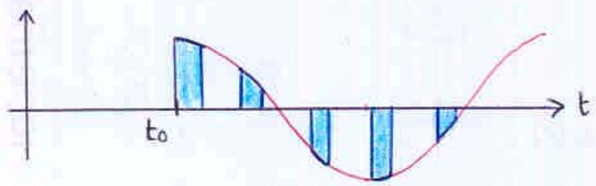
- **Supresión de fases ciegas**



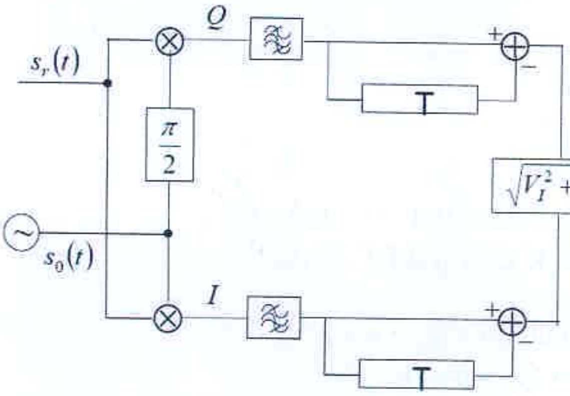


En cada rama, la amplitud de cada pulso es la proyección sobre cada eje del fasor de ese pulso en $S_r(t)$

Pulso ℓ:



Por tanto no hay más que hacer:



$$v_Q = 2k''\left|\text{sen}\left(\frac{\pi f_d}{f_T}\right)\right| \cos\left[\frac{2\pi l f_d}{f_T} - \frac{\pi f_d}{f_T} + \phi_0''\right]$$

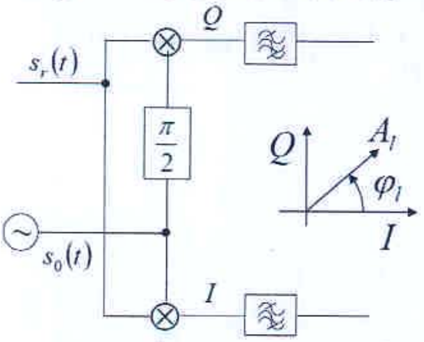
$$\boxed{v_z = \sqrt{v_I^2 + v_Q^2} = 2k''\left|\text{sen}\left(\frac{\pi f_d}{f_T}\right)\right|}$$

$$v_I = 2k''\left|\text{sen}\left(\frac{\pi f_d}{f_T}\right)\right| \text{sen}\left[\frac{2\pi l f_d}{f_T} - \frac{\pi f_d}{f_T} + \phi_0''\right]$$

Ya sólo nos queda el problema de las velocidades ciegas

Hay otro problema; el MTI elimina sólo los blancos fijos, pero puede ser muy interesante poder eliminar blancos móviles pero lentos; poder introducir un 'umbral' de velocidad a partir del cual detectar; ésto se consigue con:

· **Tratamiento de fase**



$$v_{Q,l} = A\,\text{sen}\left[\omega_d(t_0 - (l-1)T) - \phi_0\right]$$

$$v_{I,l} = A\cos\left[\omega_d(t_0 - (l-1)T) - \phi_0\right]$$

amplitud: $A_l = \sqrt{v_{Q,l}^2 + v_{I,l}^2} = A$

fase: $\text{tg}\,\phi_l = \dfrac{v_{Q,l}}{v_{I,l}}$

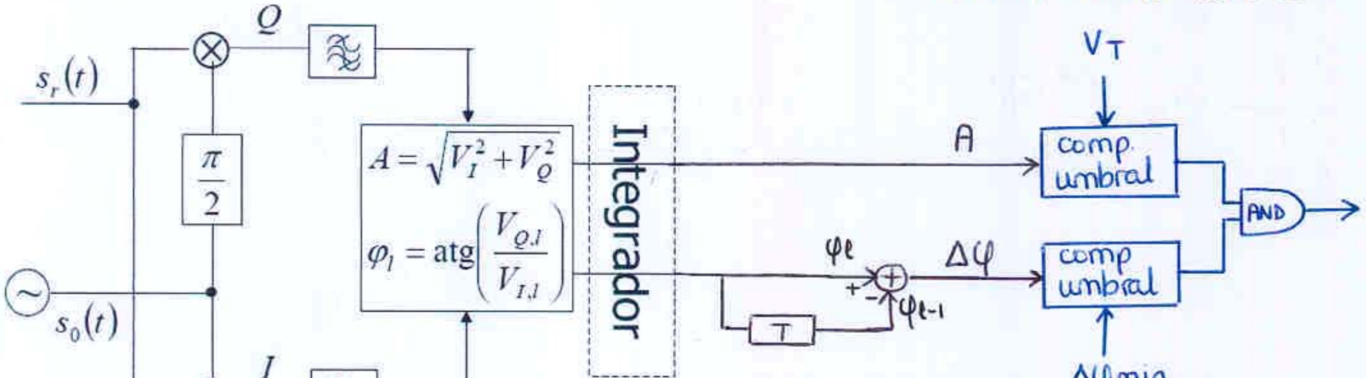
$$= \text{tg}\left[\omega_d(t_0 - (l-1)T) - \phi_0\right]$$

$$= \underbrace{2\,\text{tg}\left(\frac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{2}\right)}_{\text{vel. ciegas}} \cdot \underbrace{\frac{\left[1 + \text{tg}^2\left(\frac{\varphi_{l+1} + \varphi_l}{2}\right)\right]}{1 - \text{tg}^2\left(\frac{\varphi_{l+1} + \varphi_l}{2}\right)\text{tg}^2\left(\frac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{2}\right)}}_{\text{fases ciegas}}$$

Definir una velocidad mínima es posible decidiendo $\Delta\varphi$ mínimo $\boxed{f_{d\,min} \Rightarrow \Delta\varphi_{min}} \Leftarrow \dfrac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{2} = \dfrac{\Delta\varphi}{2} = \dfrac{\omega_d T}{2} = \pi f_d T$

vel. ciegas $\boxed{f_d = n/T} \Leftarrow \dfrac{\varphi_{l+1} - \varphi_l}{2} = n\pi$

• Tratamiento de fase simple:



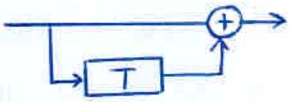
poder discriminar entre un avión y un árbol meciendose las hojas al viento

umbral para cambio de fase mínimo $\Rightarrow f_{d\,min} \Rightarrow v_{r\,min}$

Función de transferencia del cancelador

$$|1-e^{-j2\pi f T}| = 2\left|e^{j\omega \frac{T}{2}}\right| \cdot \left(\frac{e^{-j\omega\frac{T}{2}} - e^{j\omega \frac{T}{2}}}{2}\right) = 2\,\mathrm{sen}\,(2\pi f\, T/2)$$

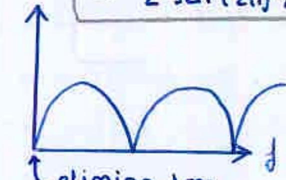
Cancelador simple :



$$h(t) = \delta(t) - \delta(t-T)$$

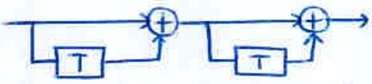
$$H(f) = 1 - e^{-j2\pi f T}$$

$$|H(f)| = 2\left|\mathrm{sen}\left(\frac{\pi f}{f_T}\right)\right|$$



elimina frec nula, aunque también otras frecuencias ciegas

Cancelador doble :



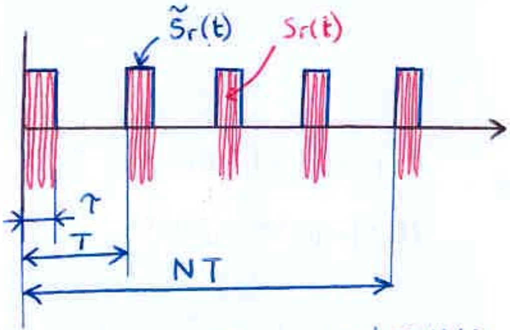
$$|H(f)| = 4\left|\mathrm{sen}^2\left(\frac{\pi f}{f_T}\right)\right|$$

Cancelador múltiple (n) :

$$\boxed{|H(f)| = 2^n \left|\mathrm{sen}^n\left(\frac{\pi f}{f_T}\right)\right|}$$

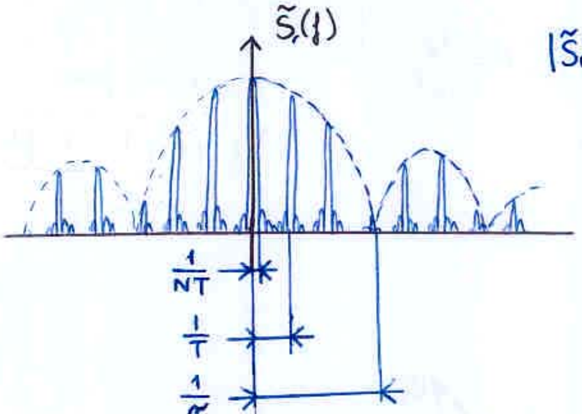
se anula en $f = n \cdot f_T = \frac{n}{T}$

Recuerda (pag I-4): Espectro de señal recibida (blanco fijo)



$$S_r(t) = \left\{\left[k'\Pi\left(\frac{t-\tau/2}{\tau}\right) * \sum_{k=0}^{\infty}\delta(t-kT)\right]\cos(\omega_0 t + \phi_0)\right\}\Pi\left(\frac{t-NT/2}{NT}\right)$$

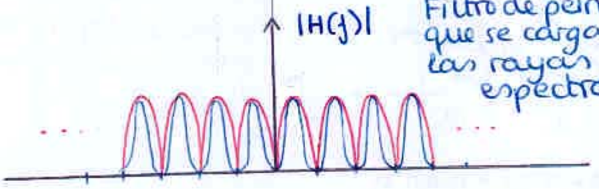
⇓ TF (al equiv. pasobajo)



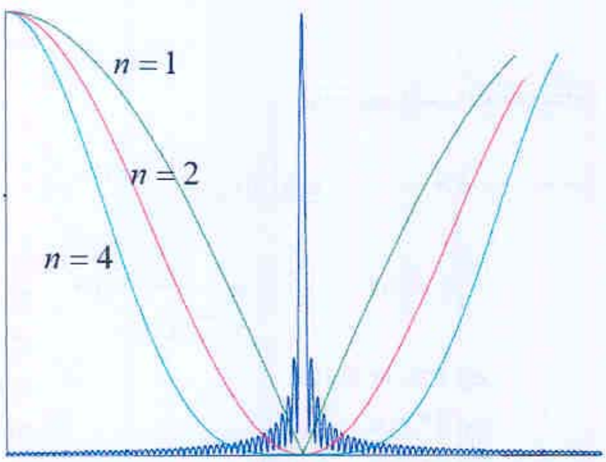
$$|\tilde{S}_r(f)| = \left|\left[k'\frac{\tau}{T}\mathrm{sinc}(f\tau)\sum_{k=0}^{\infty}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right)\right] * NT\,\mathrm{sinc}(fNT)\right|$$

El filtro H(f) justamente anula las rayas espectrales a n/T.

Si hacemos zoom a una raya :



Filtro de peine que se carga las rayas espectrales



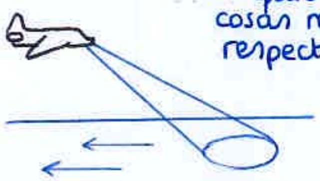
Interesa orden alto para eliminar bien el clutter fijo (nunca se elimina del todo)

Ante un blanco móvil, la señal $S_r(t)$ se ve modulada en el tiempo por un $\cos(2\pi f_d t + \phi)$, por tanto en frec. se convoluciona con una delta, desplazándose por tanto f_d y evitando así los nulos de $|H(f)|$ cancelador.

En las frecuencias ciegas $f_d = \frac{n}{T}$; al desplazarse las rayas espectrales salen de un nulo pero se meten en otro.

- MTI para clutter no centrado

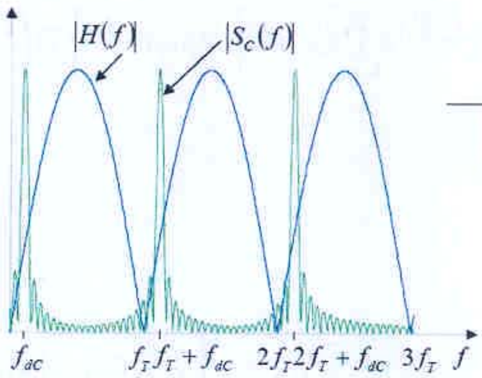
ejemplo:

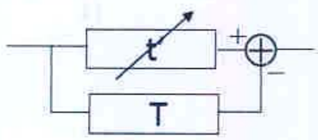


Yo quiero detectar cosas moviéndose respecto al suelo.

quiero filtrar todo lo que se mueve con el suelo

Solución: estimar la velocidad del clutter y corregir el filtro para que anule esa velocidad





$$h(t) = \delta(t - t') - \delta(t - T)$$

$$H(f) = e^{-j2\pi f t'} - e^{-j2\pi f T}$$

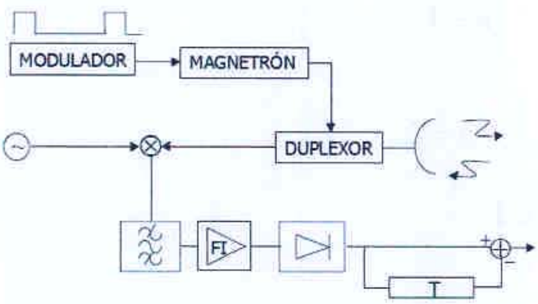
$$|H(f)| = 2|\mathrm{sen}[\pi f(T - t')]| = 2\left|\mathrm{sen}\left[\pi\left(\frac{f - f_{dC}}{f_T}\right)\right]\right|$$

$$t' = \frac{f_{dC}}{f_T f}$$

se anula para

$$\boxed{f = n \cdot f_T + f_{dc}}$$

- MTI no coherente

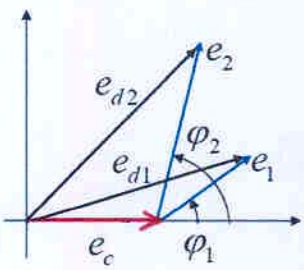


e$_c$: eco de clutter

e$_1$: 1er eco, e$_2$: 2º eco } blanco móvil

e$_{d1}$, e$_{d2}$: señal a la salida del detector

$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$



e_c: eco de clutter podemos tomarlo como la referencia de fase

$$e_{d1}^2 = (e_c + e_1\cos\varphi_1)^2 + e_1^2 sen^2\varphi_1$$

$$e_{d2}^2 = [e_c + e_2\cos(\varphi_1 + \Delta\varphi)]^2 + e_2^2 sen^2(\varphi_1 + \Delta\varphi)$$

$$e_1 \approx e_2$$

$$\Delta\varphi = 2\pi f_d T$$

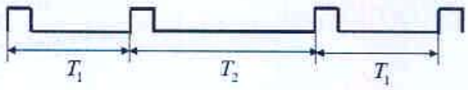
$$e_{d2}^2 - e_{d1}^2 = 4 e_c e_1 \overbrace{sen\left(\frac{\pi f_d}{f_T}\right)}^{\text{velocidades ciegas}} \underbrace{sen\left(\varphi_1 + \frac{\pi f_d}{f_T}\right)}_{\text{fases ciegas}}$$

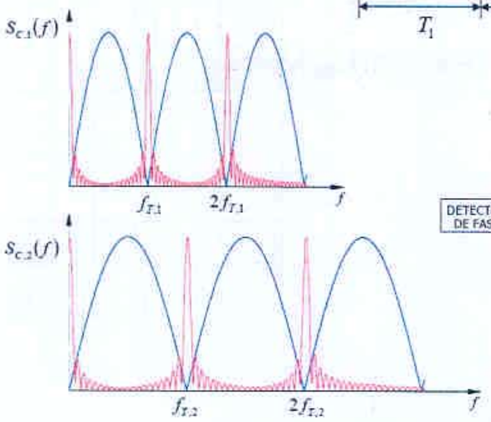
Staggering (solución al problema de velocidades ciegas)

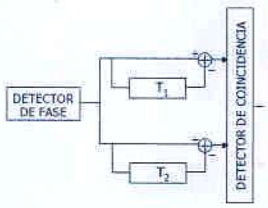
- variar la PRF (T_1, T_2)
- usar 2 canceladores (T_1, T_2)

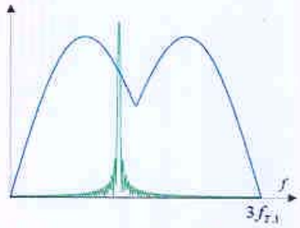
Aparecen velocidades ciegas sólo en múltiplos de ambas

$$f_T = \frac{n_1}{T_1} = \frac{n_2}{T_2} \leftrightarrow n_1 f_1 = n_2 f_2$$









$3f_{T,1} = 2f_{T,2}$

$$\frac{n_1}{T_1} = \frac{n_2}{T_2} = \cdots = \frac{n_N}{T_N} = \frac{1}{T_S} = f_T$$

$f_T \Rightarrow$ 1ª velocidad ciega

$$\frac{1}{T_S} = \frac{\sum_i^N n_i}{\sum_i^N T_i}$$

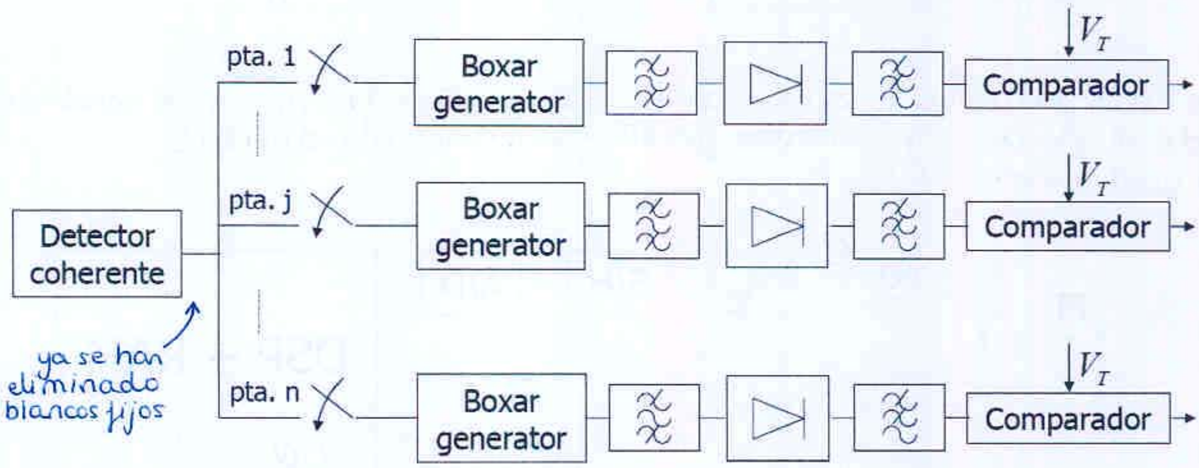
Puertas de distancia

Dividimos el tiempo de la señal recibida (tiempo $\leftrightarrow$ distancia del blanco) en intervalos de duración τ, y utilizamos un receptor para cada intervalo

En total tenemos $n = \frac{T}{\tau}$ puertas de distancia

Pueden haber del orden de 1000 puertas de distancia

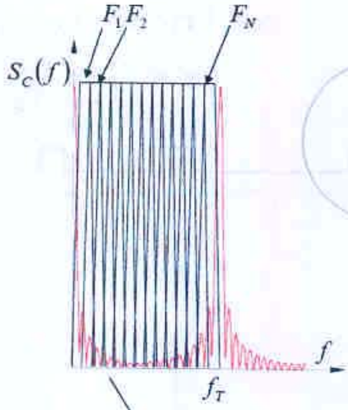
Se definen n=T/τ puertas de distancia:



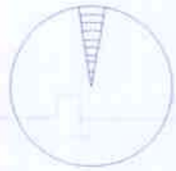
• MTD (Mobile Target Detector)

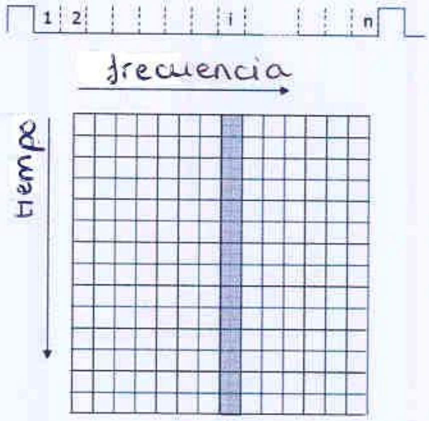
¿Y si a CADA puerta de distancia le aplicamos filtros que discriminen velocidades?

Tendremos una rejilla velocidad / distancia



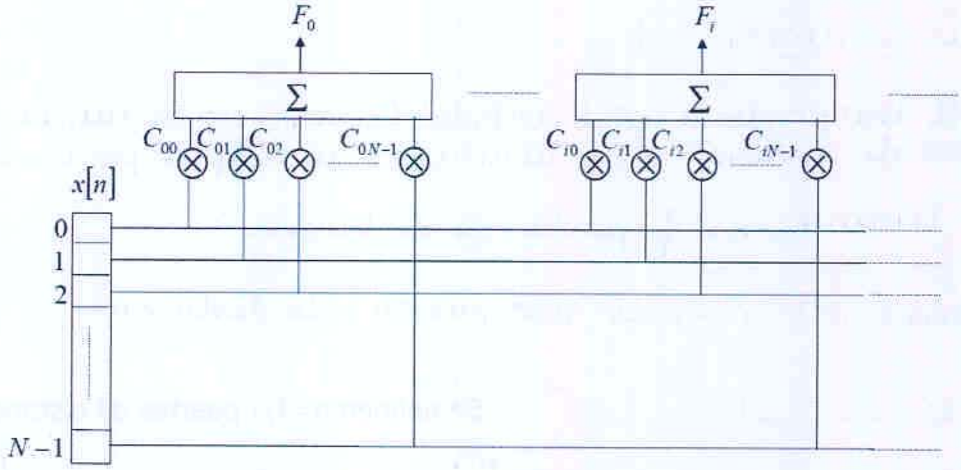
$$H_l[k]=\sum_{p=0}^{N-1} C_{lp} e^{-j\frac{2\pi}{NT}pk}$$



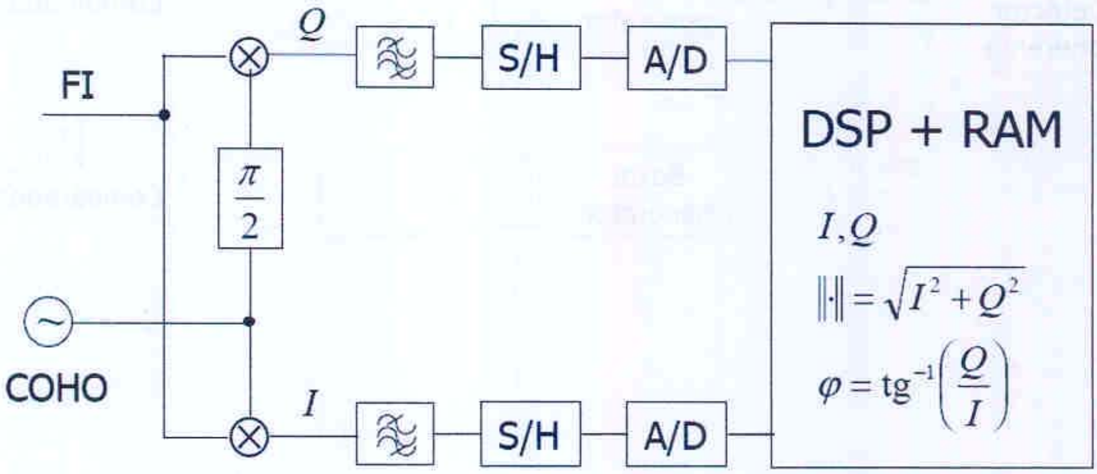


$$x_i[n]=x_i \overset{FFT}{\Leftrightarrow} X[k]$$

ejemplo: implementación en el dominio del tiempo mediante filtros transversales

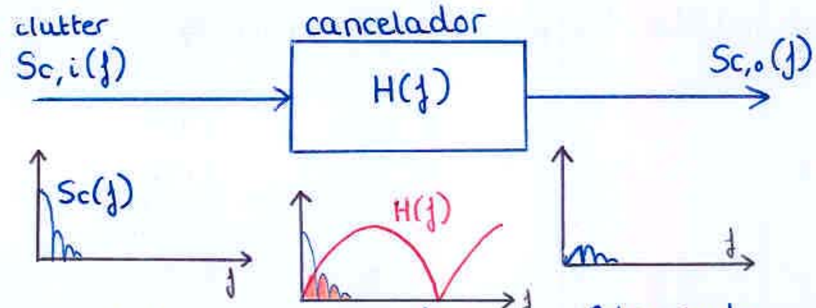


Todas estas ideas ya estaban desde hace mucho tiempo, pero es ahora cuando se puede implementar gracias al procesado digital (más fácil y económico)



Evaluación de las prestaciones de un MTI

→ Atenuación de Clutter (C.A)



Potencia de clutter a la entrada

$$\boxed{S_{cin} = \int_0^{f_T} S_c(f)\,df}$$

Potencia de clutter a la salida

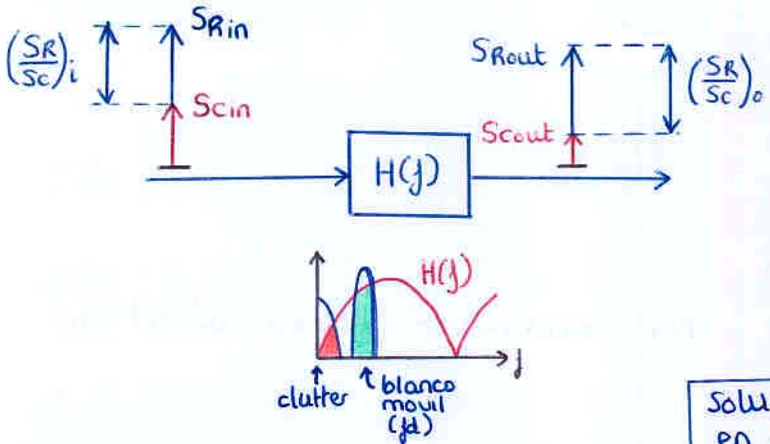
$$\boxed{S_{cout} = \int_0^{f_T} |H(f)|^2\, S_c(f)\,df}$$

Relación entre la pot de clutter a la entrada y a la salida

$$\boxed{C.A. = \frac{S_{cin}}{S_{cout}}}$$

→ Factor de mejora (I)

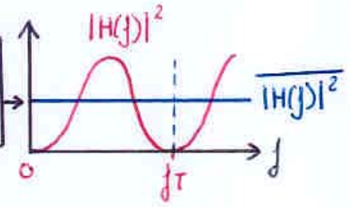
I = mejora de la relación señal clutter



Problema: S_{Rout} dependerá de la velocidad del blanco, ya que el filtro cancelador $H(f)$ reducirá más o menos S_{Rin} según lo cerca que esté de $f=0$ y f_T.

Solución: se toma un valor promedio en el espacio de velocidades de interés

$$\boxed{\overline{|H(f)|^2} = \frac{1}{f_T}\int_0^{f_T} |H(f)|^2 df}$$



por tanto

$$\overline{S_{Rout}} = \int_0^{f_T} \overline{|H(f)|^2}\cdot S_{Rin}(f)\,df$$

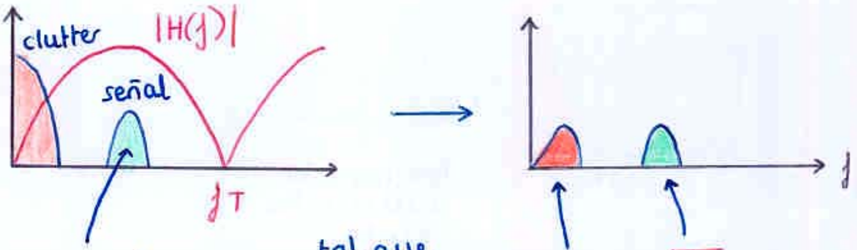
$$= \overline{|H(f)|^2}\cdot \int_0^{f_T} S_{Rin}(f)\,df$$

$$= \overline{|H(f)|^2}\cdot S_{Rin}$$

$$\boxed{I = \frac{\overline{\left(\frac{S_R}{S_c}\right)_o}}{\left(\frac{S_R}{S_c}\right)_i} = \frac{\overline{S_{Ro}}}{S_{Ri}}\cdot\frac{S_{ci}}{S_{co}} = \overline{|H(f)|^2}\cdot CA}$$

→ Visibilidad subclutter (SCV)

Valor mínimo de potencia de señal a la entrada del MTI de forma que a la salida la potencia de señal sea igual a la de clutter.



$$SCV = S_{Ri\,n} = \int_0^{f_T} S_R(f)\,df \quad \xrightarrow{\text{tal que}} \quad S_{Co} = \overline{S_{Ro}}$$

$$\int_0^{f_T} |H(f)|^2 S_{Ci}(f)\,df = \overline{|H(f)|^2} \cdot S_{Ri}$$

→ Factores que degradan las prestaciones de un MTI

Externas: El clutter es un proceso aleatorio

Internas: Inestabilidades.

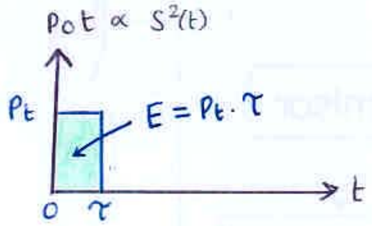
amplitud, fase o PRF también son procesos aleatorios

Lección II.4 RADAR de compresión de pulsos

alcance ⟷ energía
resolución ⟷ τ

· **Conceptos básicos**

máximo alcance : $$R^4_{max} = \frac{G^2\lambda^2\sigma I_n|F|^4}{(4\pi)^3 k T_0 B_r F_r \underbrace{(S/N_0)_1}_{\text{n pulsos sumados}} L}\cdot P_t \overset{B_r = 1/\tau}{=} \frac{G^2\lambda^2\sigma I_n|F|^4}{(4\pi)^3 k T_0 F_r (S/N_0)_1}\cdot \underbrace{P_t\cdot\tau}_{E}$$



Para incrementar el alcance hay que incrementar la energía del pulso:

- aumentar P_t : existe un límite tecnológico
- aumentar τ : perdemos resolución

Con la compresión de pulsos logramos independizar el alcance de la resolución:

- Emitimos pulso de gran τ_0 → más energía → más alcance
- El pulso tiene unas propiedades especiales que nos permite 'comprimirlo' en recepción a un ancho τ (incluso aunque tuviéramos 2 pulsos de ancho τ_0 solapados, podemos separarlos en 2 pulsos de ancho τ)

  Por tanto la resolución depende de τ y no de τ_0 $\left(\delta_z = \frac{c\tau}{2}\right)$

$$\boxed{\text{Relación de compresión} \quad \rho = \frac{\tau_0}{\tau}}$$

Ventajas:

- Independiza el alcance de la resolución
- Es una ECCM (Electronic counter-countermeasure)

Desventajas:

- Aumenta la zona ciega (tiempo durante el cual el tx está activo y el rx permanece desconectado → no podemos detectar distancias cortas)

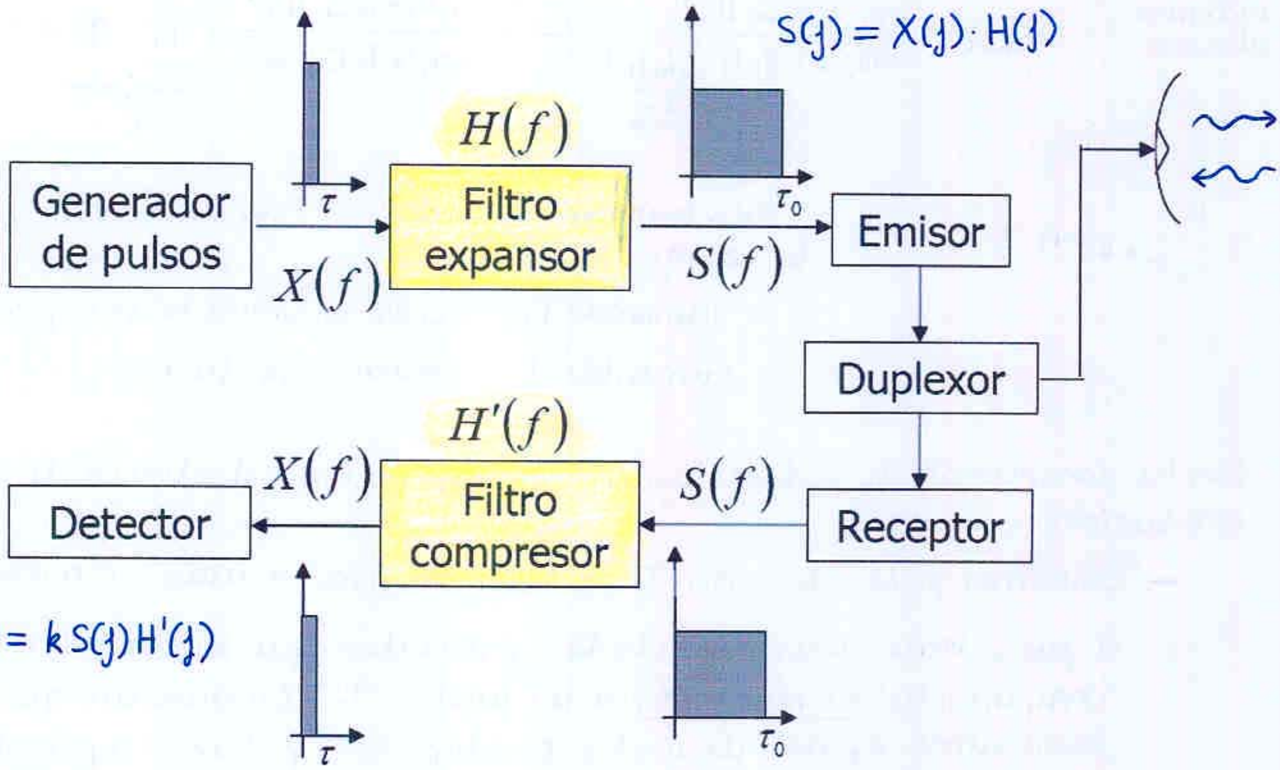
- Al comprimir el pulso se genera autoclutter

Dos formas de llevar a cabo la compresión de pulsos:

→ Generación Pasiva

Se parte de un pulso estrecho, se ensancha, se emite y en recepción se comprime

$S(f) = X(f) \cdot H(f)$



$X(f) = k\, S(f) H'(f)$

→ Generación activa

se parte directamente de un pulso ancho, se emite, y en recepción se comprime.

Éste es el método más usual y también más lógico, ya que podemos explotar el límite tecnológico de Pt max en el pulso ensanchado

En cualquier caso, siempre podemos modelar el sistema con la figura superior, con el filtro expansor y compresor.

Expansor: $H(f)$
Compresor: $H'(f)$

Deberá cumplirse

$$H(f) \cdot H'(f) = cte \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |H(f)| = k \\ H'(f) = H^*(f) \end{array} \right\} \Rightarrow H(f)\, H'(f) = |k|^2$$

- sólo puedo jugar con las fases
- Resulta que el compresor es el "filtro adaptado" del expansor

- **La señal chirp**

se trata de una señal expandida susceptible de ser comprimida actuando únicamente sobre la fase.

$$s(t) = \Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right) \operatorname{sen}\underbrace{\left(\omega_0 t + \frac{\mu}{2}t^2\right)}_{\theta(t)}$$

fase instantánea

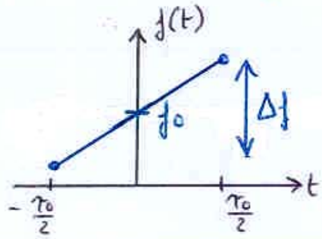
La frecuencia instantánea:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(t)}{dt}$$

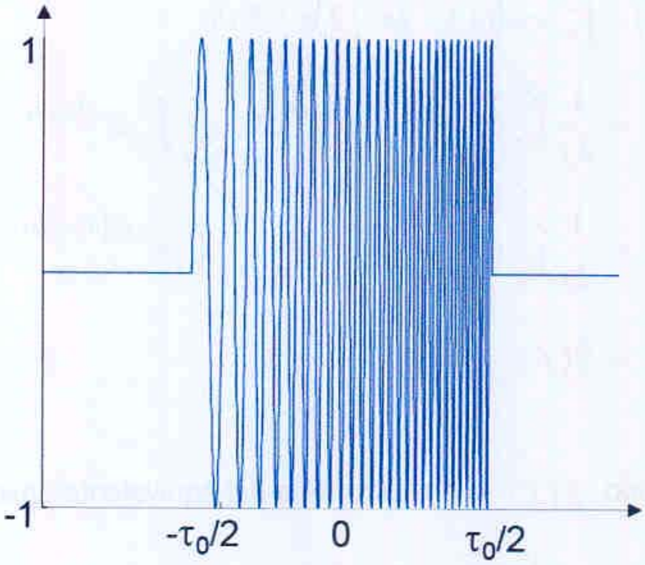
$$= f_0 + \frac{\mu}{2\pi} t$$

$$\mu = 2\pi \frac{\Delta f}{\tau_0}$$

$$= f_0 + \Delta f \cdot \frac{t}{\tau_0}$$



la frec aumenta linealmente



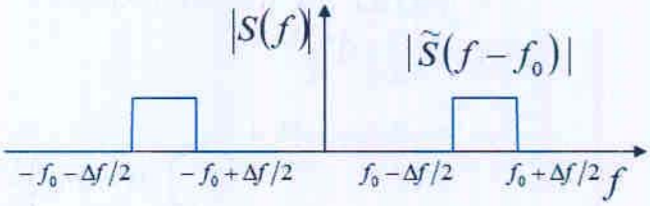
Espectro de la señal chirp

$$S(f)=\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}\operatorname{sen}\left(\omega_0 t+\mu t^2/2\right)e^{-j2\pi f t}\,dt$$

$$=\frac{1}{2j}\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}e^{j\left(\omega_0 t+\mu t^2/2\right)}e^{-j2\pi f t}\,dt-\frac{1}{2j}\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}e^{-j\left(\omega_0 t+\mu t^2/2\right)}e^{-j2\pi f t}\,dt$$

$$=\frac{1}{2j}\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}e^{j\frac{\mu}{2}\left[t^2-\frac{2}{\mu}(\omega-\omega_0)t\right]}dt-\frac{1}{2j}\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}e^{-j\frac{\mu}{2}\left[t^2+\frac{2}{\mu}(\omega+\omega_0)t\right]}dt$$

$$=\widetilde{S}(f-f_0)+\widetilde{S}^*(f+f_0)$$

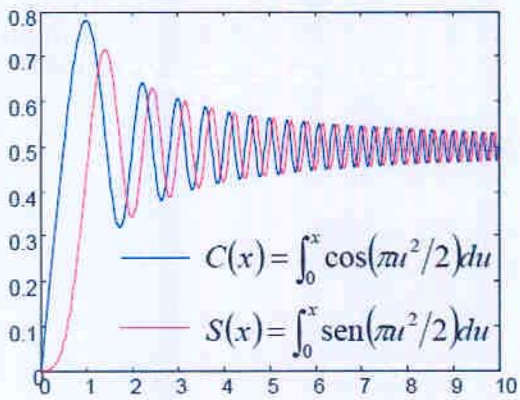


Siendo $\widetilde{S}(f)$ la transformada del equivalente paso bajo:

$$\widetilde{S}(f)=\frac{1}{2j}\sqrt{\frac{\pi}{\mu}}e^{-j\omega^2/\mu^2}\left[C(x_1)+jS(x_1)+C(x_2)+jS(x_2)\right]$$

$$x_1=\frac{\mu\tau_0/2+\omega}{\sqrt{\pi\mu}}\qquad x_2=\frac{\mu\tau_0/2-\omega}{\sqrt{\pi\mu}}$$

se tiene: $C(x)\approx S(x)\approx 0{,}5 \quad x>>1$



por tanto, para $\tau_0\Delta f>>1$

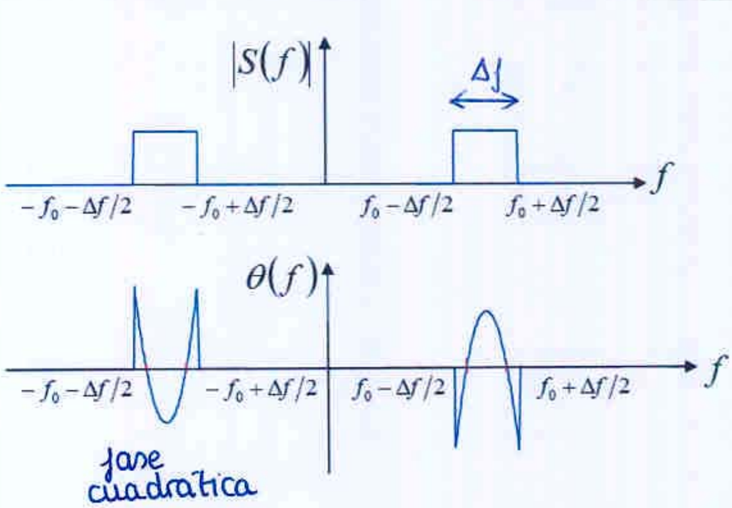
$$\begin{cases}\left|\widetilde{S}(f)\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\mu}}\left\{\left[C(x_1)+C(x_2)\right]^2+\left[S(x_1)+S(x_2)\right]^2\right\}^{1/2}\\ \widetilde{\theta}(f)=-\frac{\pi}{2}+\operatorname{atan}\left[\frac{S(x_1)+S(x_2)}{C(x_1)+C(x_2)}\right]-\frac{\omega^2}{\mu^2}\end{cases}$$

veremos que $\Delta f=\frac{1}{\tau}$

por tanto $\frac{\tau_0}{\tau}=\rho>>1$ razón de compresión muy alta

$\Downarrow$

$$\Rightarrow\begin{cases}\left|\widetilde{S}(f)\right|\approx\sqrt{\frac{\pi}{2\mu}}\\ \widetilde{\theta}(f)\approx-\frac{\pi}{4}-\frac{\omega^2}{\mu^2}\end{cases}$$



• Compresión de la señal chirp

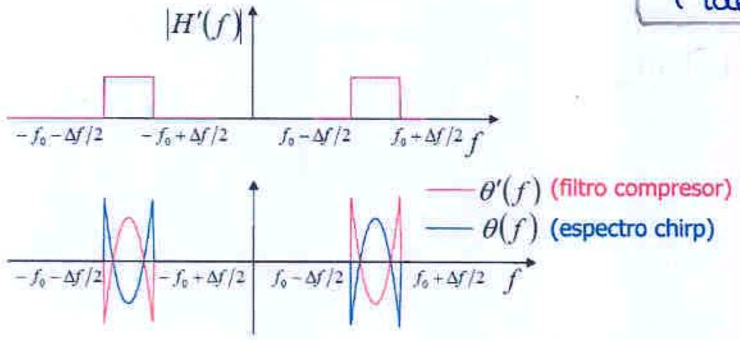
$$s(t) \longrightarrow \boxed{H'(f)} \longrightarrow g(t)$$

usando $H'(f) \propto S^*(f)$

se toma $H'(f) = S^*(f)$ [filtro adaptado]

¿Porqué? Es como si considerásemos que $H(f)$ [filtro expansor] $= S(f)$, es decir que en el equivalente de gen. pasiva es como si la señal original $X(f)$ fuera una delta en el tiempo, por tanto la señal comprimida tenderá a una delta (ideal)

$$H'(f) = \Pi\left(\frac{f-f_0}{\Delta f}\right)e^{-j\tilde{\theta}(f-f_0)} + \Pi\left(\frac{f+f_0}{\Delta f}\right)e^{j\tilde{\theta}(f+f_0)}$$



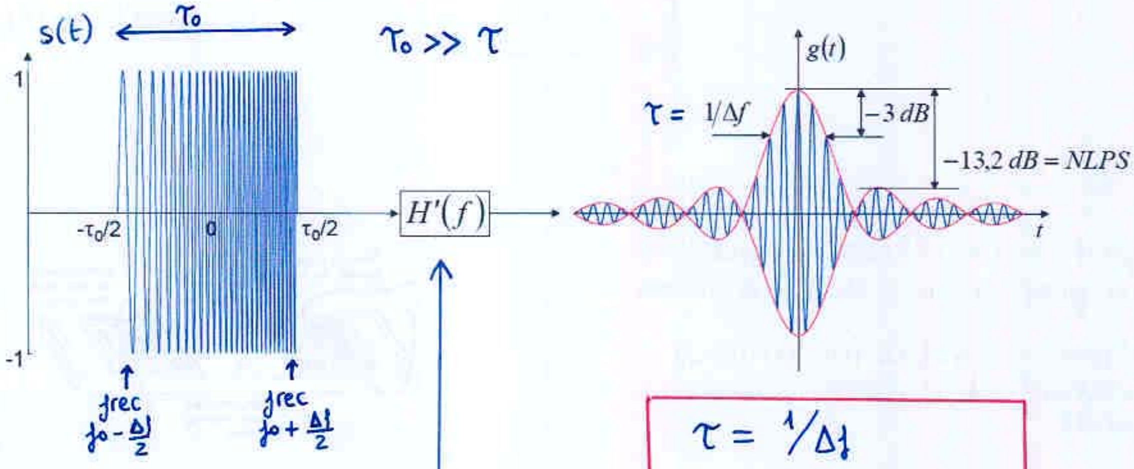
$\theta'(f) = -\theta(f)$

El filtro compresor linealiza la fase

$$S(f) \longrightarrow \underset{\text{compresor}}{\boxed{H'(f)}} \longrightarrow G(f)$$

$$\begin{aligned} g(t) &= F^{-1}\{ S(f) \cdot H'(f) \} \\ &= F^{-1}\left\{ |S(f)|\, e^{j\theta(f)} \cdot |1| \cdot e^{-j\theta(f)} \right\} \\ &= F^{-1}\left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2\mu}} \left(\Pi\left(\frac{f-f_0}{\Delta f}\right) + \Pi\left(\frac{f+f_0}{\Delta f}\right) \right) \right\} \\ &= \underbrace{\sqrt{\frac{\pi}{2\mu}} \cdot 2\Delta f}_{\sqrt{T_0 \Delta f}} \operatorname{sinc}(\Delta f \cdot t) \cdot \cos(\omega_0 t) \end{aligned}$$

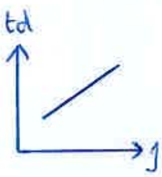
$T_0 >> \tau$



$$\boxed{\begin{aligned} \tau &= 1/\Delta f \\ \rho &= \frac{T_0}{\tau} = \Delta f \cdot T_0 >> 1 \end{aligned}}$$

filtro de fase cuadrática
$\updownarrow$
retardo lineal

$t_d = \frac{d\theta}{d\omega}$



Parece lógico: atrasa las altas frecuencias más que las bajas, comprimiendo así el pulso

Para mejorar el NLPS se puede recurrir a enventanar, a costa de aumentar τ

Generación de la señal chirp

- Lineas dispersivas

$$e^{j\omega t} \longrightarrow \boxed{\beta(\omega)} \longrightarrow e^{j(\omega t - \beta(\omega)L)}$$

$$\overset{L}{\longmapsto}$$

Para una frecuencia dada ω_0, el cambio de fase es equivalente a un retardo (en general distinto para cada frecuencia)

$$t_d = \frac{L}{v_g} = L\frac{d\beta}{d\omega}$$

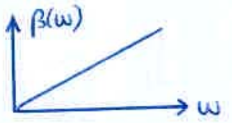
Demostración:

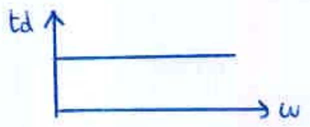
$$e^{j(\omega t - \beta(\omega)L)}$$

$$\simeq e^{j(\omega t - \underbrace{\omega \cdot \frac{d\beta}{d\omega}}_{\text{Taylor de } \beta(\omega) \text{ aprox lineal}} \cdot L)}$$

$$= e^{j\omega(t - \underbrace{L\frac{d\beta}{d\omega}}_{t_d})}$$

fase $\beta(\omega)$ lineal $\xrightarrow[\frac{d}{d\omega}]{}$ retardo t_d constante





$$\beta = \frac{\omega}{c}$$

$$t_d = L\frac{d\beta}{d\omega} = \frac{L}{c} \quad \forall \omega$$

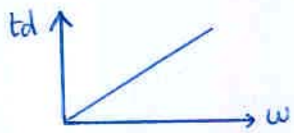
$$e^{j\omega t} \rightarrow \boxed{} \rightarrow e^{j(\omega t - \beta(\omega)L)}$$

$$= e^{j(\omega t - \frac{\omega}{c}L)}$$

$$= e^{j\omega \underbrace{(t - \frac{L}{c})}_{}}$$

es equiv a un retardo por propag cte a todas las frec

fase $\beta(\omega)$ cuadrática $\xrightarrow[\frac{d}{d\omega}]{}$ retardo t_d lineal



Esto es lo que buscamos para el compresor $H'(f)$ y para la generación de la señal chirp

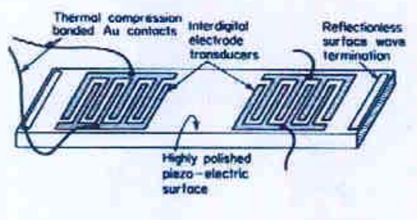
- SAW

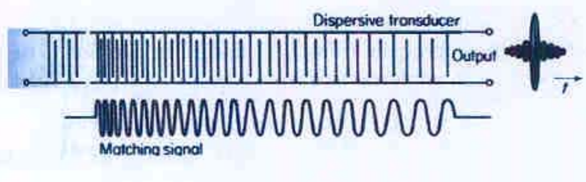
Es difícil lograr retardos grandes usando propagación electromagnética.

Convertimos a ondas mecánicas cuya velocidad de propagación es menor

Problema: baja eficiencia → pérdida de señal en el transductor

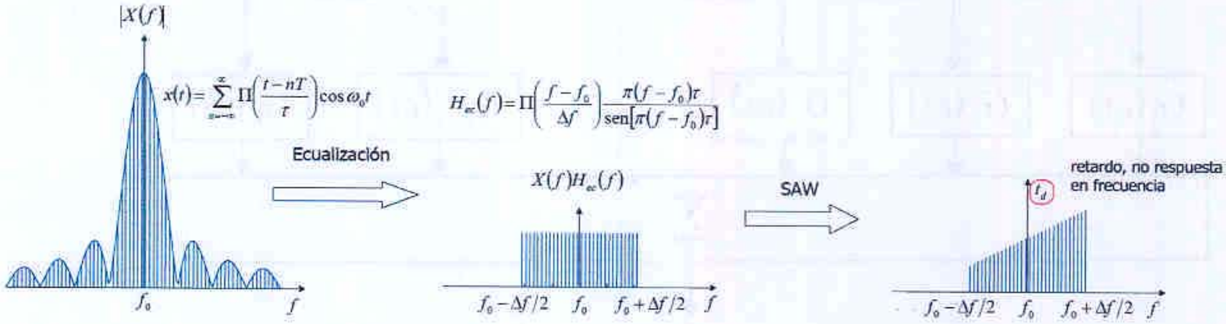
Es una tecnología en desuso; hoy día se comprime en digital



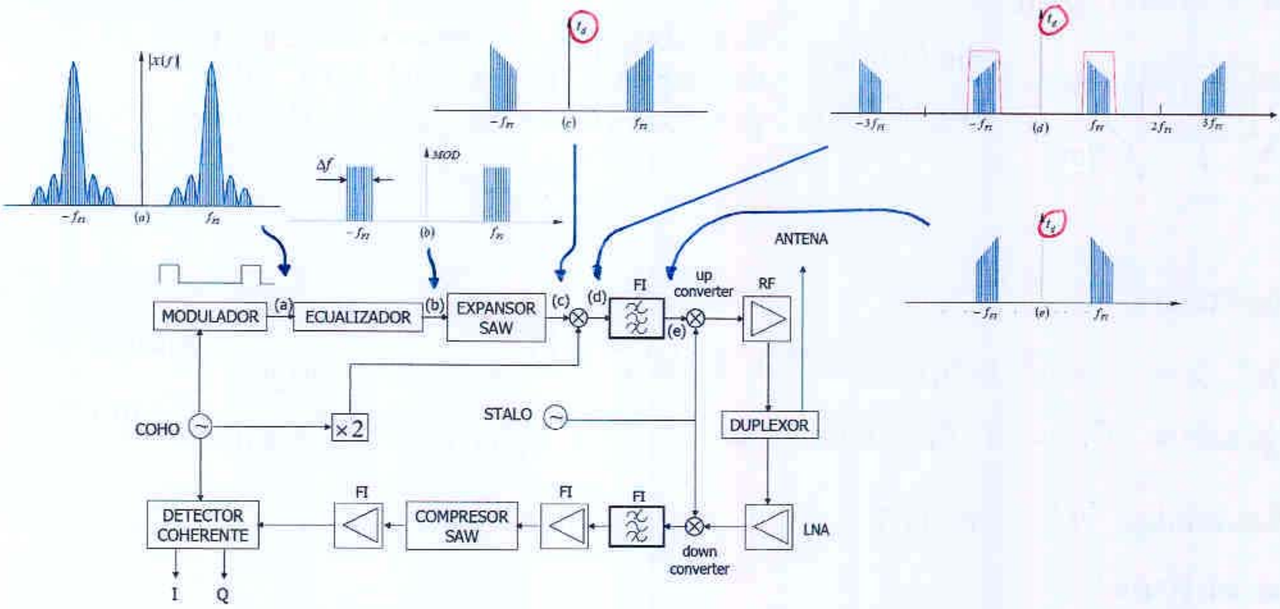


Técnicas de inversión de espectro

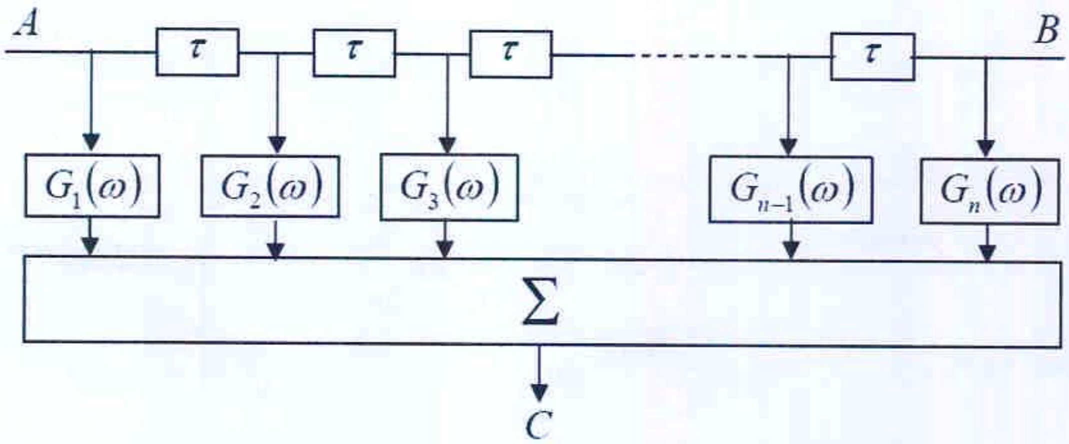
Idea:



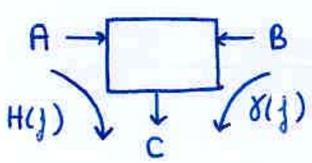
Esquema:



- Filtros de Turin



son 2 filtros en uno



$H_{AC}(f) = H(f)$
$H_{BC}(f) = \gamma(f)$

Y resulta que ambos son complejos conjugados el uno del otro salvo por un factor de fase constante

Demostración:

$$H(\omega) = G_1(\omega) + G_2(\omega)e^{-j\omega\tau} + G_3(\omega)e^{-j\omega 2\tau} + \dots + G_n(\omega)e^{-j\omega(n-1)\tau}$$

$$\gamma(\omega) = G_n(\omega) + G_{n-1}(\omega)e^{-j\omega\tau} + \dots + G_2(\omega)e^{-j(n-2)\omega\tau} + G_1(\omega)e^{-j\omega(n-1)\tau}$$

- haciendo $\tau' = (n-1)\tau$
- se obtiene:

$$\gamma(\omega)\cdot e^{j\omega\tau'} = G_n(\omega)\cdot e^{j\omega(n-1)\tau} + G_{n-1}(\omega)e^{j\omega(n-2)\tau} + \dots + G_1(\omega)$$
$$= H(\omega)^*$$

- si imponemos que sean filtros reales y hermíticos $G_i(\omega) = G_i^*(\omega)$

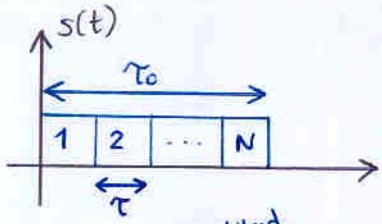
se obtiene que $H(\omega)\cdot e^{-j\omega(n-1)\tau} = \gamma^*(\omega)$

complejos conjugados salvo por un factor de fase constante

· **Codificación discreta**

Ensanchamiento y compresión de pulsos digitalmente

La señal emitida es una secuencia de sinusoides de las cuales podemos modular
- amplitud
- frecuencia
- fase



$$s(t) = \sum_{n=1}^{N} \underset{\substack{\downarrow \\ \text{amplitud}}}{a_n} p_n(t) e^{j[(\omega_0+\omega_n)t + \theta_n]}$$

(ω_n: frec; θ_n: fase)

siendo

$$p_n(t) = \begin{cases} 1 & (n-1)\tau \le t \le n\tau \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Fase: $\tilde{s}(t) = \sum_{n=1}^{N} a \cdot p_n(t)\, e^{j\theta_n}$

- Codificación binaria: códigos de Barker
- Codificación polifásica: códigos de Frank

· **Códigos de Barker**

Son los siguientes llamados códigos PERFECTOS:

1. +
2. +- y ++
3. ++- y +-+
4. ++-+ y +++-
5. +++-+
7. +++--+-
11. +++---+--+-
13. +++++--++-+-+

Tienen la propiedad de que en su convolución

$$C_N[n] * C_N[n]$$

el nivel máximo de los lóbulos secundarios es uno

Ya no existen más largos, pero si aún queremos una razón de compresión mayor, podemos combinarlos

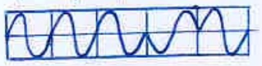
ej: 5x4

+	+	+	−	+
++-+	++-+	++-+	--+-	++-+

Códigos near-perfect
No aseguran lóbulo secundario igual a 1

ejemplo N=5

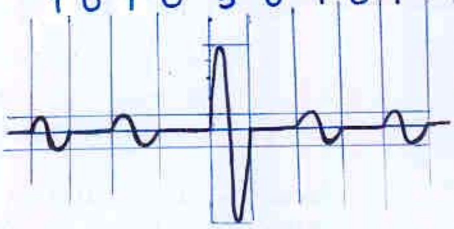
+ + + − +



C_n = + + + − +
C_{-n} = + − + + + ← leyendo de der a izq.

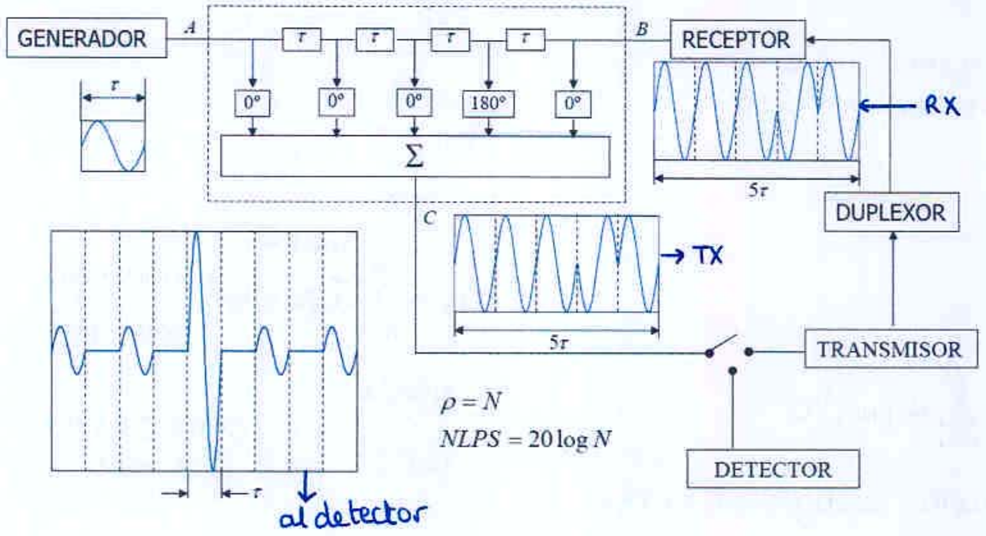
```
        + + + - +
      - - - + -
    + + + - +
  + + + - +
+ + + - +
```
⊕ ↓

1 0 1 0 5 0 1 0 1



razón de compresión 5 a 1

Implementación de un código de Barker 5 (+++-+) mediante un filtro de Turin:



- <u>Códigos de Frank (n, p)</u>

se generan mediante una matriz

- N y p enteros no divisibles
- orden N^2

θ_n = leer por filas la matriz

$$\frac{2\pi p}{N}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \cdots & N-1 \\ 0 & 2 & 4 & \cdots & 2(N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ 0 & N-1 & 2(N-1) & & (N-1)^2 \end{bmatrix}$$

se tiene $\boxed{NLPS = 20\log\left[\frac{N^2}{\sqrt{2}}\right]}$

ejemplo: $N=4$, $p=1$

$$\frac{\pi}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \longrightarrow \theta_n = \left\{0,0,0,0,\ 0,\frac{\pi}{2},\pi,3\frac{\pi}{2},\ 0,2\frac{\pi}{2},4\frac{\pi}{2},6\frac{\pi}{2},\ 0,3\frac{\pi}{2},\frac{6\pi}{2},\frac{9\pi}{2}\right\}$$

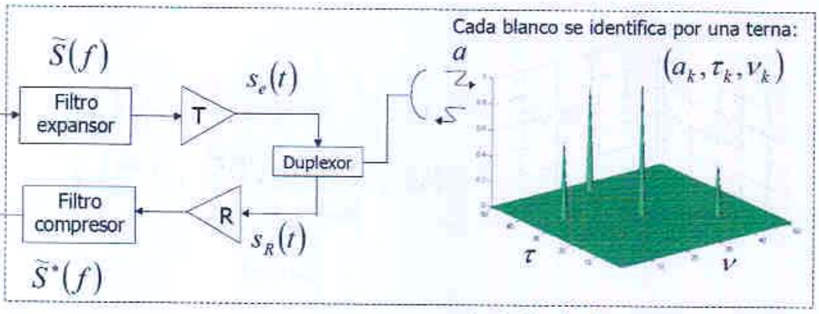
Representando los fasores de lo transmitido

C_n =	1	1	1	1	1	j	-1	-j	1	-1	1	-1	1	-j	-1	j
	→	→	→	→	→	↑	←	↓	→	←	→	←	→	↓	←	↑

Para la convolución hay que considerar C^*_{-n} (invertido y conjugado)

Lección II.5: Formas de onda y función de ambigüedad RADAR

Introducción: Sistema RADAR



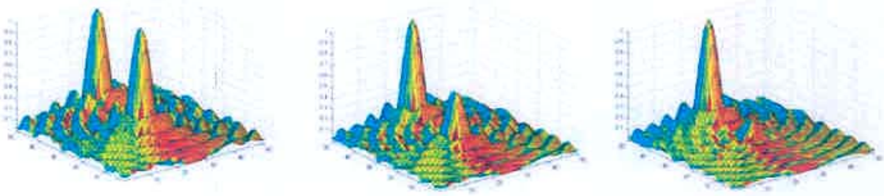
$g(t)$ es la respuesta impulsional de todo el sistema RADAR incluyendo el blanco

Podría haber una cuarta dimensión: dirección apuntamiento radar

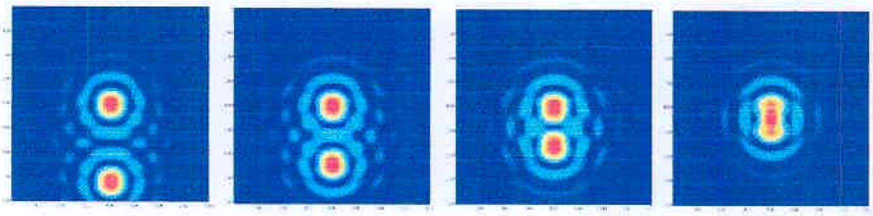
En estas dos dimensiones: τ tiempo $\leftrightarrow$ distancia
ν frec $\leftrightarrow$ velocidad

se ven muy bien conceptos que ya conocíamos:

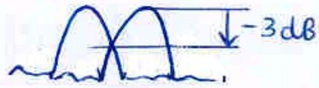
Margen dinámico:



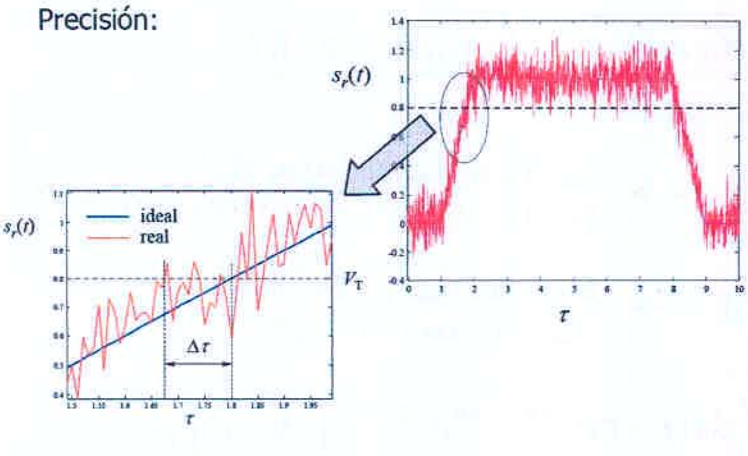
Resolución:



Resolución: distancia a la cual la respuesta asociada a dos blancos se cruza a -3dB



Precisión:



Precisión: Capacidad del radar para determinar la distancia o la velocidad de un blanco. Se puede demostrar que depende del valor cuadrático medio de la respuesta en cada eje y de la relación señal a ruido

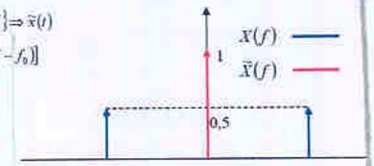
Función de ambigüedad RADAR

(*) El factor 1/2 aparece debido a la relación de amplitudes entre el espectro de una señal y el de su equivalente paso bajo. El caso más sencillo sería:

$x(t)=\cos\omega_0 t=\Re\{\tilde{x}(t)e^{j\omega_0 t}\}\Rightarrow\tilde{x}(t)$

$X(f)=\frac{1}{2}[\delta(f-f_0)+\delta(f-f_0)]$

$\tilde{X}(f)=\delta(f)$



Algunos teoremas previos para trabajar con señales paso bajo

$$\tilde{x}(t) \longrightarrow \boxed{\tilde{h}(t)} \longrightarrow \tilde{y}(t)=\frac{1}{2}\,\tilde{x}(t)*\tilde{h}(t)$$

Señal emitida:

$$S_e(t)=a(t)\cdot\cos(\omega_0 t+\varphi(t))$$
$$=\Re e\{\underbrace{a(t)e^{j\varphi(t)}}_{\tilde{s}(t)\ \text{componente paso bajo}}\cdot e^{j\omega_0 t}\}$$

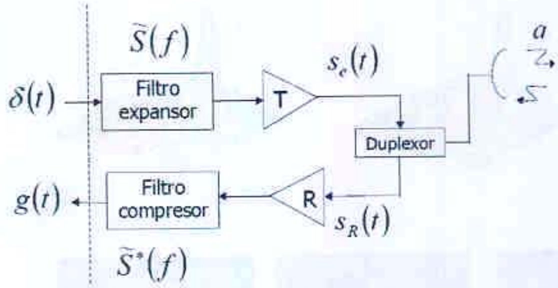
atenuación k

retardo $\tau=\frac{2R}{c}$

desplaz. frec $\nu=\frac{2v_r}{\lambda}$

Señal recibida:

$$S_r(t)=k\cdot\Re e\{\tilde{s}(t-\tau)\cdot e^{j2\pi(f_0-\nu)\cdot(t-\tau)}\}$$
$$=k\cdot\Re e\{\underbrace{\tilde{s}(t-\tau)\cdot e^{-j2\pi\nu(t-\tau)}e^{-j\omega_0\tau}}_{\tilde{S}_R(t)}e^{j\omega_0 t}\}$$



$\tilde{g}(t)$ es la respuesta impulsional de todo el RADAR.

$$\tilde{g}(t)=e^{-j\omega_0\tau}\cdot\chi(\tau,\nu)$$

$$\chi(\tau,\nu)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}(t)\cdot\tilde{s}^*(t+\tau)e^{-j2\pi\nu t}\,dt$$

$$\boxed{\chi(\tau,\nu)=TF_\nu\left[\tilde{s}(t)\cdot\tilde{s}^*(t+\tau)\right]}$$

$$\boxed{\text{Energía}\quad|\chi(\tau,\nu)|^2\equiv\text{Función de ambigüedad RADAR}}$$

$$\chi(\tau,0)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t+\tau)\,dt \Rightarrow$$ señal a la salida del filtro adaptado en el tiempo τ

$$\chi(0,\nu)=\int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{s}(t)|^2e^{-j2\pi\nu t}\,dt \Rightarrow$$ Espectro de $|\tilde{s}(t)|^2$ en la frecuencia ν

DEM:

$$\tilde{g}(t)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}_R(p)\tilde{s}^*[-(t-p)]dp=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}k\tilde{s}(p-\tau)e^{-j(\omega_0-2\pi\nu)\tau}e^{-j2\pi\nu p}\tilde{s}^*[-(t-p)]dp=$$

$$=\frac{k}{2}e^{-j\omega_0\tau}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}(p-\tau)e^{-j2\pi\nu(p-\tau)}\tilde{s}^*[\tau+(p-\tau)-t]dp=\{k/2=1;\,p-\tau=x;\,\tau-t=\tau'\}=$$

$$=e^{-j\omega_0\tau}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}(x)\tilde{s}^*(x+\tau')e^{-j2\pi\nu x}dx$$

Propiedades de la función de ambiguedad RADAR

1) $$\chi(\tau,\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t)\,\tilde{s}^*(t+\tau)\,e^{-j2\pi\nu t}\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(f)^* \;\tilde{S}(f+\nu)\,e^{-j2\pi\tau f}\,df$$

2) $$\chi(0,0) = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{s}(t)|^2\,dt = 2E$$ $\quad E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$

El valor en el origen es igual a 2E

3) $$|\chi(0,0)|^2 \geq |\chi(\tau,\nu)|^2$$

El valor máximo de la función es $4E^2$ y está en el origen

4) $$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} |\chi(\tau,\nu)|^2\,d\tau\,d\nu = |\chi(0,0)|^2 = 4E^2$$

El volumen de $|\chi(\tau,\nu)|^2$ es siempre constante.
"Si lo chafamos por un lado se hinchará por otro"

Invarianza de volumen

Por eso a lo que más se puede aspirar es a tipo chincheta

Demostración

1) $$\chi(\tau,\nu) = F_\nu\left[\tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t+\tau)\right] = F_\nu\left[\tilde{s}(t)\right] * F_\nu\left[\tilde{s}^*(t+\tau)\right] = \tilde{S}(\nu) * \left[\tilde{S}^*(-\nu)e^{j2\pi\nu\tau}\right] =$$

$$\left.\begin{array}{l} F_\nu\left[\tilde{s}(t)\right] = \tilde{S}(\nu) \\ F_\nu\left[\tilde{s}^*(t+\tau)\right] = F_\nu\left[\tilde{s}^*(t)\right]e^{j2\pi\nu\tau} = \tilde{S}^*(-\nu)e^{j2\pi\nu\tau} \end{array}\right\}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(\xi) * \tilde{S}^*\left[-(\nu-\xi)\right]e^{j2\pi(\nu-\xi)\tau}\,d\xi = \{-\nu+\xi = f\} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}^*(f) * \tilde{S}(f+\nu)e^{-j2\pi\tau f}\,df$$

2) $$2E = 2\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt = 2\int_{-\infty}^{\infty} \Re\{\tilde{s}(t)e^{j\omega_0 t}\}\Re\{\tilde{s}(t)e^{j\omega_0 t}\}dt = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\tilde{s}(t)e^{j\omega_0 t} + \tilde{s}^*(t)e^{-j\omega_0 t}\right]\left[\tilde{s}(t)e^{j\omega_0 t} + \tilde{s}^*(t)e^{-j\omega_0 t}\right]dt =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\tilde{s}^2(t)e^{j2\omega_0 t} + \left[\tilde{s}^*(t)\right]^2 e^{-j2\omega_0 t} + 2\tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t)\right\}dt = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}^2(t)\cos(2\omega_0 t + 2\theta_{\tilde{s}})dt + \int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{s}(t)|^2 dt = \chi(0,0)$$

3) $$|\chi(\tau,\nu)| = \left|\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t+\tau)e^{-j2\pi\nu t}dt\right| = \left|\left\langle \tilde{s}(t)e^{-j2\pi\nu t}, \tilde{s}(t+\tau)\right\rangle\right| \leq \left|\left\langle \tilde{s}(t)e^{-j2\pi\nu t}, \tilde{s}(t)e^{-j2\pi\nu t}\right\rangle \cdot \left\langle \tilde{s}(t+\tau), \tilde{s}(t+\tau)\right\rangle\right|^{1/2} =$$

$$\langle f,g\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g^*(x)dx$$

$$= \left[\int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{s}(t)|^2 dt\right]^{1/2}\left[\int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{s}(t+\tau)|^2 dt\right]^{1/2} = \int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{s}(t+\tau)|^2 dt = |\chi(0,0)|$$

Desarrollo en serie de la función de ambigüedad en torno al origen

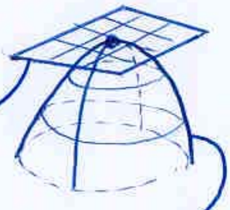
$$|\chi(\tau,\nu)|^2 = |\chi(\tau,\nu)|^2\Big|_{\tau=\nu=0}$$

$$+\left[\frac{\partial|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]\cdot\tau+\left[\frac{\partial|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]\cdot\nu$$

$$+\frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]\tau^2+\left[\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]\cdot\nu^2+2\left[\frac{\partial^2|\chi(\tau,\nu)|^2}{\partial\tau\,\partial\nu}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]\cdot\tau\cdot\nu\right\}$$

$$+\ \cdots$$

aprox lineal (un plano)



aprox cuadrática (una cuádrica)

Las derivadas primeras resultan ser cero, y normalizando respecto al máximo:

$$\frac{|\chi(\tau,\nu)|^2}{|\chi(0,0)|^2}=1+\frac{1}{|\chi(0,0)|^2}\left\{\tau^2\frac{\partial^2\chi(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=\nu=0}+2\nu\tau\Re\left[\frac{\partial^2\chi(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]+\nu^2\frac{\partial^2\chi(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=\nu=0}\right\}$$

Y las derivadas segundas resultan tener interpretación física

$$\frac{\partial^2\chi(\tau,\nu)}{\partial\tau^2}\Big|_{\tau=\nu=0}=(j2\pi)^2\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}f^2\left|\tilde{S}(f)\right|^2 df}_{2^\circ\text{ momento de }|\tilde{S}(f)|^2}=-2E\beta^2$$

$$\frac{\partial^2\chi(\tau,\nu)}{\partial\nu^2}\Big|_{\tau=\nu=0}=(j2\pi)^2\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}t^2|\tilde{s}(t)|^2 dt}_{2^\circ\text{ momento de }|\tilde{s}(t)|^2}=-2E\alpha^2$$

$$\left.\begin{aligned}\beta^2&=\frac{(2\pi)^2}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}f^2\left|\tilde{S}(f)\right|^2 df\Rightarrow\text{es una medida del ancho rms de }\tilde{S}(f)\\ \alpha^2&=\frac{(2\pi)^2}{2E}\int_{-\infty}^{\infty}t^2|\tilde{s}(t)|^2 dt\Rightarrow\text{es una medida del ancho rms de }\tilde{s}(t)\end{aligned}\right\}\ \alpha\beta\geq\pi\ \rightarrow$$

Las dos resoluciones están acotadas en producto. (Es una especie de Principio de Incertidumbre)

$$E=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\tilde{S}(f)\right|^2 df\Rightarrow\text{Energía de la señal}$$

$$\Re\left[\frac{\partial^2\chi(\tau,\nu)}{\partial\tau\partial\nu}\Big|_{\tau=\nu=0}\right]=-2\pi\Im\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\left[\tilde{s}(t)\frac{\partial\tilde{s}^*(t+\tau)}{\partial\tau}\Big|_{\tau=0}t\right]dt\right\}=-2E\rho\alpha\beta$$

$$2E\rho=\frac{2\pi}{\alpha\beta}\Im\left\{\int_{-\infty}^{\infty}t\tilde{s}(t)\frac{\partial\tilde{s}^*(t+\tau)}{\partial\tau}\Big|_{\tau=0}dt\right\}$$

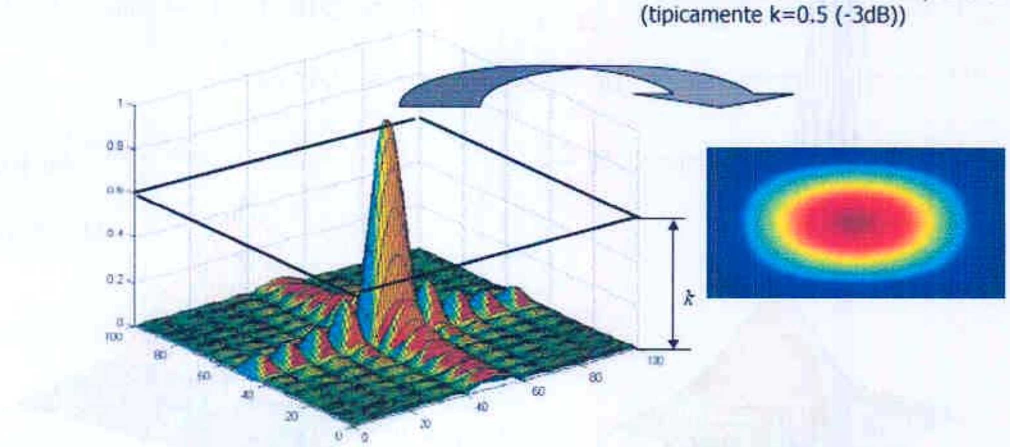
$$\Rightarrow\rho\equiv\text{Coeficiente de acomplamiento de error de la forma de onda}$$

se obtiene la aproximación cuadrática normalizada:

$$\frac{|\chi(\tau,\nu)|^2}{|\chi(0,0)|^2}=1-\left[\tau^2\beta^2+2\tau\nu\alpha\beta\rho+\nu^2\alpha^2\right]$$

Elipse de incertidumbre.

Cortando la cuádrica con un plano en k (tipicamente k=0.5 (-3dB))

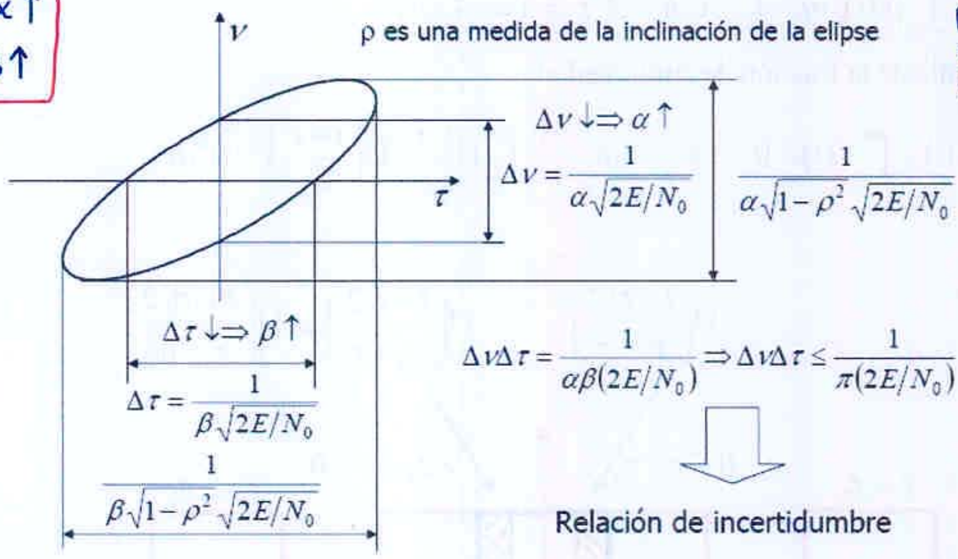


$$\tau^2\beta^2 + 2\tau\nu\alpha\beta\rho + \nu^2\alpha^2 = 1 - \frac{|\chi(\tau,\nu)|^2}{|\chi(0,0)|^2} = 1 - k = \frac{N_0}{8E} \Rightarrow \underbrace{\tau^2\beta^2 + 2\tau\nu\alpha\beta\rho + \nu^2\alpha^2 = \frac{N_0}{8E}}_{\text{Elipse de incetidumbre}}$$

$\boxed{\begin{array}{l} \Delta\nu\downarrow \longleftrightarrow \alpha\uparrow \\ \Delta\tau\downarrow \longleftrightarrow \beta\uparrow \end{array}}$

ρ es una medida de la inclinación de la elipse

Podemos jugar girando la elipse para tener buenas resoluciones



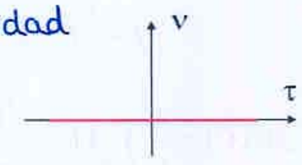
$$\Delta\nu\Delta\tau = \frac{1}{\alpha\beta(2E/N_0)} \Rightarrow \Delta\nu\Delta\tau \le \frac{1}{\pi(2E/N_0)}$$

Relación de incertidumbre

Casos extremos:

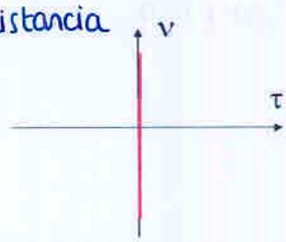
Radar de CW: máxima resolución en velocidad

$$s(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi_0) \Rightarrow \begin{cases} \alpha \to \infty & \Delta\nu = 0 \\ \beta = 0 & \Delta\tau \to \infty \end{cases}$$

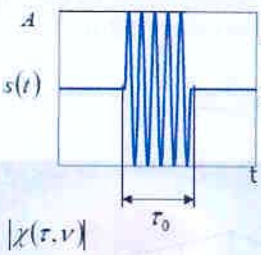


Radar Pulsado ideal: máxima resolución en distancia

$$s(t) = \delta(t - T) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 & \Delta\nu \to \infty \\ \beta \to \infty & \Delta\tau = 0 \end{cases}$$



Estudio de formas de onda . El pulso de RF.



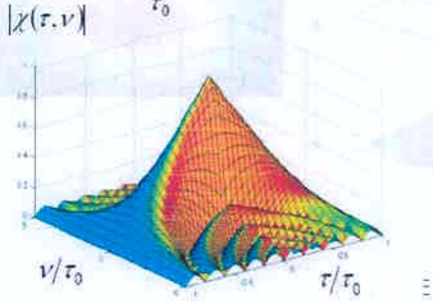
$A=\tau_0^{-1/2} \Rightarrow 2E=1$

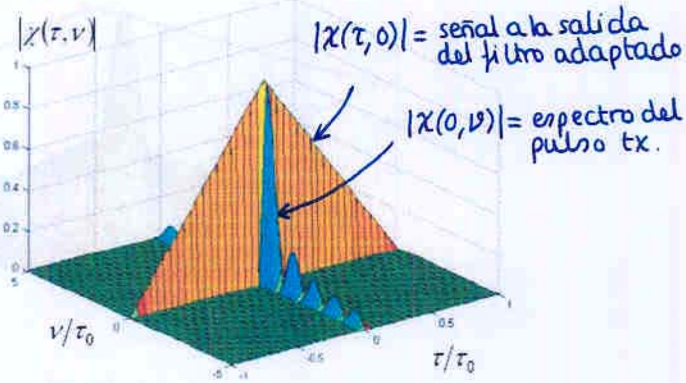
$s(t)=\tau_0^{-1/2}\Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right)\cos 2\pi f_o t$

$\tilde{s}(t)=\tau_0^{-1/2}\Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right)$

$|\tau|<\tau_0 \quad |\chi(\tau,\nu)|=\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\left|\operatorname{sinc}\left[\nu\tau_0\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right]\right|$

$|\tau|>\tau_0 \quad |\chi(\tau,\nu)|=0$





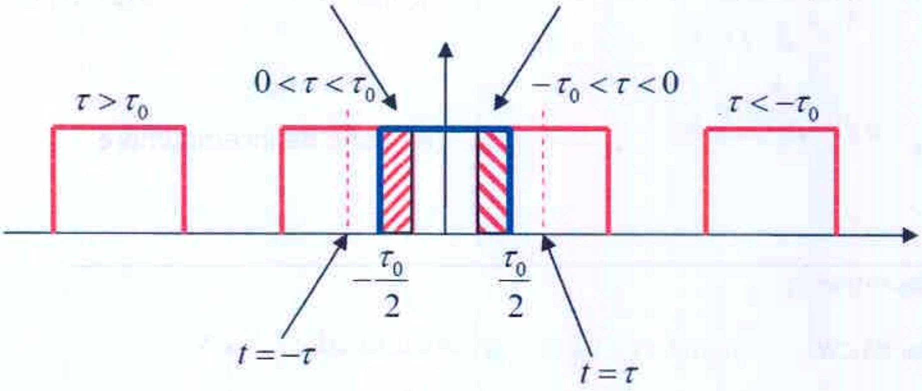
La amplitud del pulso se normaliza de forma que 2E = 1:

$$2E=\int_{-\infty}^{\infty}|\tilde{s}(t)|^2dt=\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}A^2dt=A^2\tau_0=1\Rightarrow A=\tau_0^{-1/2}$$

Cálculo de la función de ambigüedad:

$$\chi(\tau,\nu)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t+\tau)e^{-j2\pi\nu t}dt=\frac{1}{\tau_0}\int_{-\infty}^{\infty}\Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right)\Pi\left(\frac{t+\tau}{\tau_0}\right)e^{-j2\pi\nu t}dt$$

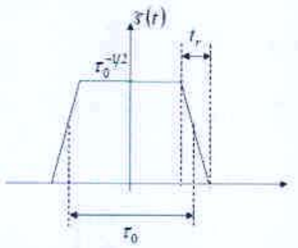
$\Pi\left(\frac{t+\tau/2}{\tau_0-\tau}\right)$ $\qquad$ $\Pi\left(\frac{t-\tau/2}{\tau_0+\tau}\right)\Rightarrow\Pi\left(\frac{t+|\tau|/2}{\tau_0-|\tau|}\right)$



$$|\tau|<\tau_0 \quad \chi(\tau,\nu)=\frac{1}{\tau_0}\int_{-\infty}^{\infty}\Pi\left(\frac{t+|\tau|/2}{\tau_0-|\tau|}\right)e^{-j2\pi\nu t}dt=\frac{1}{\tau_0}(\tau_0-|\tau|)\operatorname{sinc}[\nu(\tau_0-|\tau|)]e^{j\pi|\tau|\nu}$$

$$|\tau|>\tau_0 \quad \chi(\tau,\nu)=0$$

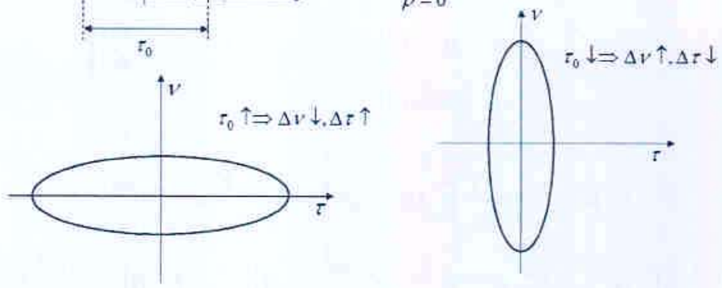
pulso trapezoidal :



$\beta = \sqrt{\frac{2}{\tau_0 t_r}} \Rightarrow \quad \Delta\tau = \sqrt{t_r \frac{\tau_0 N_0}{2}}$

$\alpha = \frac{\pi\tau_0}{\sqrt{3}} \Rightarrow \Delta\nu = \frac{\sqrt{3N_0}}{\pi\tau_0}$

$\rho = 0$



(*) $2E\beta^2 = \beta^2 = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 \left|\tilde{S}(f)\right|^2 df = 8\pi^2 \lim_{a\to\infty} \int_0^a f^2 \operatorname{sinc}^2(\tau_0 f) df = \infty$

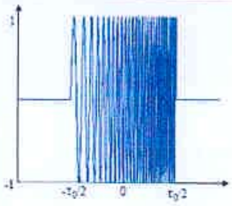
Considerando el pulso trapezoidal :

$$\beta^2 = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2 \left|\tilde{S}(f)\right|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \left|j2\pi f\tilde{S}(f)\right|^2 df = \{\text{T. de Rayleigh}\} = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\tilde{s}'(t)\right|^2 dt = 2\frac{t_r}{\tau_0 t_r^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{\frac{2}{\tau_0 t_r}}$$

(**) $2E\alpha^2 = \alpha^2 = (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \left|\tilde{s}(t)\right|^2 dt \approx (t_r \ll \tau_0) \approx \frac{(2\pi)^2}{\tau_0} \int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}} t^2 dt = \frac{(2\pi)^2}{3\tau_0} t^3 \Big|_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}} = \frac{\pi^2\tau_0^2}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi\tau_0}{\sqrt{3}}$

(***) $\rho = \frac{2\pi}{\alpha\beta} \Im\left[\int_{-\infty}^{\infty} t\tilde{s}(t) \left.\frac{\partial \tilde{s}^*(t+\tau)}{\partial\tau}\right|_{\tau=0} dt \right] = 0$ (por ser el integrando real)

Estudio de formas de onda . La señal chirp.



$$s(t)=\Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right)\cos\left(\omega_0 t+\mu t^2/2\right) \quad \mu=2\pi\frac{\Delta f}{\tau_0}$$

$$\tilde{s}(t)=\frac{1}{\sqrt{\tau_0}}\Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right)e^{j\mu t^2/2} \quad \text{(normalizando 2E = 1)}$$

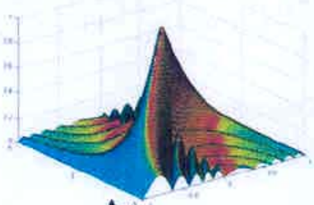
$$|\tau|<\tau_0 \quad |\chi(\tau,\nu)|=\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\left|\operatorname{sinc}\left[\left(\nu+\tau\frac{\Delta f}{\tau_0}\right)\tau_0\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right]\right|$$

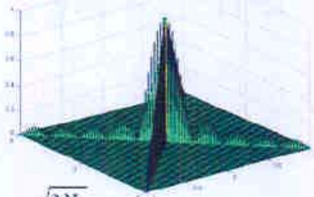
$$|\tau|>\tau_0 \quad |\chi(\tau,\nu)|=0$$

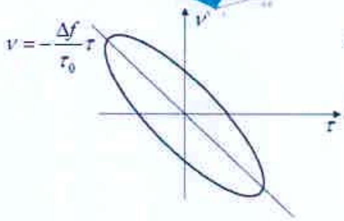
(*) $\chi(\tau,\nu)=\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{s}(t)\tilde{s}^*(t+\tau)e^{-j2\pi\nu t}dt=\frac{1}{\tau_0}\int_{-\infty}^{\infty}\Pi\left(\frac{t}{\tau_0}\right)e^{j\mu t^2/2}\Pi\left(\frac{t+\tau}{\tau_0}\right)e^{-j\mu(t+\tau)^2/2}e^{-j2\pi\nu t}dt=$

$$=\frac{e^{-j\mu\tau^2/2}}{\tau_0}\Pi\left(\frac{\tau}{2\tau_0}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\Pi\left(\frac{t+|\tau|/2}{\tau_0}\right)e^{-j\mu t\tau}e^{-j2\pi\nu t}dt=\frac{e^{-j\mu\tau^2/2}}{\tau_0}\Pi\left(\frac{\tau}{2\tau_0}\right)F_\nu\left[\Pi\left(\frac{t+|\tau|/2}{\tau_0}\right)e^{-j\mu t\tau}\right]=$$

$$\frac{e^{-j\mu\tau^2/2}}{\tau_0}\Pi\left(\frac{\tau}{2\tau_0}\right)F_\nu\left[\Pi\left(\frac{t+|\tau|/2}{\tau_0}\right)\right]\Bigg|_{\nu+\frac{\mu\tau}{2\pi}}=\frac{e^{-j\mu\tau^2/2}}{\tau_0}\Pi\left(\frac{\tau}{2\tau_0}\right)\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\operatorname{sinc}\left[\left(\nu+\tau\frac{\Delta f}{\tau_0}\right)\tau_0\left(1-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)\right]e^{j\pi|\tau|(\nu+\tau\Delta f/\tau_0)}$$







$$\alpha=\frac{\pi\tau_0}{\sqrt{3}}\Rightarrow\Delta\nu=\frac{\sqrt{3N_0}}{\pi\tau_0} \qquad \tau_0\uparrow\Rightarrow\Delta\nu\downarrow,\ \Delta f\uparrow\Rightarrow\Delta\tau\downarrow$$

$$\beta=\frac{\pi\Delta f}{\sqrt{3}}\Rightarrow \quad \Delta\tau=\frac{\sqrt{3N_0}}{\pi\Delta f}$$

El problema es el margen dinámico (13,2 dB).

(*) $2E\beta^2=\beta^2=(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}f^2\left|\tilde{S}(f)\right|^2df=\frac{(2\pi)^2}{\Delta f}\int_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2}f^2df=\frac{(2\pi)^2}{3\Delta f}f^3\Big|_{-\Delta f/2}^{\Delta f/2}=\frac{\pi^2\Delta f^2}{3}\Rightarrow\beta=\frac{\pi\Delta f}{\sqrt{3}}$

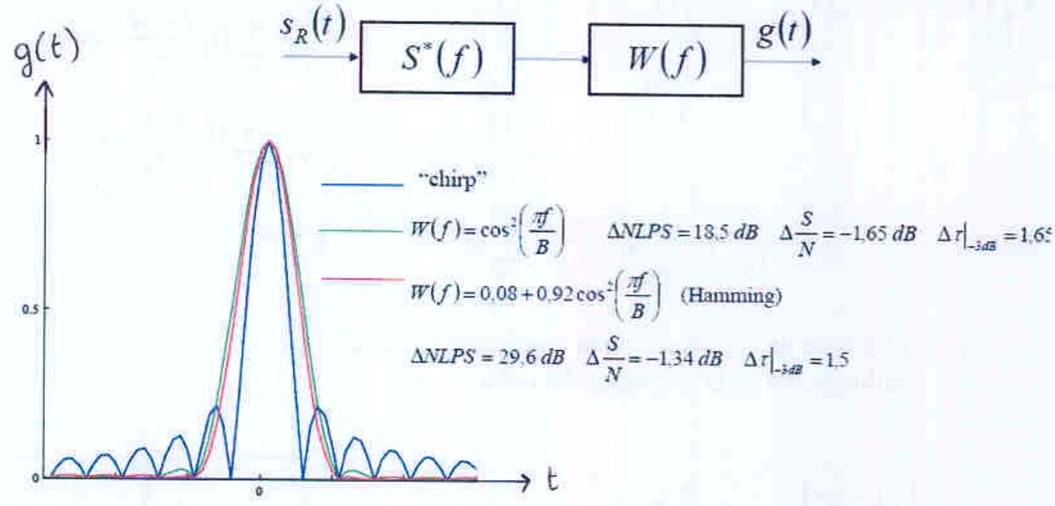
(**) $2E\alpha^2=\alpha^2=(2\pi)^2\int_{-\infty}^{\infty}t^2\left|\tilde{s}(t)\right|^2dt=\frac{(2\pi)^2}{\tau_0}\int_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}t^2dt=\frac{(2\pi)^2}{3\tau_0}t^3\Big|_{-\frac{\tau_0}{2}}^{\frac{\tau_0}{2}}=\frac{\pi^2\tau_0^2}{3}\Rightarrow\alpha=\frac{\pi\tau_0}{\sqrt{3}}$

(***) $\rho=\frac{2\pi}{\alpha\beta}\Im\left[\int_{-\infty}^{\infty}t\tilde{s}(t)\frac{\partial\tilde{s}^*(t+\tau)}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=0}dt\right]=-\frac{2\pi}{\alpha\beta}\frac{\mu\tau_0^2}{12}=-\frac{(2\pi)^2\Delta f\tau_0}{12\frac{\pi\tau_0}{\sqrt{3}}\frac{\pi\Delta f}{\sqrt{3}}}=-1$

$$\int_{-\infty}^{\infty}t\tilde{s}(t)\frac{\partial\tilde{s}^*(t+\tau)}{\partial\tau}\bigg|_{\tau=0}dt=\frac{1}{\tau_0}\int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2}t\{\delta[t-(\tau-\tau_0/2)]-\delta[t-(\tau-\tau_0/2)]-j\mu t\}dt=\frac{-j\mu}{\tau_0}\int_{-\tau_0/2}^{\tau_0/2}t^2dt=\frac{-j\mu\tau_0^2}{12}$$

$$\frac{\partial\tilde{s}^*(t+\tau)}{\partial\tau}=\frac{1}{\sqrt{\tau_0}}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\Pi\left(\frac{t+\tau}{\tau_0}\right)e^{-j\mu(t+\tau)^2/2}\right]=\frac{e^{-j\mu(t+\tau)^2/2}}{\sqrt{\tau_0}}\left\{\delta[t-(\tau-\tau_0/2)]-\delta[t-(\tau-\tau_0/2)]-j\mu(t+\tau)\Pi\left(\frac{t+\tau}{\tau_0}\right)\right\}$$

Mejora del margen dinámico:

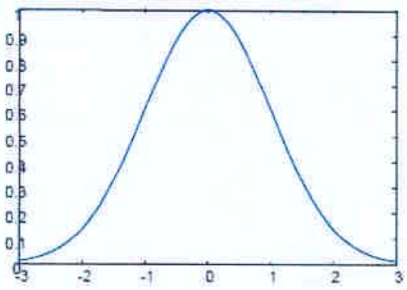


SEE. TEMA II. RADAR coherente

(enventanar)

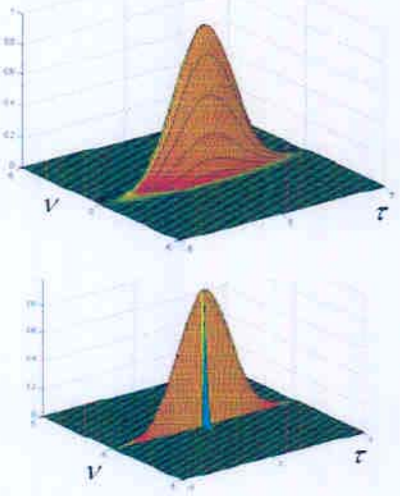
El nivel de los lóbulos secundarios se puede reducir mediante una ponderación en frecuencia del pulso recibido, de igual forma a como se puede mejorar el NLPS de una agrupación de antenas ponderando las corrientes de los elementos de la misma. El efecto de la ponderación es un empeoramiento de la resolución (ensanchamiento de la respuesta), como consecuencia de la invarianza de volumen, y un empeoramiento de la relación señal a ruido en detección, debido a no usar un filtro adaptado.

Estudio de formas de onda . El pulso gaussiano.



$$\Delta\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{E/N_0}}$$

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\sigma\sqrt{E/N_0}}$$



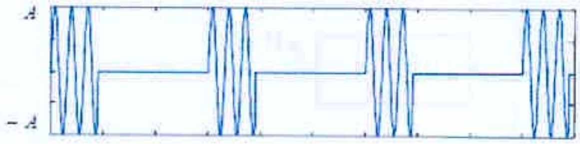
$$\tilde{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-t^2/2\sigma^2}$$

$$|\chi(\tau,\nu)| = e^{-\tau^2/4\sigma^2} e^{-(\pi\nu)^2\sigma^2}$$

$$\frac{\Delta\tau_g}{\Delta\tau_R} = 2{,}34$$

(A igualdad de energía)

Estudio de formas de onda . El tren de pulsos rectangulares.

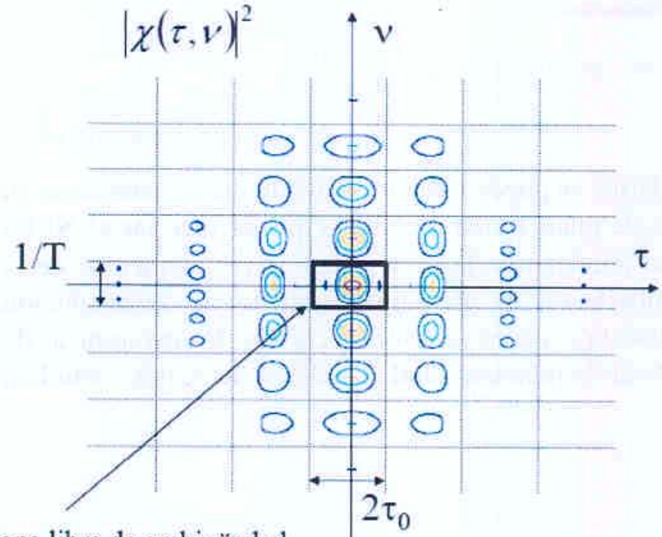


$$s(t)=\frac{1}{\sqrt{N\tau_0}}\sum_{n=1}^{N}\Pi\left(\frac{t-nT}{\tau_0}\right)\cos\omega_0 t$$

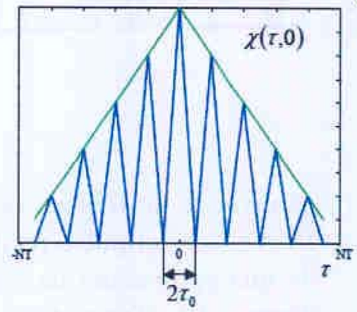
$$\tilde{s}(t)=\frac{1}{\sqrt{N\tau_0}}\sum_{n=1}^{N}\Pi\left(\frac{t-nT}{\tau_0}\right)$$

$$\chi(\tau,\nu)=\frac{1}{N\tau_0}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=1}^{N}\Pi\left(\frac{t-nT}{\tau_0}\right)\sum_{n=1}^{N}\Pi\left(\frac{t+\tau-nT}{\tau_0}\right)e^{-j2\pi\nu t}dt$$

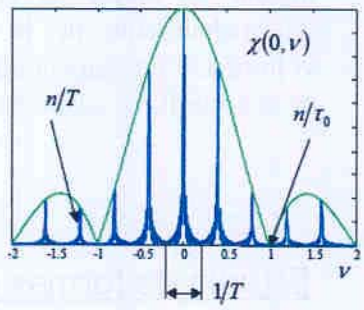
El uso de una forma de onda "periódica" produce una ambigüedad en la respuesta del radar.



Zona libre de ambigüedad



$\chi(\tau, 0) \equiv$ señal a la salida del filtro adaptado



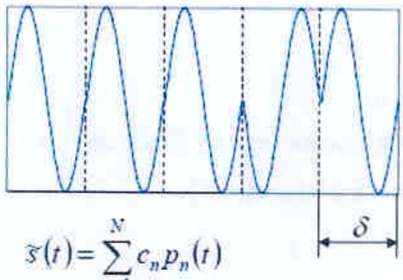
$\chi(0, \nu) \equiv$ TF del pulso txido

Estudio de formas de onda . Códigos discretos.

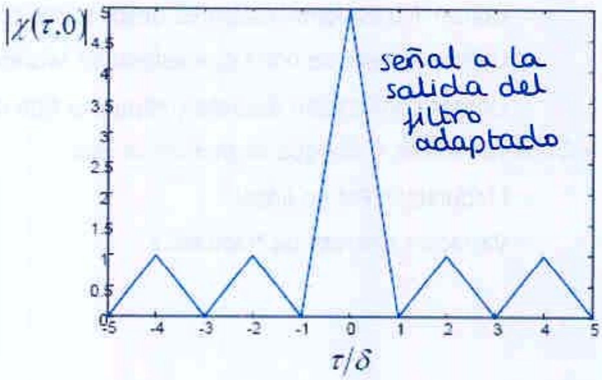
Códigos de Barker.

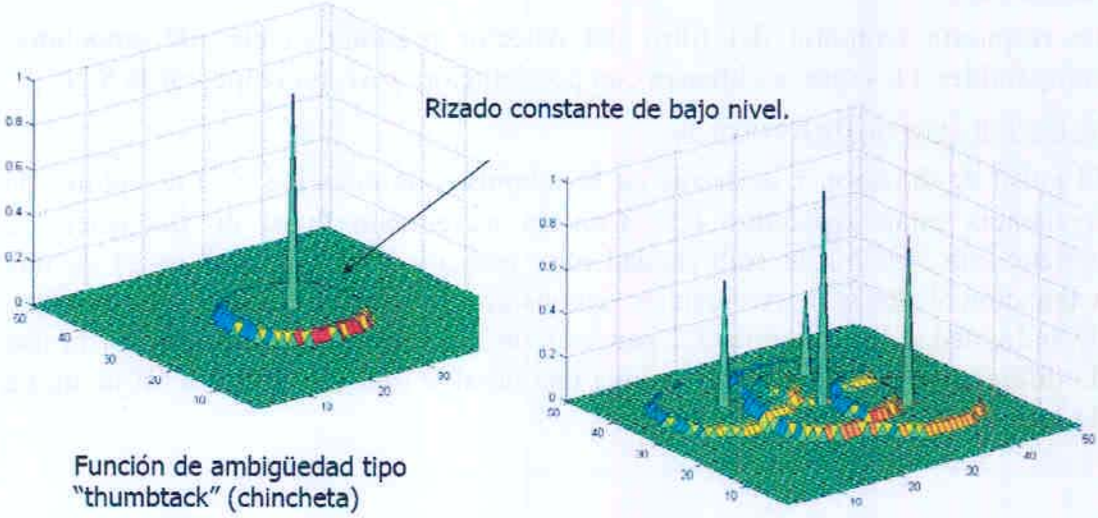
$$\chi(\tau,\nu)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} c_n p_n(t) c_n^* p_n^*(t+\tau) e^{-j2\pi\nu t}$$

$$\left.\begin{matrix}\nu=0\\ \tau=k\delta\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left|\chi(\tau,0)\right|_{\tau=k\delta}=\delta\sum_{n=1}^{n-|k|} c_n c_{n+k} = c_n c_{-n}^*$$



$$\tilde{s}(t)=\sum_{n=1}^{N} c_n p_n(t)$$





Función de ambigüedad tipo "thumbtack" (chincheta)

Estudio de formas de onda . Análisis comparativo.

- Utilizar pulsos de RF sin modular no permite mejorar la resolución ni la precisión en distancia y en velocidad de forma simultánea.
- Se pueden utilizar pulsos con modulación FM lineal para independizar las prestaciones en ambos ejes, pero, debido al principio de invarianza de volumen, se produce un incremento del autoclutter.
- Alternativas:
  - ✓ Utilizar filtros compensadores después del compresor.
  - ✓ Utilizar formas de onda que estrechen la señal sin aumentar mucho el autoclutter.
  - ✓ Utilizar codificación discreta (respuesta tipo chincheta o "thumtack").
- Otras formas de onda que se pueden utilizar:
  - ✓ Modulación FM no lineal.
  - ✓ Variación discreta de frecuencia.

FM no lineal:

La respuesta temporal del filtro del detector presenta niveles de autoclutter comparables a los que se obtienen con ponderación, pero sin empeorar la S/N.

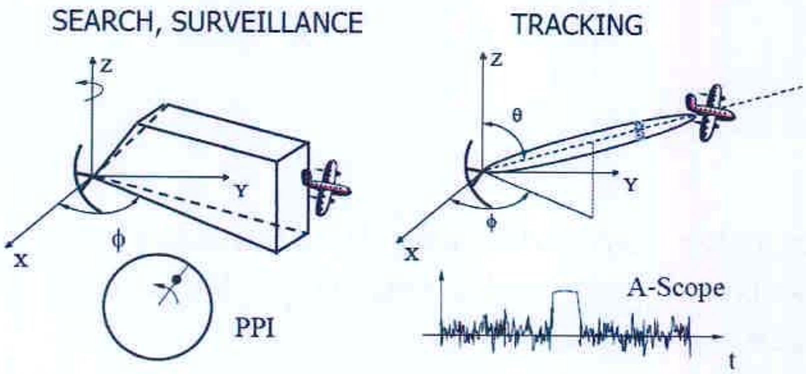
Variación discreta de frecuencia:

El pulso de duración τ se divide en N subpulsos de duración τ'. Los valores de frecuencia están separados $1/\tau'$. Con un incremento lineal de frecuencia se obtiene una función de ambigüedad muy parecida a la señal "chirp". Con una asignación aleatoria de frecuencias se consigue algo muy parecido a una función de ambigüedad tipo "thumtack", pero con un número menor de subpulsos. El uso de diferentes frecuencias proporciona una notable robustez frente a un jamming de onda continua.

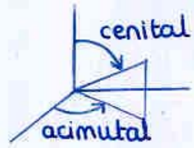
Tema III : RADAR 3D. Seguimiento

Lección III.1 Seguimiento RADAR

Los radares desempeñan 2 funciones :



Tracking :



- 2 coordenadas me las da la antena
- la distancia lada el procesador RADAR

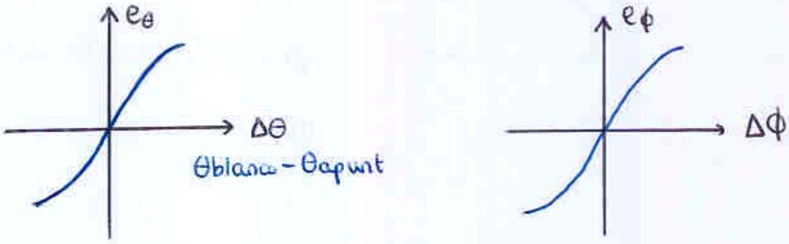
Los algoritmos de predicción de movimiento requieren trabajar en coordenadas lineales X, Y, Z

Hay 2 tipos de seguimiento :

- Track While Scan (TWS)
  - detecta el blanco y lo guarda en memoria
  - se va a detectar otros blancos (scan)
  - cuando vuelve, utiliza memoria y algoritmo de predicción para apuntar a donde esperamos que esté el blanco

- Continuous Tracking
  - A cada blanco se le asigna un haz que lo apunta continuamente

  Para ello necesitamos una 'señal de error o desapuntamiento' que se anule cuando el blanco esté centrado

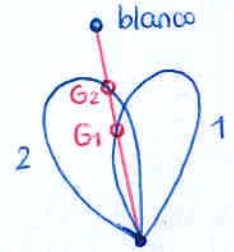


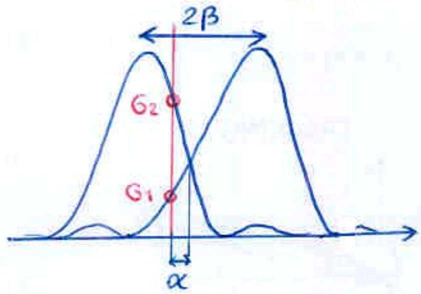
Ésta señal de error actúa entonces sobre un mecanismo que mueve la antena para que el haz apunte al blanco

¿Cómo obtenemos esa 'señal de error'?

Lección III.2: Conmutación secuencial de haz

se utilizan dos haces desplazados angularmente ($+\beta$ y $-\beta$)

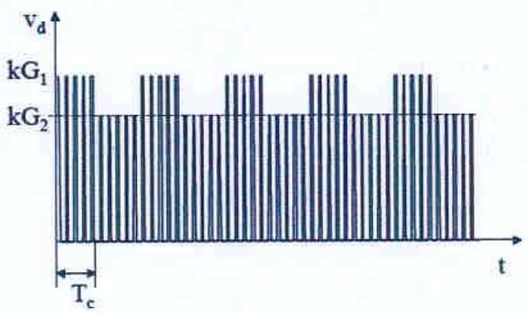




se conmuta entre ambos haces con un periodo T_c

Si el blanco no está exactamente centrado entre los dos haces, se tendrá una ganancia distinta para cada haz y por tanto un nivel de señal distinto para cada haz.

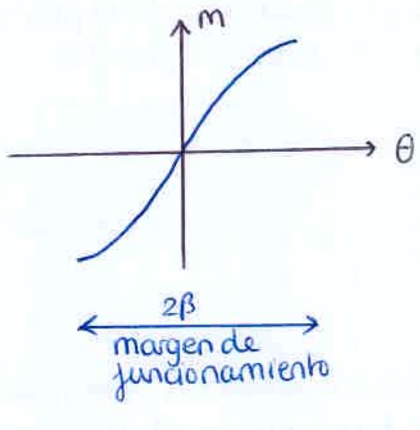
El hecho de conmutar el haz provocará entonces una modulación de los ecos recibidos



si definimos el índice de modulación:

$$m = \frac{G_1 - G_2}{G_1 + G_2}$$

Podemos utilizar el índice de modulación como función de desapuntamiento:

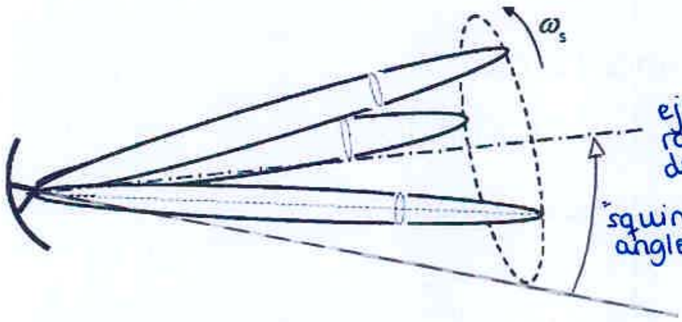


$m > 0$ – girar antena der.

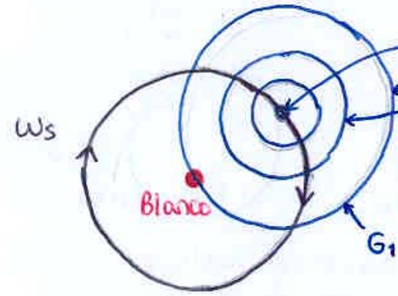
$m = 0$ – blanco apuntado

$m < 0$ → girar antena izq

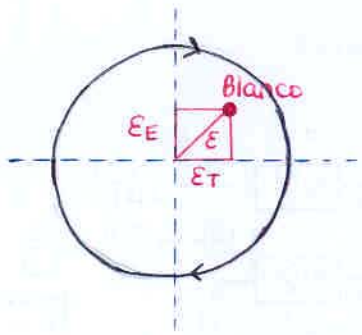
Lección III.3 : Barrido cónico



Se hace girar la antena alrededor de un eje que indica la dirección de apuntamiento



si el blanco está centrado, aunque el haz gire, siempre tendrá una ganancia G_1 en la dirección del blanco :
todos los pulsos recibidos son de igual amplitud.



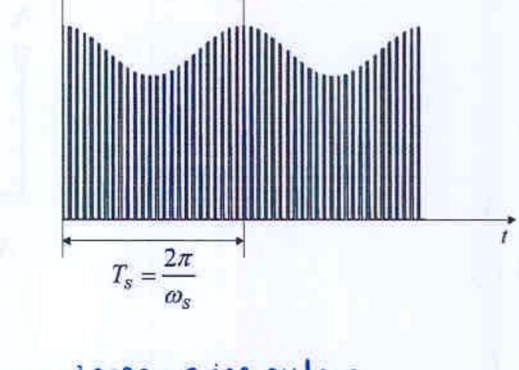
$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_T^2 + \varepsilon_E^2}$$

ε_T: error tranversal
ε_E: error elevación

si el blanco está desapuntado, al ir girando el haz, (cada vez la dirección del blanco va cayendo en distintas ganancias) los pulsos recibidos vienen modulados por un seno

$$V_d(t) = V_0 \left[1 + k_s \varepsilon \cos(\omega_s t + \phi)\right]$$
$$= V_0 \left[1 + k_s \varepsilon_T \cos \omega_s t - k_s \varepsilon_E \operatorname{sen} \omega_s t\right]$$

k_s: factor de forma que depende del diagrama de radiación



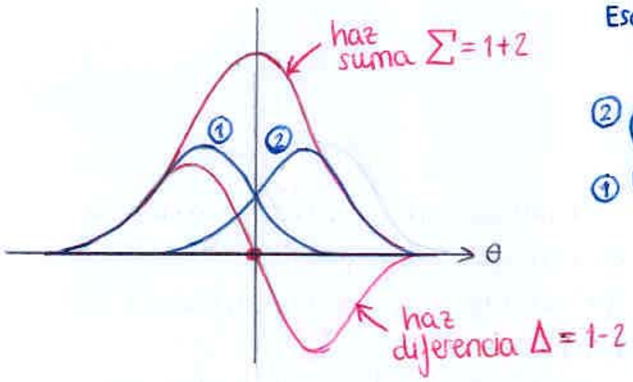
Problemas de las últimas 2 técnicas :
- requieren varios pulsos
- variación en el RCS del blanco difumina la modulación

solución: tracking en un único pulso (monopulso)

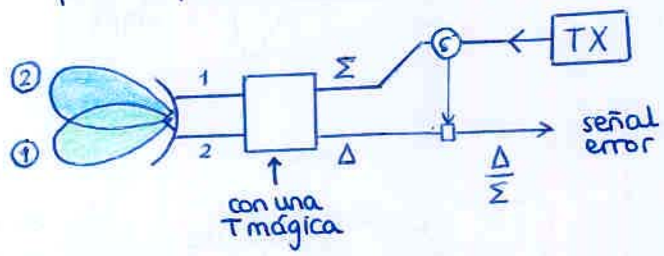
Lección III.4 : RADAR 3D monopulso

Hacer tracking con un único pulso
¿Cómo obtenemos la función error?
Trabajar simultáneamente con varios haces

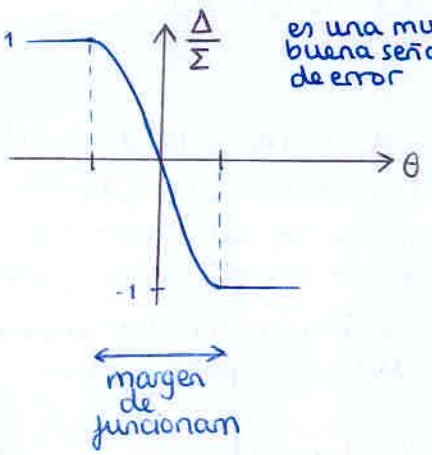
- Inicialmente vamos a apuntar sólo en un ángulo/eje



Esquema "para entenderlo"

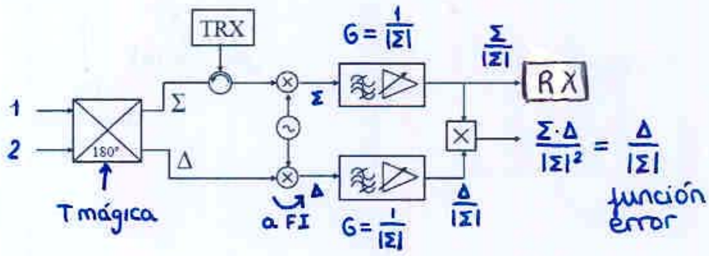


- El TX transmite por el haz suma
- La señal de error se obtiene con el haz diferencia Δ

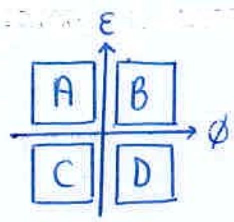


es una muy buena señal de error

Esquema más riguroso



- Seguimiento en acimut y elevación

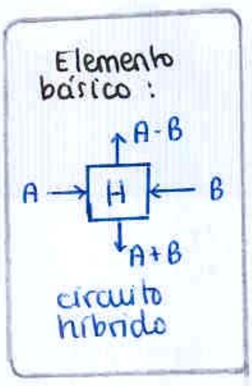


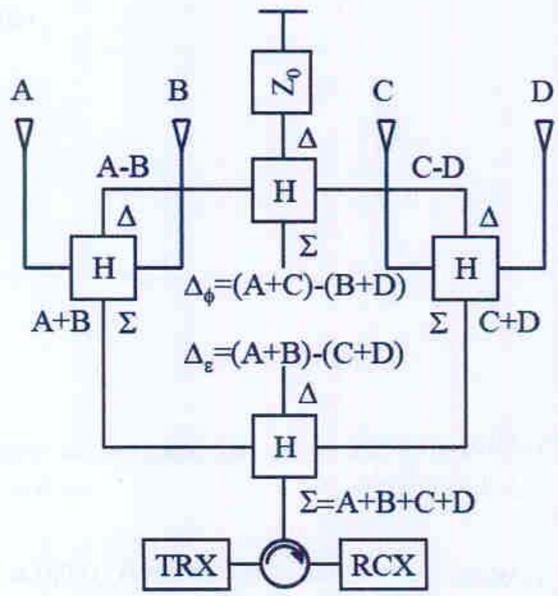
Usamos cuatro haces

Para TX y RX usamos
$\Sigma = A + B + C + D$

Para ajustar ángulo ϕ
$\Delta_\phi = (A+C) - (B+D)$

Para ajustar ángulo ε
$\Delta_\varepsilon = (A+B) - (C+D)$

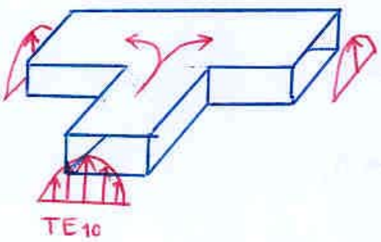




La T mágica

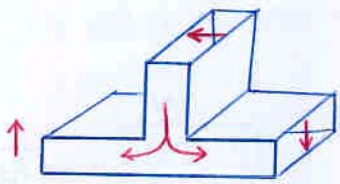
Combina dos estructuras

T de Plano E



La potencia se divide con misma amplitud y fase por ambas salidas

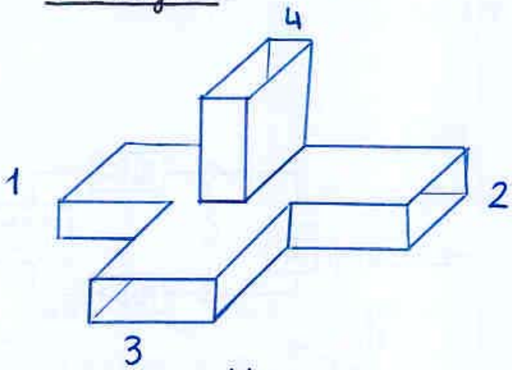
T de Plano H



La potencia se divide con misma amplitud pero con cambio en la fase.

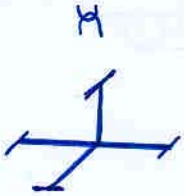
Por reciprocidad, ambas T's también sirven para sumar señales

T mágica

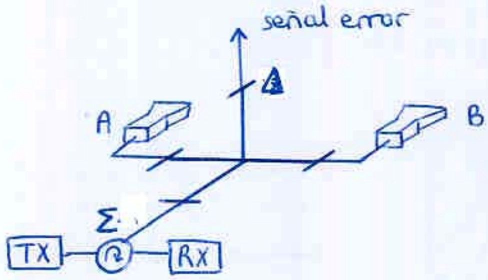


$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

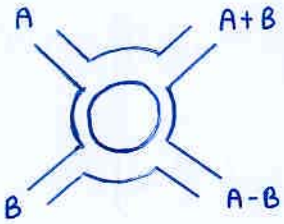
Se puede ver intuitivamente que 3 y 4 están desacoplados, ya que el modo no puede pasar 'suavemente' de uno al otro



Por tanto, el primer circuito para único ángulo sería simplemente:

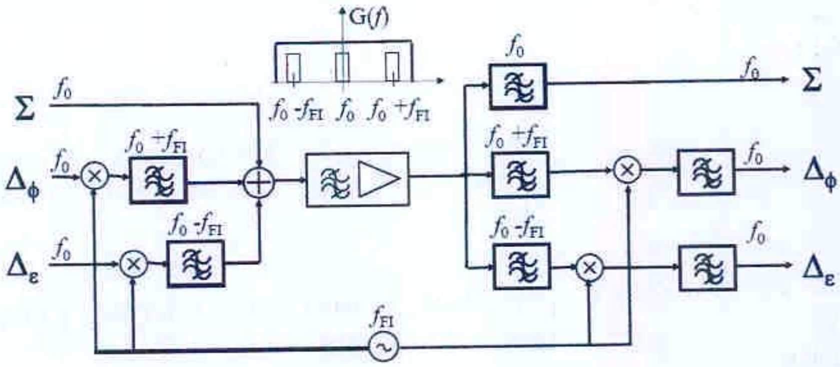


Otra opción: circuito híbrido

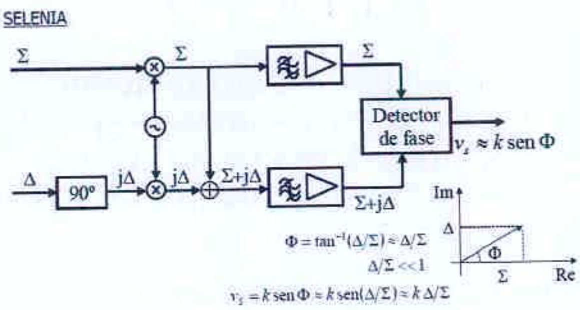


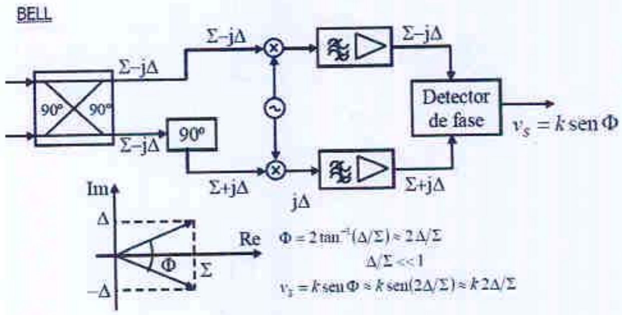
Técnica de compartición del amplificador de FI

se puede tener un receptor distinto para cada haz o bien usar técnica para compartir el amplificador de FI



· **Monopulso de amplitud con tratamiento de fase**



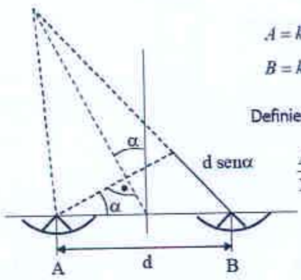


· **Monopulso de fase**

$$\begin{cases} A = k \\ B = k \cdot e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) d \operatorname{sen}\alpha} \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{cases} \Delta = A - B = k\left(1 - e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) d \operatorname{sen}\alpha}\right) \\ \Sigma = A + B = k\left(1 + e^{-j\underbrace{\left(\frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{sen}\alpha\right)}_{\phi}}\right) \end{cases}$$



$$\left.\begin{matrix} A = k \\ B = k e^{-j(2\pi/\lambda) d \operatorname{sen}\alpha} \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \Delta = A - B = k\left(1 - e^{-j(2\pi/\lambda) d \operatorname{sen}\alpha}\right) \\ \Sigma = A + B = k\left(1 + e^{-j(2\pi/\lambda) d \operatorname{sen}\alpha}\right) \end{matrix}$$

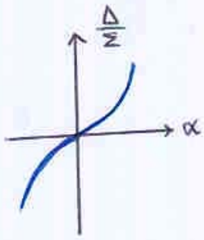
Definiendo $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \operatorname{sen}\alpha$, la función error será:

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{1 - e^{-j\Phi}}{1 + e^{-j\Phi}} = j\tan\left(\frac{\Phi}{2}\right) = j\tan\left(\frac{\pi d \operatorname{sen}\alpha}{\lambda}\right) \approx j\tan\left(\frac{\pi d \alpha}{\lambda}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\Delta}{\Sigma} = \frac{1 - e^{-j\phi}}{1 + e^{-j\phi}} = j\,tg\left(\frac{\phi}{2}\right) = j\,tg\left(\frac{\pi d \operatorname{sen}\alpha}{\lambda}\right)$$

$$\frac{\Delta}{\Sigma} \simeq j\,tg\left[\frac{\pi d}{\lambda}\alpha\right]$$



Problema 1 (TEMA I)

Un radar 3D realiza un barrido mecánico en acimut y electrónico uniforme en elevación con un haz tipo pincel en el que $\theta_H \approx \theta_V$. El radar debe cubrir una zona de 180 km hasta una elevación de 20º. La velocidad de giro de la antena es de 10 rpm. Si se desea detectar blancos no fluctuantes de $\sigma = 1\,\mathrm{m}^2$ con probabilidades de detección y de falsa alarma P_d=0,9 y P_{fa}=10^{-10}, respectivamente. La resolución en distancia deseada es 150 m. Los parámetros del radar son:

- T=1,2 ms
- G=35 dB
- f_0=3 GHz
- E_i=0,9
- F_r=4 dB
- L=10 dB
- K=1,38 10^{-23} J/K
- T_0=290 K

Calcule:

a) Potencia de pico del transmisor.
b) Distancia ciega.
c) Ciclo de trabajo del transmisor.

Solución.
a) La potencia de pico del transmisor se puede despejar de la ecuación del radar:

$$P_t = \frac{R_{MAX}^4 (4\pi)^3 kT_0 BF_r (S/N)_1 L}{G^2 \lambda^2 \sigma I_n}$$

Todos los datos necesarios para obtener la potencia de pico vienen dados en el enunciado, excepto la relación señal a ruido, que se obtiene de la gráfica adjunta ($S/N|_1$=15 dB), y la mejora de integración, que se calcula como I_n=nE_i, siendo n el número de pulsos integrados, que se calcula como:

$$n = \frac{\theta_H^0}{6N} \frac{\theta_V^0}{\Delta\theta_V^0} f_T$$

Los datos necesarios para calcular el número de pulsos los proporciona también el enunciado, excepto los anchos de haz, que se obtienen a partir de la ganancia de la antena:

$$G = \frac{4\pi}{\theta_H^0 \theta_V^0} \approx \frac{4\pi}{\left(\theta^0\right)^2} \Rightarrow \theta^0 = \sqrt{G/4\pi} = 3{,}62^{\circ}$$

De esta forma se obtiene n=9 ecos y una potencia de pico de 8,175 MW (teniendo en cuenta que, para la resolución especificada se necesita un pulso de τ=1 μs, con lo que, para un receptor adaptado se tiene B=1 MHz).

b) La zona ciega es el tiempo durante el cual el transmisor está activo y el receptor permanece desconectado, y coincide con la duración del pulso de RF transmitido, que en este caso es 1 μs.

c) Para los valores de τ y T del radar, el ciclo de trabajo es $\tau/T=0,083\%$.

Problema 2

El diagrama de bloques de la figura corresponde a un radar 2-D real, en el cual la frecuencia portadora se obtiene mezclando la señal de un oscilador de gran estabilidad (STALO) con la de un oscilador de frecuencia igual a la frecuencia intermedia del receptor (COHO) y seleccionando por filtrado la frecuencia resultante mayor.

El radar está diseñado para detectar blancos no fluctuantes de sección recta $\sigma = 1\,\mathrm{m}^2$ a 200 km de distancia con las siguientes características:

- P_d=0,8
- P_{fa}=10^{-5}
- E_i=0,7
- $\theta_H = 1^\circ$
- T_0=290 K
- k=$1,38 \cdot 10^{-23}$

Si la antena del radar gira a 5 rpm, determine:

a) La frecuencia de emisión y la potencia de pico necesaria, asumiendo unas pérdidas externas globales de 0,015 dB/km.
b) Si el STALO tiene una potencia disponible de 20 dBm y la eficiencia de la antena es del 100%, ¿Cuál debe ser la ganancia del amplificador de emisión si el circulador está conectado a la antena mediante una sección de cinco metros de guía rectangular WR510 (131x65 mm de sección) de latón (la conductividad del latón es, aproximadamente, la mitad que la del cobre)?
c) En la cadena del receptor se introduce, entre el circulador y el amplificador de bajo ruido (LNA), un limitador para evitar que las fugas del transmisor destruyan la etapa de entrada del amplificador. Si el circulador tiene un aislamiento de 25 dB y la máxima señal tolerable a la entrada del LNA es de 20 dBm, ¿Cuánto tiene que disipar el limitador?

Solución.

a) La frecuencia de emisión es la suma de la del COHO y la del STALO (1600 MHz). En cuanto a la potencia de pico, ésta se obtiene a partir de la ecuación del radar:

$$P_t = \frac{R_{MAX}^4 (4\pi)^3 k T_0 B F_r (S/N)_1 L}{G^2 \lambda^2 \sigma I_n}$$

Los datos necesarios para obtener la potencia están indicados en el enunciado o se pueden obtener fácilmente:

- λ=187,5 mm
- $S/N|_1$=12 dB (se obtiene de la gráfica adjunta)
- $L=\alpha R_{MAX}$=0,015 dB/km*400 km=6 dB
- $T = \dfrac{2R_{MAX}}{c} = 1{,}333\,\mathrm{ms}$ ($f_T = 750\,\mathrm{Hz}$) (ajustamos T para que Rmax=Rmax_no_ambigüa)

- $n = \dfrac{\theta_H^0}{6N} f_T = 25$

Para el cálculo del factor de ruido de la cadena receptora, se debe aplicar la fórmula de Friis a la misma:

$$F = L_{guía} + \left(L_{circ} - 1\right)L_{guía} + \left(F_{LNA} - 1\right)L_{guia}L_{circ} + \left(L_{mezc} - 1\right)\frac{L_{guia}L_{circ}}{G_{LNA}} + \left(F_{AFI} - 1\right)\frac{L_{guía}L_{circ}L_{mezc}}{G_{LNA}}$$

De los valores que aparecen en esta expresión, se conocen todos, excepto la atenuación de la guíaonda, que será:

$$L_{guia} = \alpha_c \ell_{guia}$$

donde α_c es la atenuación en los conductores del modo TE_{10} de la guía, que se calcula como:

$$\alpha_c = \frac{R_S}{b\eta} \frac{1 + 2\dfrac{b}{a}\left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{f_c}{f}\right)^2}}$$

con:

- a=131 mm
- b=65 mm
- f_c=$c/2a$=1.145 MHz
- η=120π Ω
- $R_S = \sqrt{\dfrac{\pi f \mu}{\sigma}} = 14{,}76\ \text{m}\Omega/\square$

Con todo esto se obtiene una atenuación α_c=1,301·10^{-3} Np/m (11,30·10^{-3} dB/m), de forma que las pérdidas en la guía son $L_{guía}$=56,49·10^{-3} dB, y el factor de ruido de la cadena receptora es F=2,677 (4,3 dB)

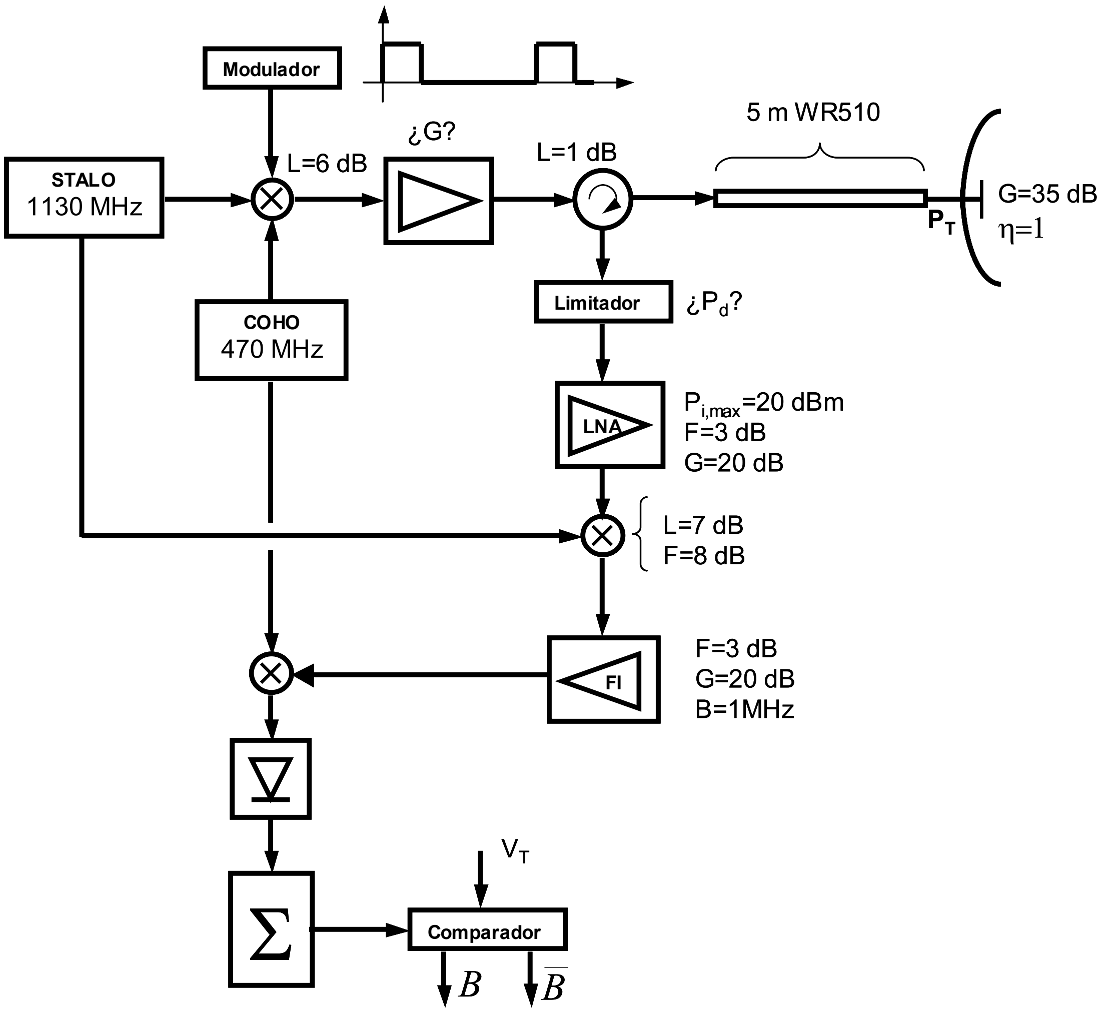
Introduciendo todos estos datos en la ecuación del radar, se obtiene que la potencia de pico necesaria es P_t=348,8 kW.

b) La ganancia del amplificador de transmisión se obtiene fácilmente teniendo en cuenta que:

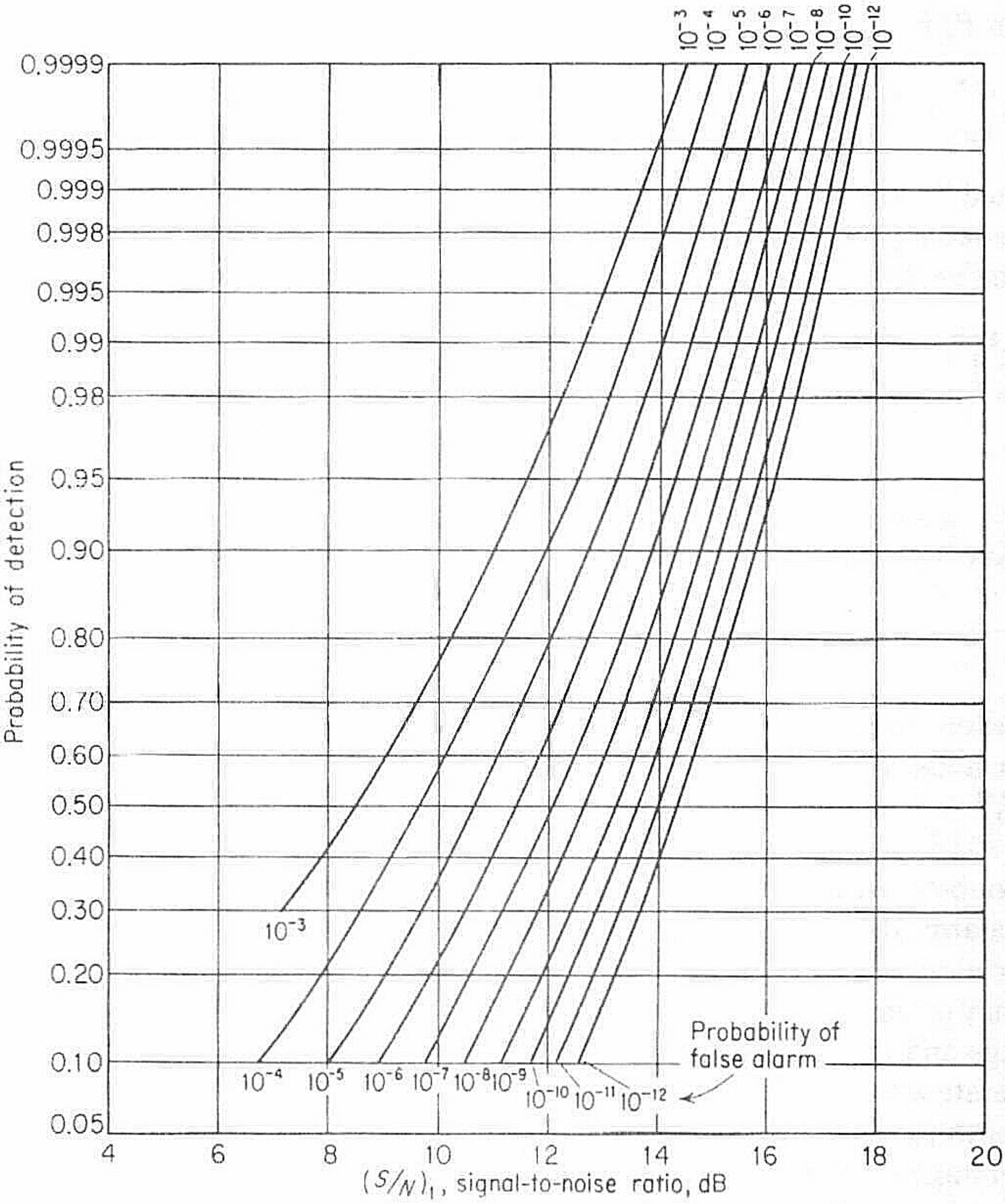
$$P_t = P_{STALO} - L_{mezc} + G - L_{circ} - L_{guía} = 55{,}43 \text{ dBW} \Rightarrow G = 72{,}48 \text{ dB}$$

c) La potencia que debe soportar el disipador será:

$$P_d = P_{STALO} - L_{mezc} + G - A_{circ} = 31{,}48 \text{ dBW}$$



Modulador
STALO
1130 MHz
L=6 dB
¿G?
L=1 dB
5 m WR510
P_T
G=35 dB
η=1
COHO
470 MHz
Limitador
¿P_d?
LNA
$P_{i,max}$=20 dBm
F=3 dB
G=20 dB
L=7 dB
F=8 dB
FI
F=3 dB
G=20 dB
B=1MHz
V_T
Comparador
B
$\overline{B}$



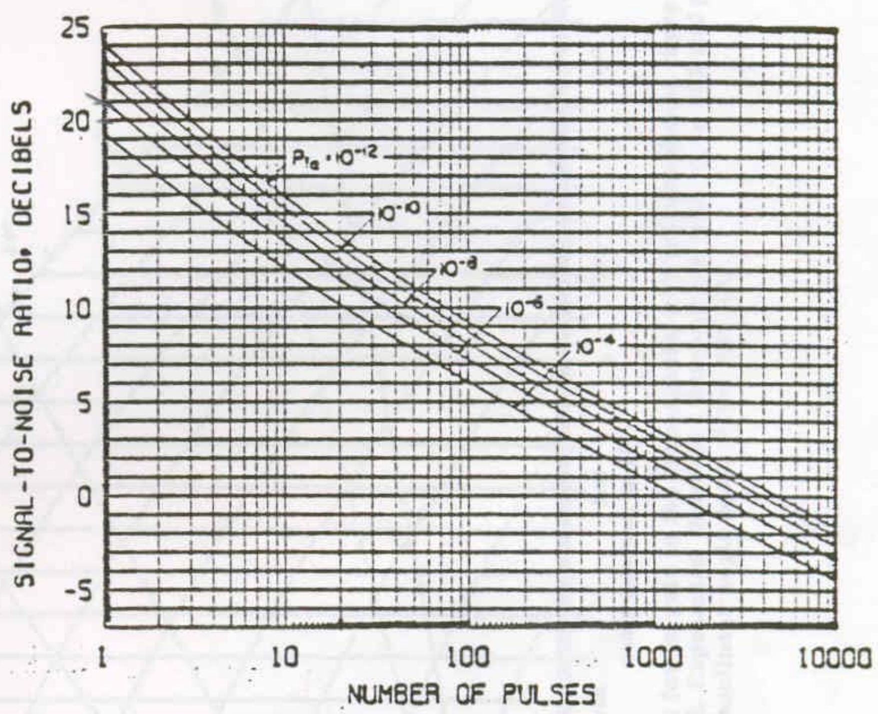
Probability of detection
0.9999
0.9995
0.999
0.998
0.995
0.99
0.98
0.95
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.05
4
6
8
10
12
14
16
18
20
$(S/N)_1$, signal-to-noise ratio, dB
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
10^{-10}
10^{-12}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
10^{-9}
10^{-10}
10^{-11}
10^{-12}
Probability of false alarm

Problema 3

Un radar 3D de banda S tiene 8 haces verticales independientes dirigidos según el diagrama de la figura adjunta. La ganancia, así como el número de pulsos recibidos por cada haz se encuentran expresados en el mismo diagrama. Sabiendo que las características del radar son:

- f_0=3,2 GHz
- PRF= 450 Hz (igual para todos los haces).
- P_t=2 MW
- F_r= 4 dB
- θ_H=1,5º
- $E_i(n)$=0,9
- δ_z=150 m
- L_T=6 dB (internas más de propagación).

a) Calcule la velocidad de rotación acimutal del radar.
b) Dibuje sobre el gráfico adjunto el diagrama de cobertura del radar para un blanco Swerling 1 cuya sección recta media es 2 m^2, con una P_d=0,9 y una P_{fa}=10^{-6}.
c) Describa una estrategia para mejorar la cobertura suponiendo que únicamente puede variar la PRF.



Source: Blake, "A Guide to Basic Pulse-Radar Calculation."

Figure 2-12. Required Signal-to-Noise Ratio for Detection with Noncoherent Integration of Pulses; Square-Law Detector, Swerling Case 1 Fluctuation, P_d = 0.90

Solución

a) La velocidad de giro de la antena es, obviamente, la misma para todos los haces y se calcula a partir del número de ecos recibidos. Los datos del problema indican que en cada haz se integra un número distinto de pulsos; sin embargo, el número de ecos recibidos es siempre el mismo y debe coincidir con el número de ecos integrados en el haz de menor elevación, en el cual las pérdidas y el efecto del suelo son más acusados. Por lo tanto:

$$N = \frac{\theta_H^0}{6n} f_T = 14 \text{ rpm}$$

b) El alcance de cada haz se calcula mediante la ecuación del radar como:

$$R_{MAX}^4 = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_0 B F_r (S/N)_n L}$$

Teniendo en cuenta los datos del enunciado, esta expresión se reduce a:

$$R_{MAX}^4 = 442{,}7 \cdot 10^{12} \frac{G^2}{(S/N)_n}$$

Los valores de ganancia vienen indicados en el diagrama de cobertura para cada haz, y la relación señal a ruido se puede obtener de la gráfica adjunta. A partir de esos datos, y teniendo en cuenta la expresión anterior, se puede elaborar la siguiente tabla:

Haz nº	G (dB)	$S/N\|_n$ (dB)	R_{MAX}
1	37,2	14	148,4 km (80,2 MN)
2,3	37,2	17,5	121,3 km (65,5 MN)
4	37,2	19	111,3 km (60,1 MN)
5-7	34,2	21	70,23 km (38,9 MN)

Estos valores se han representado, de forma aproximada, sobre el diagrama de coberturas adjunto.

c) Si calculamos la distancia máxima no ambigua, observamos que ésta es mucho mayor que el alcance calculado (333,3 km). Por lo tanto, existe un margen para que, aumentando la PRF, se incremente el número de pulsos integrados y con ello la mejora de integración. En cualquier caso, si se desea mantener el funcionamiento no ambiguo del radar, la nueva distancia máxima no ambigua deberá ser, como mínimo, superior al alcance mejorado.

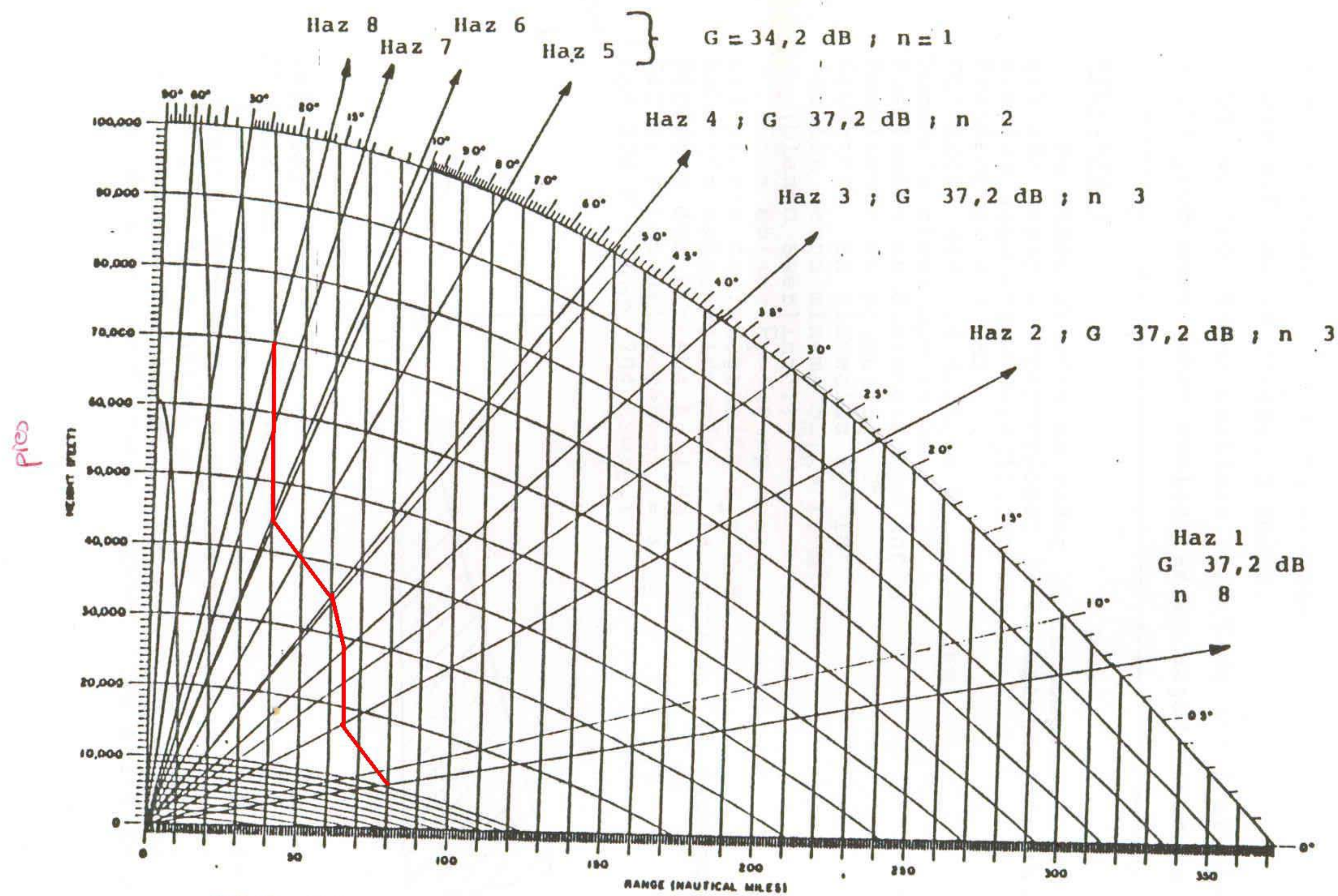


Fig. 20a - Radar range-height-angle chart for targets in the troposphere with refracted rays represented as straight lines, calculated for the CRPL Exponential Reference Atmosphere with N_s = 313 and plotted with linear range and height scales and a nonlinear angle scale (from Ref. 42)

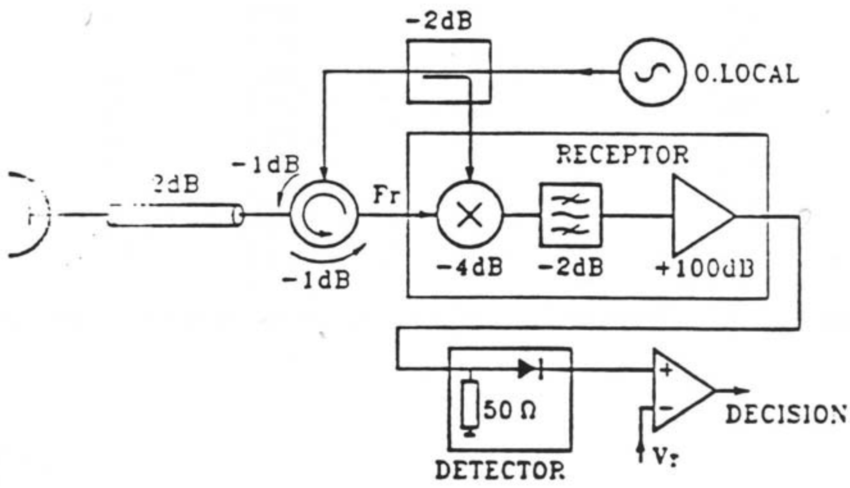
Problema 4 (Tema II)

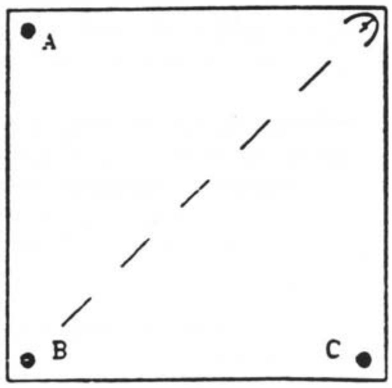
Se desea diseñar un radar de onda continua homodino con el diagrama de bloques de la figura para ser utilizado como alarma antirrobo en un recinto de planta cuadrada de 25 m de lado. El radar opera a 24 GHz y debe ser capaz de detectar blancos con velocidades radiales comprendidas entre 0,1 m/s y 5 m/s.

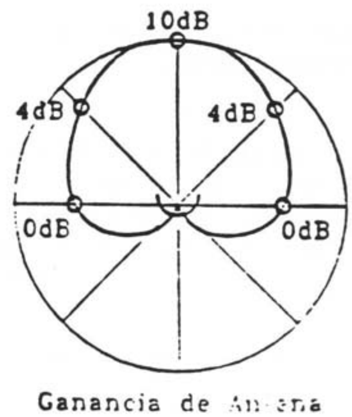
a) Obtenga el ancho de banda B del filtro pasobanda del receptor si sus frecuencias de corte corresponden a las frecuencias doppler mínima y máxima a detectar.

La antena del radar, cuyo diagrama de radiación se indica gráficamente, se coloca en una esquina del recinto apuntando hacia el centro en diagonal. Con objeto de garantizar la cobertura del recinto, determine en qué esquina, A, B o C, un blanco de σ_{min}=0,1 m^2 ofrecerá la mínima detectabilidad. Para esa situación, calcule:

b) La potencia entregada por el oscilador local si se requiere una relación señal a ruido de 20 dB a la entrada del detector de envolvente. Tenga en cuenta que, con el receptor utilizado, la potencia equivalente de ruido a su entrada es $N=2kT_0BF_r$ (doble banda lateral), donde k=1,38 10-23 J/K, T_0=290 K y el factor de ruido a la entrada del receptor es F_r=4 dB. Considere que el factor de ruido del aplificador es F_{AMP}=4 dB.
c) Tensión umbral V_T del circuito comparador de decisión, si para obtener una probabilidad de detección del 90% V_T debe ajustarse a –3dB respecto a la envolvente de la señal del blanco a la entrada del detector cuya impedancia es de 50 Ω.







Solución

a) La frecuencia Doppler viene dada por:

$$f_d = \frac{2v_r}{\lambda}$$

siendo v_r la velocidad radial del blanco. Para los valores de velocidad y frecuencia dados en el enunciado del problema:

$$f_{d,\min} = 16\ \text{Hz},\ f_{d,\max} = 800\ \text{Hz} \Rightarrow B = f_{d,\max} - f_{d,\min} = 784\ \text{Hz}$$

b) La mínima detectabilidad se producirá cuando la señal recibida por el radar sea mínima. La señal recibida viene dada por:

$$S_R = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R_{MAX}^4} \propto \left(\frac{G}{R_{MAX}^2} \right)^2$$

por lo que la mínima detectabilidad corresponderá al menor valor de G/R_{MAX}^2. Para las posiciones A y C dicho factor es 0,1, mientras que para la posición B es 0,283. En consecuencia, la mínima detectabilidad se produce en las esquinas A y C.

En cuanto a la potencia del oscilador local, ésta queda definida en términos de la potencia de señal necesaria en el detector. Admitiendo que el factor de ruido equivalente a la entrada del receptor es Fr=4 dB, la potencia de ruido en ese punto será, según el enunciado:

$$N_i = 2kT_0BF_r = -15{,}76\cdot 10^{-18}\ \mathrm{W}\ (-48\,\mathrm{dBpW})$$

Obsérvese que el factor de ruido a la entrada del receptor es mayor que las pérdidas conjuntas de la línea de transmisión y del circulador. Esto es debido al ruido del oscilador que se acopla con la entrada del receptor a causa de la directividad finita del acoplador.

Teniendo en cuenta la definición de factor de ruido, la potencia de ruido a la salida del receptor será:

$$N_o = N_i G_R F_R$$

La ganancia del receptor se obtiene fácilmente como:

$$G_R = G_{AMP} - L_{mezc} - L_{filt} = 94\,\mathrm{dB}$$

y el factor de ruido, aplicando la fórmula de Friis, como:

$$F_R = L_{mezc} + \left(L_{filt} - 1\right)L_{mezc} + \left(F_{AMP} - 1\right)L_{mezc}L_{filt} = 10\,\mathrm{dB}$$

Por lo tanto, la potencia de ruido a la entrada del detector será de 56 dBpW. Puesto que la relación señal a ruido en ese punto debe ser de 20 dB, la potencia de señal a la entrada del detector deberá ser de 76 dBpW. Esta potencia está relacionada a su vez con la potencia recibida por la antena mediante la ganancia de toda la cadena receptora:

$$S_R = S_o - G_{TOT}$$

siendo

$$G_{TOT} = G_{AMP} - L_{guia} - L_{circ} - L_{mezc} - L_{filt} = 91\,\mathrm{dB}$$

De esta forma, S_R=-15 dBpW.

La potencia recibida en la antena está relacionada con la potencia transmitida por la misma mediante la ecuación del radar:

$$P_t = \frac{S_R G^2 \lambda^2 \sigma}{\left(4\pi\right)^3 R^4}$$

Substituyendo en esta ecuación los datos proporcionados en el enunciado para el caso de peor detectabilidad (G=4 dB y R=25 m), se obtiene una potencia transmitida de 23,96 dBm. Teniendo en cuenta las pérdidas en la línea de transmisión, en el acoplador direccional y en el circulador (5 dB), la potencia suministrada por el oscilador local deberá ser, por lo tanto, de 28,96 dBm.

b) La potencia a la entrada del detector está relacionada con la envolvente de la tensión mediante la fórmula (para una impedancia de entrada de 50 Ω):

$$P = \frac{V^2}{2R} \Rightarrow V = \sqrt{2PR} = 10\sqrt{P}$$

La potencia necesaria en el detector se ha obtenido en el apartado anterior, y es de 76 dBpW, que en lineal equivale a 39,81 μW. Substituyendo en la ecuación anterior, se llega a una tensión de 63,10 mV; en unidades logarítmicas, esta tensión equivale a 96 dBμV, por lo que la tensión umbral deberá fijarse en 93 dBμV (44,67 mV).

Problema 5

Un radar MTI utiliza para la supresión de clutter un cancelador simple. El modelo espectral de clutter utilizado responde a la expresión:

$$S_C(f) = P_0\, e^{-\frac{f^2}{2\sigma_C}}$$

siendo $\sigma_C << f_T$. Encuentre la expresión para la atenuación de clutter y el factor de mejora.

<u>Nota:</u>

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^{3/2}}$$

Solución

La atenuación de clutter se calcula como:

$$CA = \frac{S_{C,i}}{S_{C,o}}$$

siendo

$$S_{C,i} = \int_{-\infty}^{\infty} S_C(f) df$$

$$S_{C,o} = \int_{-\infty}^{\infty} S_C(f) |H(f)|^2 df$$

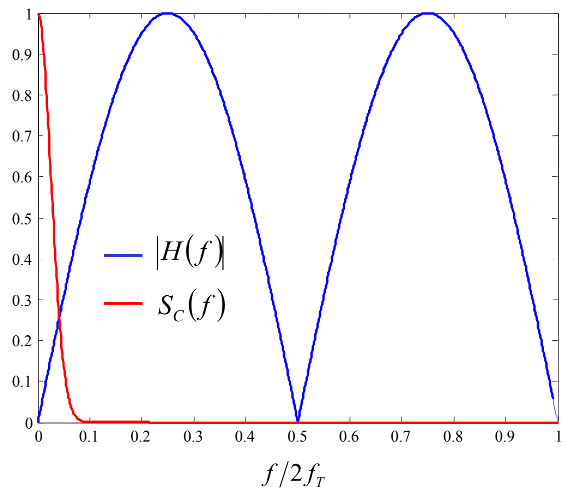
donde $H(f)$ es la función de transferencia del cancelador.

La primera de estas integrales se calcula fácilmente haciendo uso de la primera de las integrales de la nota del enunciado, haciendo $\alpha = 1/2\sigma_C$:

$$S_{C,i} = \int_{-\infty}^{\infty} P_0 e^{-\frac{f^2}{2\sigma_C^2}} df = 2\int_0^{\infty} P_0 e^{-\frac{f^2}{2\sigma_C^2}} df = P_0\sqrt{2\pi\sigma_C}$$

La potencia de clutter a la salida de un cancelador simple se calcula como:

$$S_{C,i} = 4\int_{-\infty}^{\infty} P_0 e^{-\frac{f^2}{2\sigma_C^2}} \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi f}{f_T}\right) df$$



La figura representa las dos funciones del integrando para un valor de f_T=20σ_C, y en ella se comprueba que se puede hacer la siguientes aproximaciones en el cálculo de la potencia de clutter a la salida del cancelador:

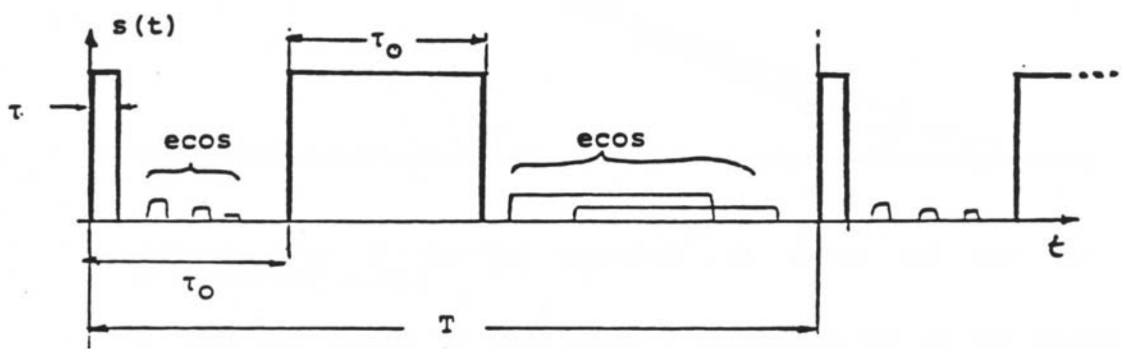
$$S_{C,i} = 4\int_{-\infty}^{\infty} P_0 e^{-\frac{f^2}{2\sigma_C}} \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi f}{f_T}\right) df = \frac{8\pi^2 P_0}{f_T^2}\int_0^{\infty} f^2 e^{-\frac{f^2}{2\sigma_C}} df = \frac{(2\pi)^{5/2}\sigma_C^{3/2} P_0}{f_T^2}$$

De esta forma:

$$CA = \frac{S_{C,i}}{S_{C,o}} = \underbrace{P_0\sqrt{2\pi\sigma_C}}_{S_{C,i}} \underbrace{\frac{f_T^2}{(2\pi)^{5/2}\sigma_C^{3/2} P_0}}_{1/S_{C,o}} = \frac{f_T^2}{4\pi^2\sigma_C}$$

Problema 6

Se desea diseñar un radar 2D de aproximación a aeropuertos utilizando un transmisor de estado sólido, lo que obliga a utilizar potencias moderadas y técnicas de compresión de pulsos. Para esta aplicación, la distancia ciega debe ser pequeña, por lo que el radar emite un pulso estrecho de duración τ para cubrir distancias cortas sin compresión y transcurrido un tiempo τ_0, un pulso de duración τ_0 utilizando compresión en el receptor. Este patrón se repite con un período T, como indica la figura.



Los datos del radar son:

- f_0=3 GHz
- P_t=25 kW
- G=30 dB
- N=12 rpm
- θ_H=1,1º
- δ_r=150 m (en toda la cobertura)
- T=1,1 ms
- F_r=3dB
- L=4 dB
- S/N$|_{min}$ = 14 dB ($P_{fa}=10^{-8}$, P_d=0,8)
- E_i=0,8
- T_0=290 K
- K=1,38 10-23 J/K

a) Calcular τ_0 y el ciclo de trabajo del emisor para detectar blancos de sección recta σ_{min} = 1 m^2 a una distancia de 70 MN.
b) Determinar la sección recta detectable con el pulso de duración τ en el extremo de la cobertura sin compresión.

Solución

a) El alcance viene dado por la ecuación del radar:

$$R_{MAX}^4 = \frac{P_t G^2 \lambda^2 \sigma I_n}{(4\pi)^3 k T_0 B F_r (S/N)_1 L}$$

Para el pulso expandido, asumiendo un receptor adaptado, la ecuación anterior se transforma en:

$$R_{MAX}^4 = \frac{P_t G^2 \tau_0 \lambda^2 \sigma I_n}{(4\pi)^3 k T_0 F_r (S/N)_1 L}$$

de donde:

$$\tau_0 = \frac{R_{MAX}^4 (4\pi)^3 k T_0 F_r (S/N)_1 L}{P_t G^2 \lambda^2 \sigma I_n}$$

Todos los datos necesarios para calcular el ancho del pulso expandido se obtienen directamente del enunciado, excepto el factor de mejora de integración, que se calcula como I_n=$n$$E_i$, siendo n el número de pulsos recibidos:

$$n = \frac{\theta_H^0}{6N} f_T = 13{,}89$$

Eligiendo la opción de redondeo más conservadora, tomaremos n=13 ecos, con lo que el factor de mejora será I_n=10,4. De esta forma, se puede obtener ya el ancho del pulso expandido, que es τ_0=108,6 μs; nótese que este resultado es consistente con el período de repetición de pulsos T=1.1 ms ($2\tau_0+2R_{MAX}/2$=1,081 ms).

b) Llamando r_0 al borde de la cobertura sin comprensión (r_0=c $\tau_0/2$=16,3 km), despejando de la ecuación del radar, suponiendo que el receptor está adaptado al pulso sin expandir y que las pérdidas son las mismas que en el caso anterior, se tiene:

$$\sigma_{\min} = \frac{r_0^4 (4\pi)^3 kT_0 F_r (S/N)_1 L}{P_t G^2 \lambda^2 \tau I_n} = 27{,}14 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2$$