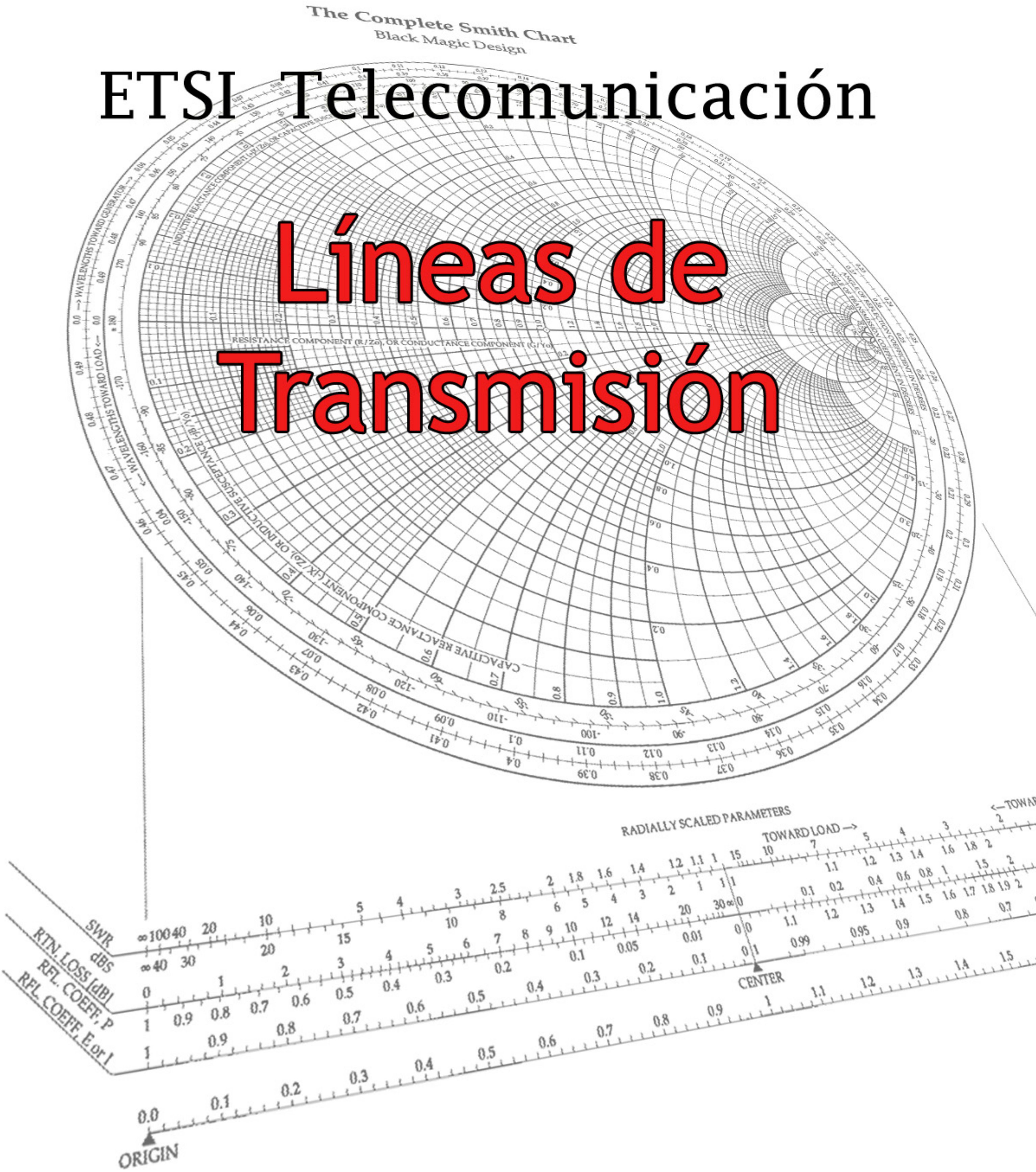
ETSI Telecomunicación

Líneas de Transmisión



Apuntes de Pak

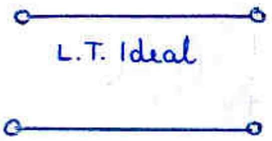
Líneas de Transmisión

Apuntes de Pak (Francisco José Rodríguez Fortuño)
ETSI Telecomunicación. Universidad Politécnica de Valencia.
Primer cuatrimestre de 3er curso
Curso 2005/2006

Fecha de última actualización: 23 Agosto 2007

Lineas de Transmisión - Referencia Rápida

Tema 4. Regimen Permanente sinusoidal



$$u(z,t) = u^+ e^{j\omega(t-\frac{z}{c})} + u^- e^{j\omega(t+\frac{z}{c})}$$

$$i(z,t) = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{j\omega(t-\frac{z}{c})} - u^- e^{j\omega(t+\frac{z}{c})}\right]$$

Si obviamos el término $j\omega t$; tenemos los fasores

$$u(z) = u^+ e^{-j\omega\frac{z}{c}} + u^- e^{j\omega\frac{z}{c}}$$

$$i(z) = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{-j\omega\frac{z}{c}} - u^- e^{j\omega\frac{z}{c}}\right]$$

que se suele escribir como:

$$\boxed{\begin{array}{ll} u(z) = u^+ e^{-\gamma z} + u^- e^{\gamma z} & \gamma = \frac{j\omega}{c} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \\ i(z) = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{-\gamma z} - u^- e^{\gamma z}\right] & Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \end{array}}$$

$\boxed{\beta = [\frac{rad}{m}]}$

Long. de onda λ
separación entre dos puntos de misma fase:

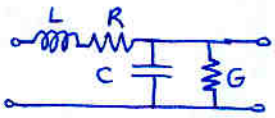
$e^{-\gamma\cdot\lambda} = e^{-j2\pi}$

$-j\beta\lambda = -j2\pi \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2\pi}{\beta}}$

$\beta\lambda = 2\pi$

en general $\beta\cdot l$ = desfase

L.T. Real



Parámetros 1arios

En la ideal $R \simeq 0$, $G = 0$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$$

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)\cdot(G+j\omega C)} = \underset{Np/m}{\alpha} + j\beta \rightarrow rad/m$$

Parámetros 2arios

• Factor de reflexión en cualquier punto de la linea

$$u(z) = u^+ e^{-j\beta z} + u^- e^{j\beta z} \Longrightarrow \boxed{\rho(z) = \frac{u^- e^{j\beta z}}{u^+ e^{-j\beta z}} = \underbrace{\rho(z=0)}_{|\rho_L| e^{j\phi_L}} e^{2j\beta z}}$$

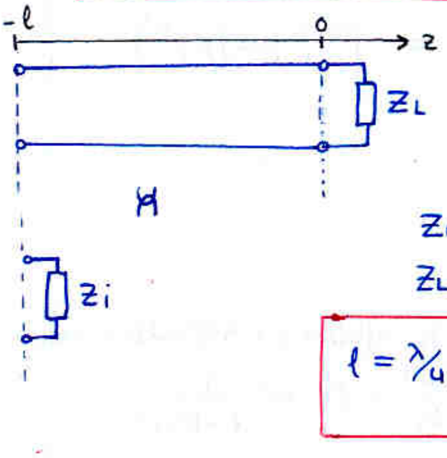
recuerda: el ρ incluye el exponente de propagación (el $|\rho|$ sólo incluye la relación entre $|u^-|$ y $|u^+|$)

$\rightarrow$ periodo $\lambda/2$

• Impedancia en cualquier punto de la linea (incluye impedancia de entrada de la linea)

$$\left\{\begin{array}{l} u(z) = u^+ e^{-j\beta z} + u^- e^{j\beta z} = u^+ e^{-j\beta z} + \rho(z)\cdot u^+ e^{-j\beta z} = u^+ e^{-j\beta z}\left[1+\rho(z)\right] \\ i(z) = \quad \ldots\ldots \quad = \frac{1}{Z_c}\cdot u^+ e^{-j\beta z}\left[1-\rho(z)\right] \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \boxed{Z(z) = \frac{u(z)}{i(z)} = Z_c\cdot\frac{1+\rho(z)}{1-\rho(z)}} \rightarrow \text{carta de Smith}$$

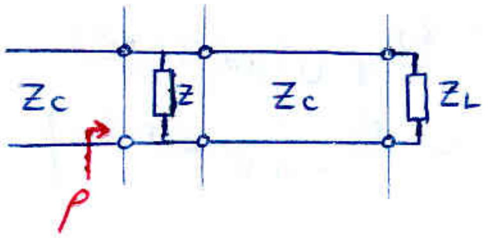


$$\boxed{Z(-l) = Z_i = Z_c\,\frac{Z_L + jZ_c\,tg\,\beta l}{Z_c + jZ_L\,tg\,\beta l}}$$

$$\left.\begin{array}{l} Z_L = 0 \Longrightarrow Z_{i_{cc}} = j\,Z_c tg\beta l = jX_{cc} \\ Z_L = \infty \Longrightarrow Z_{i_{oc}} = -j\,Z_c cotg\beta l = j\,X_{oc} \end{array}\right\} Z_{i_{cc}}\cdot Z_{i_{oc}} = Z_c^2$$

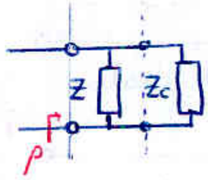
$$\boxed{l = \lambda/4 \Longrightarrow \text{Inversor de impedancia normalizada} \quad z_i = \frac{1}{z_L} \Longleftrightarrow \frac{Z_i}{Z_c} = \frac{1}{Z_L/Z_c} \Longleftrightarrow Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_L}}$$

Diferencia con régimen transitorio:



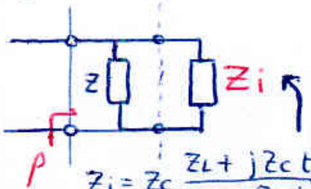
En regimen transitorio:

$$\rho = \frac{Y_c - (Y + Y_c)}{Y_c + (Y + Y_c)}$$



En regimen permanente

$$\rho = \frac{Y_c - (Y + Y_i)}{Y_c + (Y + Y_i)}$$



$$Z_i = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \operatorname{tg} \beta l}{Z_c + jZ_L \operatorname{tg} \beta l}$$

Relación de onda estacionaria

$$u = u^+ e^{-j\beta z} + u^- e^{j\beta z} = u^+ e^{-j\beta z}[1 + \rho(z)]$$

$$i = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{-j\beta z} - u^- e^{j\beta z}\right] = \frac{u^+}{Z_c} e^{-j\beta z}[1 - \rho(z)]$$

con $\rho(z) = \frac{u^- e^{j\beta z}}{u^+ e^{-j\beta z}}$

$$\rho(z) = \rho(0) \cdot e^{j2\beta z} = |\rho_L| \cdot e^{j(\phi_L + 2\beta z)}$$

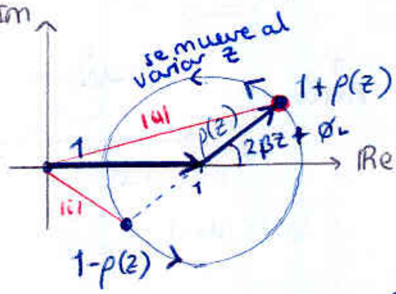
$$|u| = |u^+| \cdot |1 + \rho(z)|$$

$$|i| = \left|\frac{u^+}{Z_c}\right| \cdot |1 - \rho(z)|$$

desarrollando

$$|u| = |u^+| \sqrt{1 + |\rho_L|^2 + 2|\rho_L| \cos(\phi_L + 2\beta z)}$$

$$|i| = \left|\frac{u^+}{Z_c}\right| \sqrt{1 + |\rho_L|^2 - 2|\rho_L| \cos(\phi_L + 2\beta z)}$$



se ve claro que

$$|u|_{max} = |u^+| \cdot (1 + |\rho|)$$

$$|u|_{min} = |u^+| \cdot (1 - |\rho|)$$

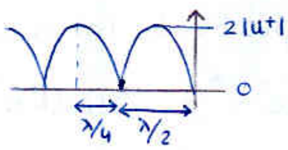
se ve claro que maximos de $|u|$ son mínimos de $|i|$ y viceversa.

$S = ROE = SWR$

$$\boxed{S = \frac{|u|_{max}}{|u|_{min}} = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|}} = \frac{|u|_{max}}{Z_c \cdot |i|_{min}} = \frac{1}{Z_c} \cdot Z(z)_{max}$$

Adaptación: $\rho = 0 \Rightarrow S = 1$

Total Desadaptación: $|\rho| = 1 \Rightarrow S = \infty$



Balance de Potencias

$$P^+ = \frac{1}{2} \frac{|u^+|^2}{Z_c}$$

$$|\rho|^2 = \frac{P^-}{P^+}$$

Potencia entregada a la carga

$$P_L = P^+ - P^- = P^+(1 - |\rho|^2)$$

como vemos, no toda la potencia se entrega a la carga. Hay 2 parámetros que tratan de cuantificarlo

Atenuación de adaptación (Return Loss)

$$A_z = 10 \log \frac{P^+}{P^-} = 10 \log \frac{1}{|\rho_L|^2}$$

Atenuación de reflexión (Reflection Loss)

$$A_r = 10 \log \frac{P^+}{P_L} = 10 \log \frac{1}{1 - |\rho_L|^2}$$

Tema 5. Perdidas y Dispersión

$$\begin{cases} u = u^+ e^{-\gamma z} + u^- e^{\gamma z} \\ i = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{-\gamma z} - u^- e^{\gamma z}\right] \end{cases} \qquad \gamma = \alpha + j\beta \qquad Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}}$$

$$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = \sqrt{(R+j\omega L)\cdot(G+j\omega C)}$$

Se obtiene:

$$\boxed{\rho(z) = \frac{u^- e^{\gamma z}}{u^+ e^{-\gamma z}} = \rho(z=0)\cdot e^{2\gamma z}} = \overbrace{\rho(z=0)\cdot e^{2j\beta z}}^{\text{L.T. Ideal}} \cdot \underbrace{e^{2\alpha z}}_{|\rho| \text{ disminuye al movernos hacia generador.}}$$

$$Z_i = Z_c \frac{Z_L + Z_c \operatorname{tg}(\gamma l)}{\underbrace{Z_c + Z_L \operatorname{tg}(\gamma l)}_{\text{sin } j}}$$

normalmente (si $\alpha l \ll 1$) ésta se aproxima con la ideal.

Linea de bajas pérdidas:

$R \ll \omega L$, $G \ll \omega C$ $\Rightarrow$ $Z_c \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}$, $\beta \simeq \omega\sqrt{LC}$ } igual que L.T. Ideal

$$Z_c \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}\left(1 + j\left(\frac{G}{2\omega C} - \frac{R}{2\omega L}\right)\right) \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\boxed{\alpha \simeq \frac{R}{2\sqrt{L/C}} + \frac{G\sqrt{L/C}}{2}}$$

↳ Balance de Potencias

- Sólo onda progresiva (adaptación)

$$\boxed{P^+(z) = \underbrace{\frac{1}{2}\frac{|u^+|^2}{Z_c}}_{P(0) = P^+ \text{ en L.T. Ideal}} \underbrace{e^{-2\alpha z}}_{\text{disminuye al movernos hacia carga}}}$$

a causa de elevar al cuadrado

De esta fórmula tenemos 3 formas de sacar α

$$\boxed{P^+(z) = P(0)\, e^{-2\alpha z}} \Longrightarrow$$

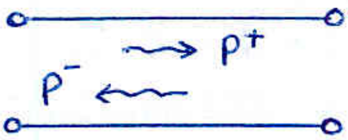
si no hay onda reflejada.

- → despejar α haciendo ln
- → hacer derivada $\frac{dP^+(z)}{dz} = -2\alpha P^+(z)$ y despejar α de ahí
- → haciendo un desarrollo de Taylor se tiene Potencia disipada (final - inicial) $P_d = 2\alpha \cdot P(0) \cdot z$

NOTA: veremos que cuando si hay onda reflejada

$$P(z) \simeq P(0)\, e^{-2\alpha' z} \qquad \alpha' = \alpha\frac{S^2+1}{2S}$$

Potencia total transmitida



$$P_T^+(z) = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c}\cdot e^{-2\alpha z} = P^+(0)\, e^{-2\alpha z}$$

$$P_T^-(z) = \frac{1}{2}\frac{|U^-|^2}{Z_c}\cdot e^{2\alpha z} = P^-(0)\cdot e^{2\alpha z}$$

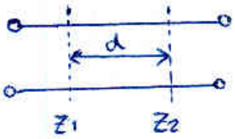
$$P_T(z) = P_T^+(z) - P_T^-(z)$$

$$|\rho(z)|^2 = \frac{P_T^-(z)}{P_T^+(z)} \Longrightarrow P_T(z) = P_T^+(z)\left(1 - |\rho(z)|^2\right)$$

va disminuyendo al mover hacia generador

Facil obtener:

$$\frac{P_T(z_2)}{P_T(z_1)} = e^{-2\alpha d}\,\frac{1-|\rho(z_2)|^2}{1-|\rho(z_1)|^2}$$



siendo $|\rho(z_1)|^2 = |\rho(z_2)|^2 e^{-4\alpha d}$

$|\rho(z)|$ aumenta al mover hacia carga

$$\rho(z) = \rho(0)\, e^{2\gamma z} = \underbrace{\rho(0)\, e^{2j\beta z}}_{\text{L.T. Ideal}}\, e^{2\alpha z}$$

$$|\rho(z)| = |\rho(0)|\, e^{2\alpha z}$$

$$|\rho(z)|^2 = |\rho(0)|^2\, e^{4\alpha z}$$

ejemplo:

$$\boxed{P_L = P_T(0)\cdot e^{-2\alpha l}\cdot\frac{1-|\rho_L|^2}{1-|\rho_L|^2 e^{-4\alpha l}}}$$

total

$$\left.\begin{aligned} P_T(z) &= P_T^+(z)\left(1-|\rho(z)|^2\right)\\ P_T^+(z) &= P^+(0)\cdot e^{-2\alpha z}\end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{P_T(z) = \overbrace{P^+(0)\cdot e^{-2\alpha z}}^{P_T^+(z)}\left(1-|\rho(z)|^2\right)}$$

Total — Incidente — atenuación — adaptación

ésta se suele usar en el 'primer' tramo, donde conocemos P^+ por el generad.

Aproximación bajas pérdidas $\alpha l \ll 1$

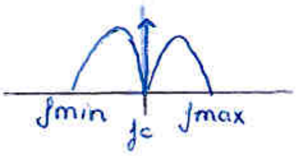
$$\boxed{P_T(z) \simeq P_T(0)\, e^{-2\alpha' z} \qquad \alpha' = \alpha\cdot\frac{s^2+1}{2s} \qquad s = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|}}$$

esta se puede ir utilizando en sucesivos tramos

Dispersión

Cuando la Z_c y la $\gamma = \alpha + j\beta$ dependen de la frecuencia.
Si β depende de la frecuencia $\beta(\omega)$ entonces en un determinado tramo ℓ distintas frecuencias han sufrido cada una un desfase $\beta(\omega)\cdot \ell$

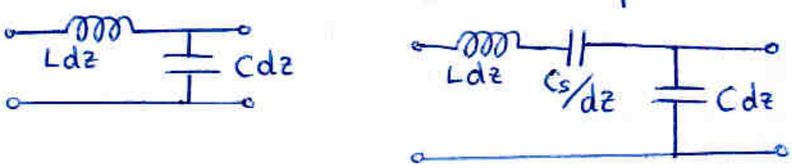
i.e.



Diferencia de fase entre extremos $\quad \Delta\phi = (\beta(f_{max}) - \beta(f_{min}))\cdot \ell$

Modelo:

L.T. Ideal — L.T. con dispersión



$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

$$\gamma = \sqrt{Z\cdot Y}$$

se obtiene:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = Z_{c\,\text{línea ideal}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = \gamma_{\text{línea ideal}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

siendo

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C_s}}$$

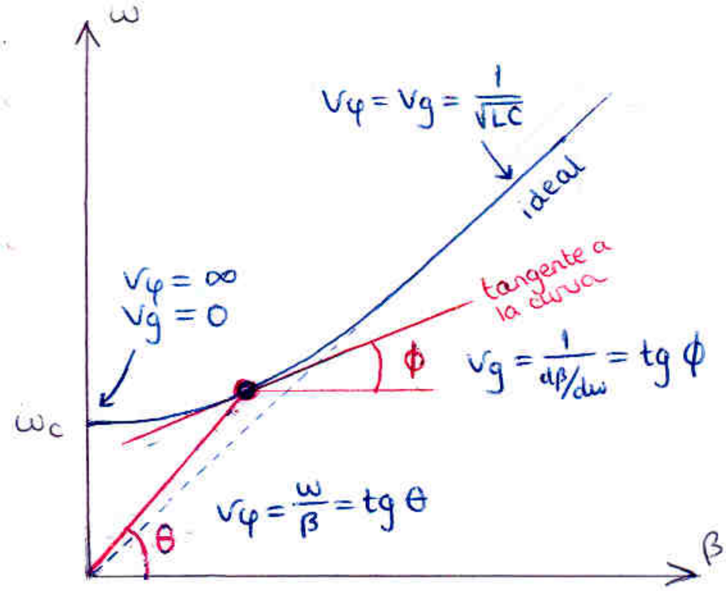
$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

- $\omega > \omega_c \rightarrow \gamma = j\beta$
- $\omega < \omega_c \rightarrow \gamma = \alpha \Rightarrow$ atenuación NO HAY PROPAGACIÓN

Velocidad de fase V_φ: velocidad que lleva un punto con la misma fase
Velocidad de grupo V_g: velocidad a la que viaja la envolvente de la señal i.e. la información

$$V_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$V_g = \frac{1}{(d\beta/d\omega)} = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{LC}}}_{\frac{1}{\sqrt{LC}} = c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$



Tema 7 - Parametros Dispersión

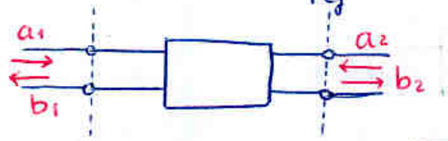
$$\boxed{\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{U^+}{\sqrt{Z_c}} \\ b = \dfrac{U^-}{\sqrt{Z_c}} \end{array}\right\} \Rightarrow P = P^+ - P^- = \frac{1}{2}\left(|a|^2 - |b|^2\right)}$$

recuerda $P^+ = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c} = \frac{1}{2}|a|^2$

$P^- = \frac{1}{2}\frac{|U^-|^2}{Z_c} = \frac{1}{2}|b|^2$

no olvidar el ½

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$



$$\boxed{S_{ij} = \frac{b_i}{a_j}\Bigg|_{a_k = 0 \ \forall k \neq j}}$$

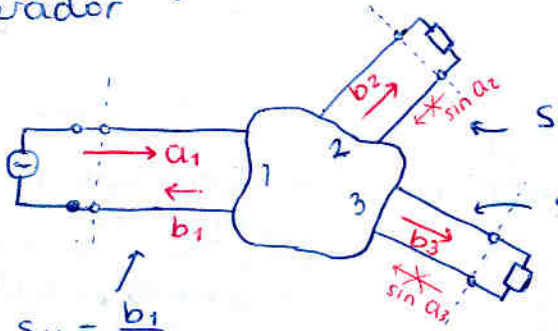
todos los accesos distintos a j terminados

se cumple $\boxed{S_{ii} = \rho_i}$ y $\boxed{|S_{ij}|^2 = \dfrac{P_j^-}{P_i^+}}$

terminados = que no exista onda a

Colocamos carga adaptada en todos menos uno, en el que ponemos un generador

ej



$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}$

$S_{31} = \frac{b_3}{a_1}$

$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}$

⇓

con ese montaje logramos rellenar las distintas filas de una misma columna

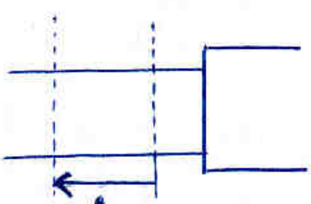
Propiedades

Red pasiva $\Rightarrow$ $|s| \leq 1$

Red pasiva, lineal, dielectrico isotropo $\Rightarrow$ Matriz S simétrica $\Leftrightarrow$ red recíproca

Sin perdidas $\Rightarrow$ S es unitaria: $S \cdot S^T = I$

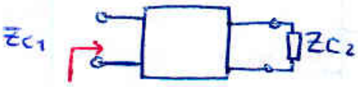
Variar plano de referencia



negativo si fuera hacia la red

$$S' = PSP \qquad P = \begin{pmatrix} e^{-\gamma_1 l_1} & 0 & \cdots \\ 0 & e^{-\gamma_2 l_2} & \\ \vdots & & \ddots \end{pmatrix}$$

Redes de 2 accesos: Fórmulas para S_{11}, S_{21}, S_{12}, S_{22}



$Z_1 = Z_{in}$

Z_1: impedancia de entrada teniendo en cuenta que en el otro acceso hay Zc_2 adaptado.

$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = \rho_1 = \frac{Z_1 - Zc_1}{Z_1 + Zc_1}$$

$$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0} = \frac{U_2}{U_1}\sqrt{\frac{Zc_1}{Zc_2}}\,(1+S_{11})$$

mismo orden que la S

Zc en raíces, orden inverso casi siempre es 1.

el S_{ii} que comparte subíndice de la a i.e. mismo montaje

se obtiene poniendo a_1 y b_2 en función de U_1 y U_2

$U_1 = U_1^+ + U_1^- = \sqrt{Zc_1}\,(a_1+b_1)$ (i)

$U_1 = \sqrt{Zc_1}\,(a_1(1+S_{11})) \Rightarrow a_1 = \dfrac{U_1}{\sqrt{Zc_1}}\dfrac{1}{(1+S_{11})}$

$U_2 = U_2^+ + U_2^- = \sqrt{Zc_2}\,(\cancel{a_2}+b_2)$

$U_1 = \sqrt{Zc_2}\,b_2 \Longrightarrow b_2 = \dfrac{U_2}{\sqrt{Zc_1}}$

No olvidar aplicar si se pueden las propiedades de los parámetros para obtener los que falten

La relación entre U_1 y U_2 se suele obtener fácilmente del circuito

similarmente

$$S_{22} = \rho_2 = \frac{Z_2 - Zc_2}{Z_2 + Zc_2}$$

$$S_{12} = \frac{U_1}{U_2}\sqrt{\frac{Zc_2}{Zc_1}}\,(1+S_{22})$$

mismo orden que la S i.e. 1, 2

orden al revés 2, 1

la S_{ii} que comparta el subíndice de la a i.e. mismo montaje

CUIDADO

$\frac{U_1}{U_2}$ para calcular S_{12}

$\frac{U_2}{U_1}$ para calcular S_{21}

NO SON LA INVERSA

↕

EL CIRCUITO ES DISTINTO

(terminas un acceso u otro)

Tema 6 - Ejemplos de líneas de transmisión

• Líneas con dieléctrico uniforme

Características generales

$$\boxed{\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v_\varphi} \quad \lambda = \frac{v_\varphi}{f}}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

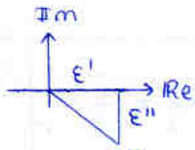
$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = v_\varphi$$

$$\sqrt{LC} = \sqrt{\mu\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$
$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

$$\boxed{Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = v_\varphi \cdot L = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \frac{1}{v_\varphi \cdot C}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon' - j\varepsilon'' \\ \varepsilon &= \varepsilon'(1 - j\,tg\,\delta) \end{aligned}}$$



$$tg\,\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$$

2 formas de definir las perdidas de un dieléctrico

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_e &= \omega \cdot \varepsilon'' \\ &= \omega\varepsilon' tg\,\delta \end{aligned}}$$

estos 2 son poco intuitivos

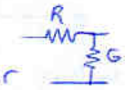
$$\boxed{\frac{G}{C} = \frac{\sigma_e}{\varepsilon'} = \omega\, tg\,\delta}$$ (i)

tb se saca αd si hacemos $\gamma = j\beta = \alpha d + j\beta'$ tomando $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$

Bajas perdidas

$$\boxed{\alpha \simeq \alpha_d + \alpha_c \quad \begin{aligned} \alpha_d &= \tfrac{1}{2} G \cdot Z_c = \tfrac{1}{2}\beta\, tg\,\delta \\ \alpha_c &= \tfrac{1}{2}\frac{R}{Z_c} \end{aligned}}$$

Truco:
- Parece claro que G se relaciona con dielectrico
- Parece claro que R se relaciona con conductor
- A partir de ahi sólo piensa en las unidades de α $[m^{-1}] \equiv [Np/m]$

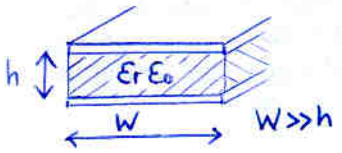


Buen dieléctrico: $tg\,\delta = 10^{-4}$

> ↳ hay que cancelar los Ω^{-1} de G y Ω de R multiplicando o dividiendo por Z_c segun corresponda.
> ↳ luego añade el ½

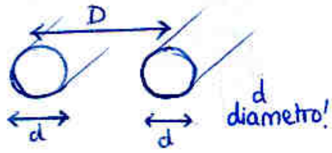
NOTA: $\eta = \frac{\eta_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

• Placas paralelas



$$Z_c = \eta \cdot \frac{h}{W}$$

• Linea bifilar



$$Z_c = \frac{\eta}{\pi} \cdot ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right)$$

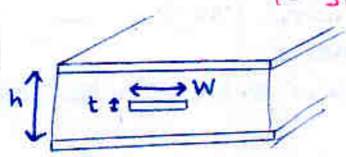
• Cable coaxial

recuerda a y b son radios a > b

$$Z_c = \frac{\eta}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

> sabiendo Z_c y las tipicas fórmulas para L, C, G, R (las darán según tipo de línea) obtenemos α_d y α_c

• Linea triplaca (o stripline)



Formulas que nos proporcionan $\frac{W}{h}$ según la Z_c que queramos

• Lineas con dieléctrico no homogeneo i.e. (2 dieléctricos, normalmente uno es aire)

definimos ε efectiva $\boxed{\varepsilon_{ef} = q_1 \cdot \varepsilon_1 + q_2 \cdot \varepsilon_2 \quad q_1 + q_2 = 1}$

Nota: esta formula se aplica sobre las ε totales, no las relativas

$\Rightarrow \varepsilon_{ef} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{efr}$

$\Rightarrow tg\,\delta_{ef} = \frac{\varepsilon''_{ef}}{\varepsilon'_{ef}}$

> Sirven todas las fórmulas anteriores con ε_{efr}, $tg\,\delta_{ef}$ en lugar de ε_r, $tg\,\delta$

• Linea microtira (o microstrip)

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} \bigcirc & si\ \frac{W}{h} \leq 2 \\ \bigcirc & si\ \frac{W}{h} \geq 2 \end{cases}$$ ← hacer apuesta inicial de W/h

ventaja: facil insertar componentes
desventaja: abierto → radiación
↳ meter dentro de caja metálica dividida en trozos para evitar resonancia

• Slotline

• Coplanar

Guías de Onda

único conductor

Cada modo es como una L.T. distinta

$$\beta = k \cdot \sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}$$

siendo $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon_0\varepsilon_r}$ ← la β de toda la vida $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$

siendo $\boxed{k_c = \omega_c\sqrt{\mu\varepsilon_0\varepsilon_r}}$ ← la β a la frec corte!!

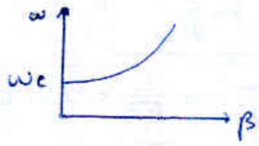
permite despejar $\boxed{f_c = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}\cdot k_c}$

$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta}$

cuidado $\lambda_g \neq \lambda$ $\quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$Z_c = \begin{cases} \frac{\omega\mu}{\beta} & TE \\ \frac{\beta}{\omega\varepsilon} & TM \end{cases}$$

Acercarse a ω_c implica $V_g = 0$



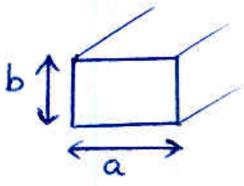
para sacar f_c

$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta}$

$\gamma = j\beta$

NOTA $\quad \varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$ $\quad \gamma = j\beta = \alpha d + j\beta'$ se obtiene expresión grande para αd

• Guía Rectangular



$a > b$

$$k_{c\,TE_{m,n}} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \qquad (m,n) \neq (0,0)$$

$k_{c\,TM_{m,n}} =$ misma expresión $\qquad m \neq 0,\; n \neq 0$

sabiendo $a > b$ se deduce:

$\boxed{TE_{10} \rightarrow \text{modo fundamental}}$

límite superior TE_{20} $a > 2b$; TE_{11} $a < 2b$

Rango monomodo (caso $a > 2b$ = máximo rango)

$$\frac{f_{c\,TE_{20}}}{f_{c\,TE_{10}}} = \frac{\frac{c_0}{a\sqrt{\varepsilon_r}}}{\frac{c_0}{2a\sqrt{\varepsilon_r}}} = 2 \quad \text{(para } a > 2b\text{) (max rango)}$$

• Guía circular

$$k_{c\,TE_{m,n}} = \frac{p'_{mn}}{a}$$

$$k_{c\,TM_{m,n}} = \frac{p_{mn}}{a}$$

→ se permite $m = 0$, $n = 0$ $\quad (m,n) \neq (0,0)$

se dan tablas:

p'_{mn}

m \ n	1	2	3
1			
2			

$p'_{m,n}$: n-ésima raíz de la derivada de la función de Bessel de primera especie de orden m

$\boxed{TE_{11} \rightarrow \text{modo fundamental}}$

límite superior TM_{01}

Rango monomodo

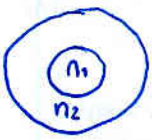
$$\frac{f_{c\,TM_{01}}}{f_{c\,TE_{11}}} = 1'31$$

Para una misma frec corte la guía circular atenúa menos.

La rectangular es de fabricación más simple.

Fibra Óptica

sin conductor

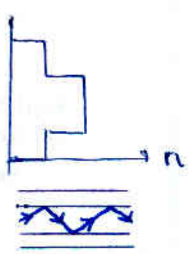


$n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r1}}$

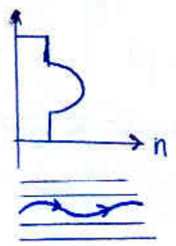
$n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2}}$

$n_1 > n_2$

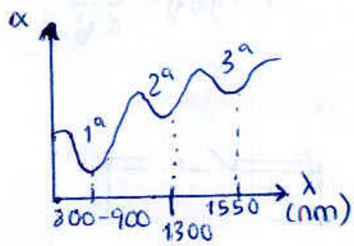
Salto de índice:



Índice graduado:



se tx en ventanas



Lineas de Transmisión

TEMA 1. Introducción a Lineas de Transmisión

Definiciones

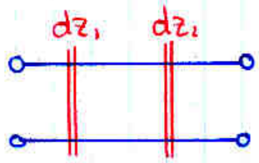
- Linea Transmisión (L.T.): sistema destinado a guiar o dirigir energía electromagnética.
- L.T. Ideal: Formada por 2 conductores perfectos ($\sigma = \infty$) de sección arbitraria pero constante y separación cte. inmersos en dieléctrico homogéneo y perfecto ($\sigma = 0$)
- Microondas:
  Bandas de frecuencia en las que las dimensiones de los componentes, circuitos o sistemas implicados son comparables a una fracción de la long. de onda de la señal
  ej ~ 1GHz ~ UHF

Acerca de las unidades

- Las unidades que vienen de nombres propios (Voltaire, Ampère, Newton, ...) se escriben en mayúscula
- Las demás se escriben en minúscula (m, s, kg, ...)
- La k de kilo es minúscula, a partir de ella, todas mayúsculas
  ej kHz, MHz

TEMA 2. Conceptos Básicos

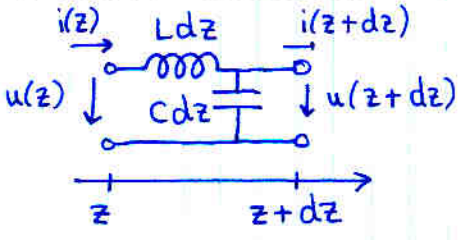
Propiedades:



Debemos suponer que entre dos tramos diferenciales separados una determinada distancia:

- No existe influencia eléctrica (i.e. No hay efecto capacitivo)
- No existe influencia magnética (i.e. No hay efecto inductivo)

Modelo circuital:



A cada diferencial:

L: autoinducción por unidad de longitud
C: capacidad por unidad de longitud

$$i(z+dz) = i + \frac{\partial i}{\partial z} \cdot dz$$

$$u(z+dz) = u + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz = (-Ldz) \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial z} \cdot dz = (-Cdz) \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \end{array} \right\}$$

Recuerda: de Tª de Circuitos

ec. condensador	ec. bobina
$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$	$V(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

dividiendo por dz

Ecuaciones del telegrafista

$$\boxed{\begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial z} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial z} = -C \frac{\partial u}{\partial t} \end{array}}$$

Ondas de tensión y corriente: de la ecuación dif.
se obtiene (tras ciertos pasos)

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \end{aligned}\right\}$$

Que es la conocida Ecuación de Onda Unidimensional

cuya solución:

$$u(z,t) = F_1\left(t-\frac{z}{c}\right) + F_2\left(t+\frac{z}{c}\right)$$

$$i(z,t) = \sqrt{\frac{C}{L}}\left[\underbrace{F_1\left(t-\frac{z}{c}\right)}_{\text{onda progresiva}} - \underbrace{F_2\left(t+\frac{z}{c}\right)}_{\text{onda regresiva}}\right]$$

siendo:

Velocidad de propagación $c = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$

en la mayoría de materiales $\mu_r \simeq 1$
por tanto

$$\boxed{c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}}$$

Impedancia característica:
comparando soluciones de 'i' y de 'u' se define

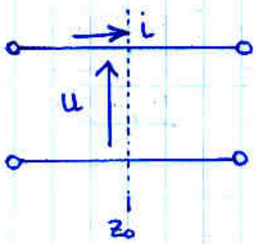
Imp. Característica $\boxed{Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}}$

Potencia: $\boxed{P = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}(u \cdot i^*)}$

NOTA: Fíjate que la fase de $u \cdot i^*$ es la fase de u menos la de i, es decir, la diferencia de fases. Si ésta es cero, es todo parte real.

TEMA 3. Linea Tx Ideal en régimen transitorio

1. Introducción

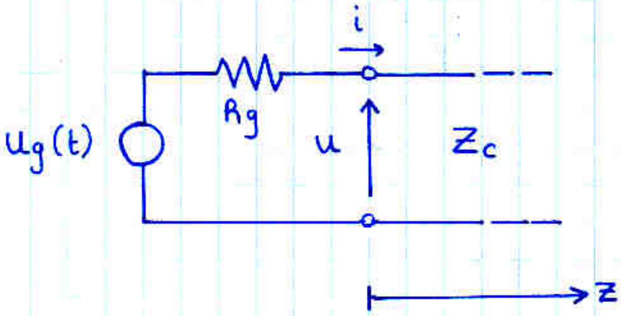


$$u = u^+ + u^-$$

$$i = \frac{1}{Z_c}(u^+ - u^-)$$

Z_c es el cociente u/i en cualquier punto en el caso de que sólo existiera onda transmitida

2. Generación de la onda u^+



Linea inicialmente en reposo:

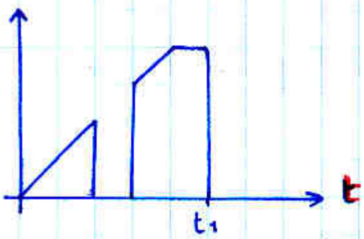
$$u = u^+$$
$$i = u^+/Z_c$$

$$u_g(t) = i \cdot R_g + u$$

$$u^+ = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g(t)$$

Cuidado, $u^+ = u^+(z,t)$. se suele representar para un t fijo, sin embargo el generador se representa respecto a t.

ejemplo: $u_g(t)$



$\Rightarrow$

$$\boxed{u^+(z,t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g\left(t - \frac{z}{c}\right)}$$

$u^+(z,t_1)$

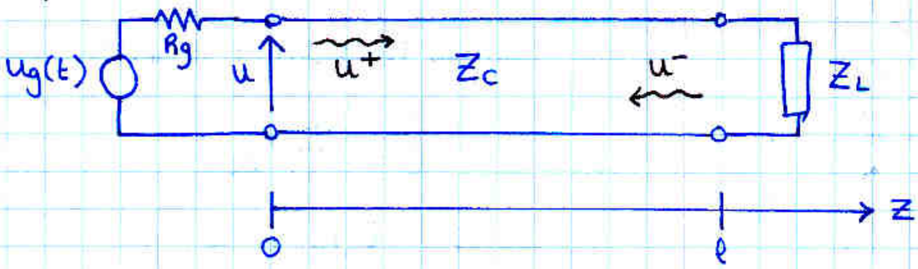
en eje z la señal es 'al revés' ya que llega antes (mayor z) lo que antes se transmite (menor t)

3. Factores de reflexión y transmisión

3.1 Factor de reflexión

$$\boxed{\rho = \frac{Z_{\text{en la que incides}} - Z_{\text{por la que vienes}}}{Z_{\text{en la que incides}} + Z_{\text{por la que vienes}}}} = \frac{Y_{\text{por la que vienes}} - Y_{\text{en la que incides}}}{Y_{\text{por la que vienes}} - Y_{\text{en la que incides}}}$$

ejemplo / demostración



$0 < t < T$ $\quad$ $T = \ell/c$

$$u^+(z,t) = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g\left(t - \frac{z}{c}\right)$$

$t = T$

En la linea se cumple

$$\frac{u^+}{i^+} = Z_c$$

Al llegar a ℓ se debe cumplir

$$\frac{u}{i} = Z_L$$

Sólo se puede solucionar suponiendo que se genere una onda reflejada:

$$Z_L = \frac{u}{i} = \frac{u^+ + u^-}{\frac{1}{Z_c}(u^+ - u^-)}$$

Si se despeja, se obtiene $\qquad$ Por tanto

$$\boxed{\frac{u^-}{u^+} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{reflexión} \\ \text{en la load}}}{\rho_L} \qquad u^- = \rho_L \cdot u^+}$$

$T < t < 2T$ $\quad$ La onda regresiva tendra la forma

$$u_g\left(t + \frac{z}{c}\right)$$

$$(t - T) \qquad (z - \ell) = (z - cT)$$

para arreglar el origen

$$u_g\left(t - T + \frac{z}{c} - \frac{cT}{c}\right)$$

$$\Rightarrow \quad u^-(z,t) = \rho_L \frac{Z_c}{Z_c + R_g} u_g\left(t + \frac{z}{c} - 2T\right)$$

conviven en la linea u^+ y u^-, sumándose

$t = 2T$ La onda reflejada llega al generador; se genera una nueva u en la dirección u^+

Nomenclatura: $u^+ = u_1^+$

$u^- = u_1^-$

nueva onda $= u_2^+$

En $z=0$ se tiene

$$u(z=0, t=2T) = u_1^+ + u_1^- + u_2^+$$
$$i(z=0, t=2T) = \frac{1}{Z_c}\left[(u_1^+ + u_2^+) - u_1^-\right]$$

Y se debe cumplir

$$u_g(t) = R_g \cdot i(z=0,t) + u(z=0,t)$$
$$= R_g \frac{1}{Z_c}\left[u_1^+ + u_2^+ - u_1^-\right] + u_1^+ + u_1^- + u_2^+$$

Y se sigue cumpliendo una ecuación que ya igualamos en su día (al salir la primera onda)

$$u_g(t) = R_g \frac{1}{Z_c} u_1^+ + u_1^+$$

Por tanto la ecuación que debe cumplirse queda

$$0 = R_g \frac{1}{Z_c}\left[u_2^+ - u_1^-\right] + u_2^+ + u_1^-$$

NOTA: A partir de ahora siempre que planteemos una nueva condición podemos incluir únicamente las tensiones que aparecen 'nuevas' ya que las 'viejas' ya fueron igualadas 'en su día' y son las 'nuevas' las que ahora deben compensarse.

Es decir, podíamos escribir la ecuación de arriba directamente, sabiendo que $u_g(t)$ y u_1^+ ya habían sido igualadas

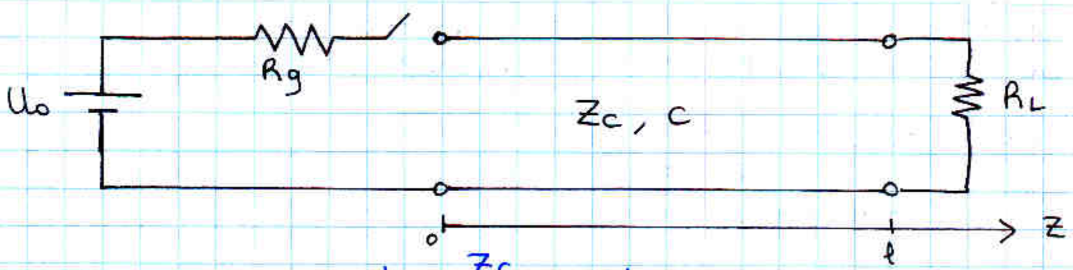
despejando se obtiene:

$$\boxed{\frac{u_2^+}{u_1^-} = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c} = \rho_g \qquad u_2^+ = \rho_g \cdot u_1^-}$$

$2T < t < 3T$ Esta vez u_2^+ se genera en $T = 2T$ y $z = 0$ por tanto

$$u_2^+(z,t) = \rho_g \rho_e \frac{Z_c}{R_g + Z_c} u_g\left(t - \frac{z}{c} - 2T\right)$$

ejemplo: (con generador de continua)



$t = 0$ $\qquad u = u_1^+ = \dfrac{Z_c}{R_g + Z_c} U_0$

$0 < t < T = \frac{\ell}{c}$ $\qquad u_1^+ \rightsquigarrow$

$t = T$ $\qquad u_1^- = \rho_L u_1^+ \qquad \rho_L = \dfrac{R_L - Z_c}{R_L + Z_c}$

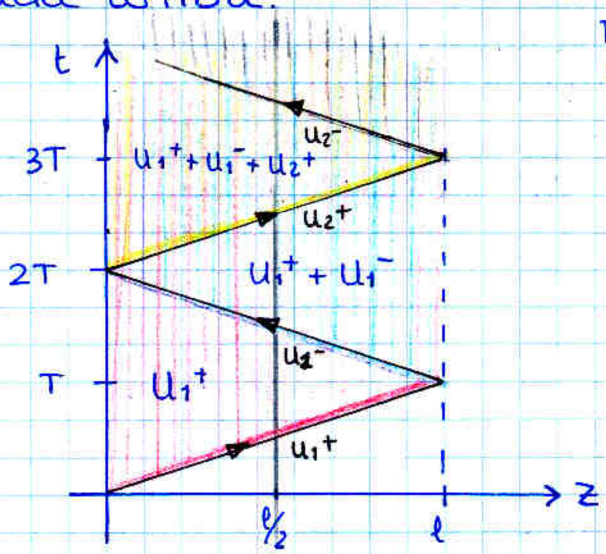
$T < t < 2T$ $\qquad u_1^+ \rightsquigarrow \quad \leftsquigarrow u_1^-$

$t = 2T$ $\qquad u_2^+ = \rho_g u_1^- \qquad \rho_g = \dfrac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c}$

$\vdots$

La evolución de la tensión en la linea de tx se representa facilmente en el diagrama espaciotemporal.

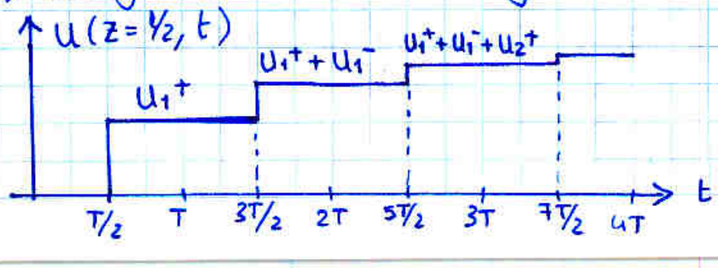
Cada linea representa el 'frente de onda' de la onda a la cual representa, dicha onda está presente desde esa linea hacia arriba.



Podemos hacer una linea en un z_0 o en un t_0 para ver la evolución del sistema

ej. para $\rho_L = \rho_g = 0'5$ fijando $z = \ell/2$

se sigue la linea vertical y se obtiene



caso a) $R_L = 0 \qquad R_g = 0$

$$\rho_L = \frac{R_L - Z_c}{R_L + Z_c} = \frac{-Z_c}{Z_c} = -1$$

$$\rho_g = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c} = \frac{-Z_c}{Z_c} = -1$$

Por tanto:

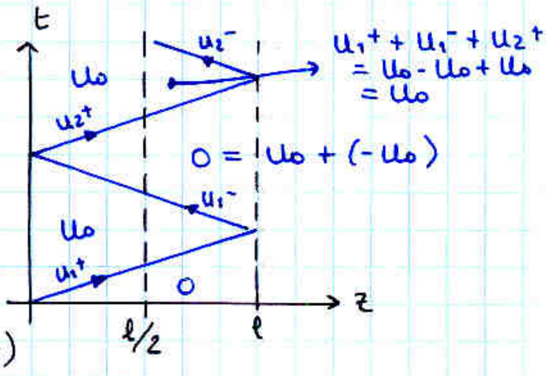
$t = 0 \qquad u_1^+ = \frac{Z_c}{R_g + Z_c} \cdot u_0 = u_0$

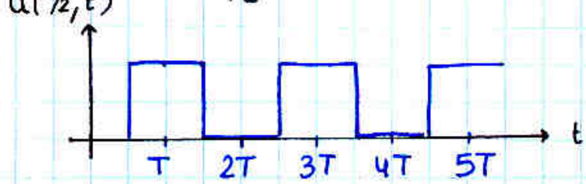
$t = T \qquad u_1^- = \rho_L \cdot u_1^+ = -u_0$

$t = 2T \qquad u_2^+ = \rho_g \cdot u_1^- = u_0$

$t = 3T \qquad u_2^- = -u_0$

$\vdots$





En cuanto a las corrientes:

$$i = \frac{1}{Z_c}(u_1^+ - u_1^-)$$

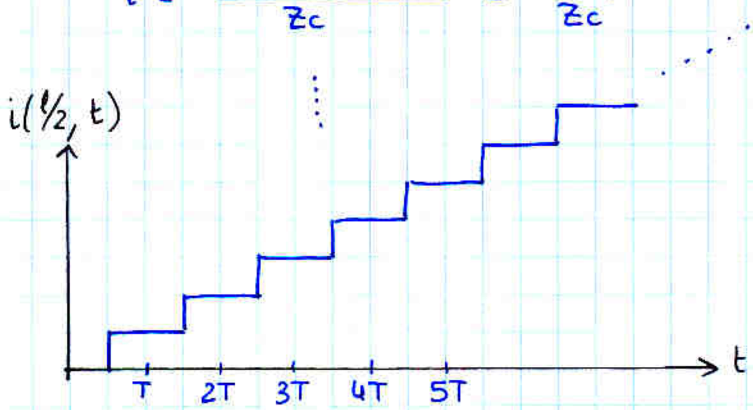
$0 < t < T/2 \qquad i = 0$

$\frac{T}{2} < t < \frac{3T}{2} \qquad i = \frac{u_1^+}{Z_c} = \frac{u_0}{Z_c}$

$\frac{3T}{2} < t < \frac{5T}{2} \qquad i = \frac{u_1^+ - u_1^+}{Z_c} = \frac{2u_0}{Z_c}$

$\frac{5T}{2} < t < \frac{7T}{2} \qquad i = \frac{u_1^+ + u_2^+ - u_1^-}{Z_c} = \frac{3u_0}{Z_c}$

$\vdots$

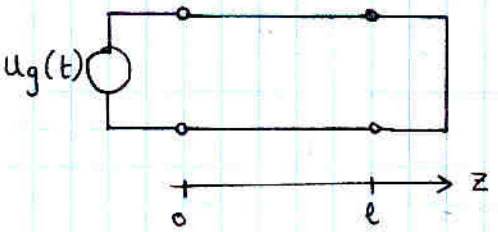


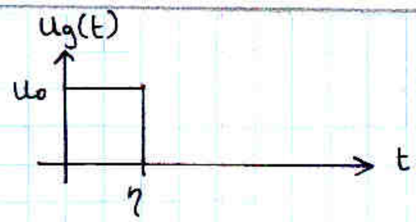
hacer en casa (estan en libro)

b) $R_L = \infty$, $R_g = 0$
c) $R_L < Z_c$, $R_g = 0$
d) $R_L > Z_c$, $R_g = 0$

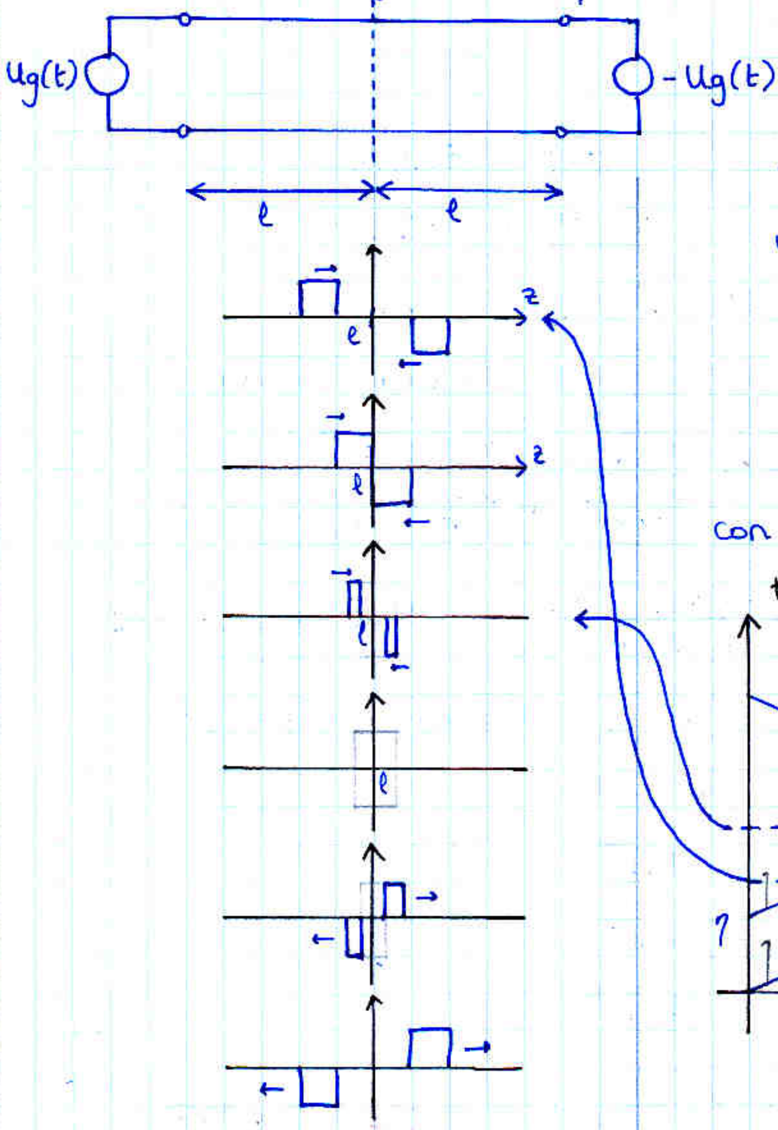
ejemplo

ya no es continua

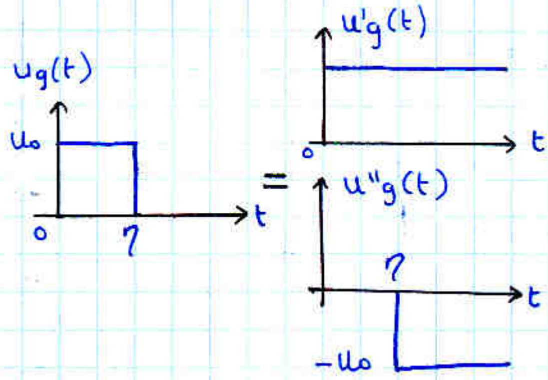




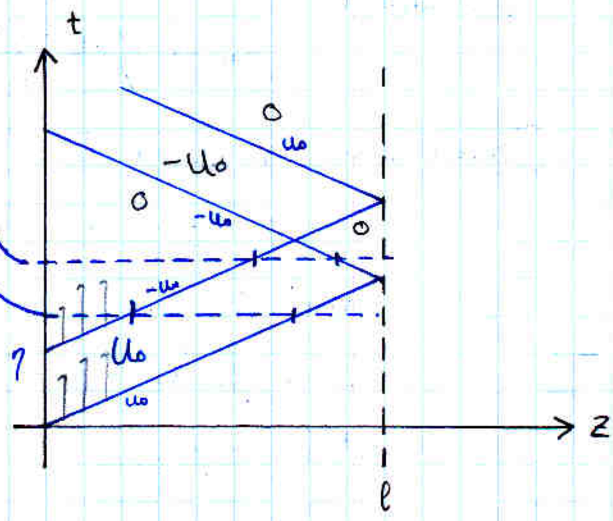
① Por Tª de imagenes, es equivalente a:



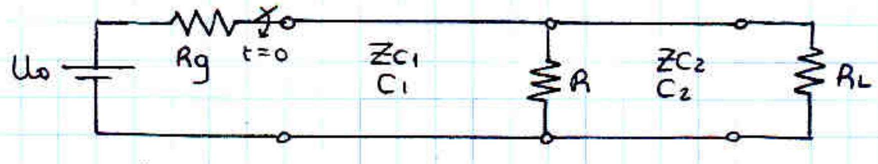
② otro metodo es:



con diagrama espacio tiempo:



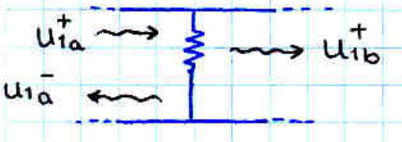
3.2 Factor de transmisión



$t = 0$

$$u_1^+ = \frac{Z_{C1}}{R_g + Z_{C1}} U_o$$

$t = T_1 = l_1/C_1$



$$\boxed{\rho_a = \frac{Z_{\text{con que choca}} - Z_{\text{donde venimos}}}{Z_{\text{con que choca}} + Z_{\text{donde venimos}}}}$$

como $Z_{\text{con que choca}} = R \,//\, Z_{C2}$

mejor trabajar con admitancias

$$\boxed{\rho_a = \frac{Y_{\text{donde venimos}} - Y_{\text{con que chocamos}}}{Y_{\text{donde venimos}} + Y_{\text{con que chocamos}}}}$$

por tanto:

$$\rho_a = \frac{Y_{C1} - (Y_{C2} + G)}{Y_{C1} + (Y_{C2} + G)} \qquad U_{1a}^- = \rho_a \cdot U_{1a}^+$$

$\boxed{\text{Sabiendo que la tensión en paralelo es continua}}$

$$U_a = U_r = U_b$$

$$U_{1a}^+ + U_{1a}^- = U_{1b}^+$$

$$U_{1a}^+ + \rho_a U_{1a}^+ = U_{1b}^+$$

$$U_{1a}^+ (1 + \rho_a) = U_{1b}^+$$

$$\Rightarrow \quad U_{1b}^+ = U_{1a}^+ \underbrace{(1 + \rho_a)}_{\eta_{ab}}$$

⚠ para este ejemplo particular.

$\boxed{\text{En general } \eta \neq 1 + \rho}$

$T = 2T_1$ la onda en a:

$$\rho_g = \frac{R_g - Z_{C1}}{R_g + Z_{C1}} \qquad U_{a2}^+ = \rho_g U_{a1}^-$$

$T = T_1 + T_2$ la onda en b

$$\rho_L = \frac{R_L - Z_{C2}}{R_L + Z_{C2}} \qquad U_{b1}^- = \rho_L U_{b1}^+$$

Cuando U_{1b}^- llega a $z=0$ deberíamos llamar a la reflejada U_{2b}^+ y a la transmitida U_{1a}^-, pero ese nombre ya está usado: lo llamamos $U_{1a}^{-\prime}$ ← prima

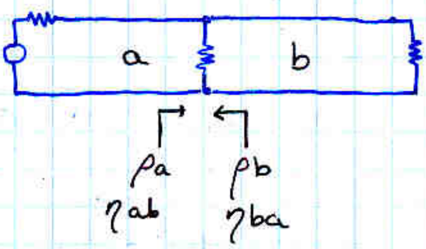
Habrá que calcular

$t = T_1 + 2T_2$

$$U_{2b}^+ = \rho_b \, U_{1b}^-$$

$$U_{1a}^{-\prime} = \underbrace{\eta_{ba}}_{\text{calcular estos parámetros}} U_{1b}^-$$

$$\rho_b = \frac{Y_{C2} - (G + Y_{C1})}{Y_{C2} + (G + Y_{C1})}$$



la tensión es continua en paralelo

$$U_{1a}^- = U_{1b}^- + U_{2b}^+$$
$$= U_{1b}^- + \rho_b U_{1b}^-$$
$$U_{1a}^- = \underbrace{(1 + \rho_b)}_{\eta_{ba}} U_{1b}^-$$

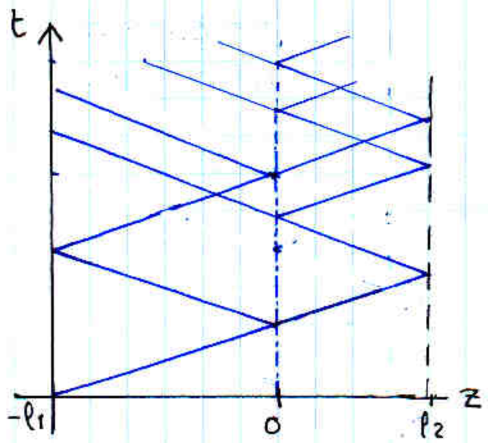
a este lado no hay otras tensiones?

i

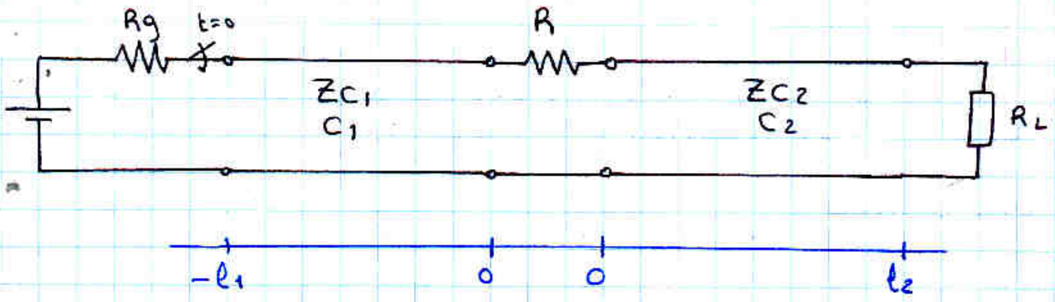
No hace falta tenerlas en cuenta porque esas 'primeras' ondas ya se cancelan entre sí con otras que no hemos puesto a la derecha, ya que ya hemos hecho que esas primeras ondas cumplan la condición.

Me concentro sólo en lo nuevo que me puede descompensar.

En un diagrama espaciotemporal



Circuito 2



$t = 0$ $\qquad u_{a_1}^{+} = \dfrac{Z_{C_1}}{R_g + Z_{C_2}} u_0 \qquad\qquad u_{a_1}^{-} = \rho_a \cdot u_{a_1}^{+}$

$t = T_1 = \dfrac{l_1}{c_1} \qquad\qquad \rho_a = \dfrac{(R + Z_{C_2}) - Z_{C_1}}{(R + Z_{C_2}) + Z_{C_1}}$

en serie la corriente es continua

$$\boxed{\begin{gathered} i_a = i_b \\ \frac{1}{Z_{C_1}}\left(u_{a_1}^{+} - u_{a_1}^{-}\right) = \frac{1}{Z_{C_2}} u_{b_1}^{+} \end{gathered}}$$

$$\frac{1}{Z_{C_1}}\left(u_{a_1}^{+} - \rho_a u_{a_1}^{+}\right) = \frac{1}{Z_{C_2}} u_{b_1}^{+}$$

$$u_{b_1}^{+} = \underbrace{\frac{Z_{C_2}}{Z_{C_1}}(1 - \rho_a)}_{\tau_{ab} = \frac{2 Z_{C_2}}{R + Z_{C_2} + Z_{C_1}}} u_{a_1}^{+}$$

$t = T_1 + T_2 \qquad u_{b_1}^{-} = \rho_L u_{b_1}^{+} \qquad\qquad \rho_L = \dfrac{R_L - Z_{C_2}}{R_u + Z_{C_2}}$

$t = T_1 + 2T_2 \qquad u_{b_2}^{+} = \rho_b u_{b_1}^{-} \qquad\qquad \rho_b = \dfrac{(R + Z_{C_1}) - Z_{C_2}}{(R + Z_{C_1}) + Z_{C_2}}$

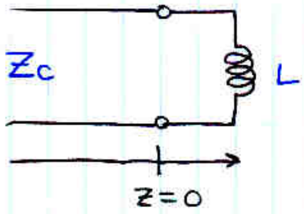
$$i_a = i_b$$

$$\frac{1}{Z_{C_1}}\left(-u_{a_2}^{-}\right) = \frac{1}{Z_{C_2}}\left(u_{b_2}^{+} - u_{b_1}^{-}\right)$$

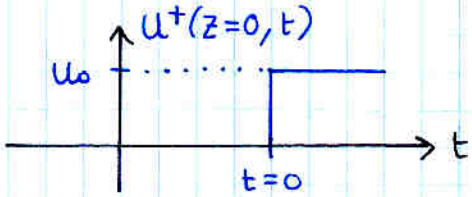
$$\frac{1}{Z_{C_1}}\left(-u_{a_2}^{-}\right) = \frac{1}{Z_{C_2}}\left(\rho_b u_{b_1}^{-} - u_{b_1}^{-}\right)$$

$$u_{a_2}^{-} = \underbrace{-\frac{Z_{C_1}}{Z_{C_1}}(\rho_b - 1)}_{\tau_{ba}} u_{b_1}^{-}$$

4. Reflexión en cargas reactivas



$$\boxed{u = L \cdot \frac{di}{dt}}$$



$$u^+(0,t) = u_0\, \varepsilon(t)$$

$$u^+ + u^- = \frac{L}{Z_c}\left(\frac{du^+}{dt} - \frac{du^-}{dt}\right)$$

Haciendo la transformada de Laplace

$$U^+(s) + U^-(s) = \frac{sL}{Z_c}\left(u^+(s) - u^-(s)\right)$$

$$\rho(s) = \frac{u^-(s)}{u^+(s)} = \frac{sL - Z_c}{sL + Z_c}$$

En general: $\boxed{\rho(s) = \frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c}}$

$$u^-(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c} \cdot u^+(s)\right\}$$

En el ejemplo: $u^+(0,t) = u_0\, \varepsilon(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} u^+(s) = \frac{u_0}{s}$

$$u^-(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{sL - Z_c}{sL + Z_c} \cdot \frac{u_0}{s}\right\}$$

$$\frac{u_0}{s} \cdot \frac{sL - Z_c}{sL + Z_c} = K\left(\frac{A}{s} + \frac{B}{s+C}\right)$$ porque se sabe: $\frac{A}{s} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} A \cdot \varepsilon(t)$

$\frac{B}{s+C} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} B \cdot e^{-ct} \cdot \varepsilon(t)$

$$K = u_0$$

$$\frac{1}{s}\,\frac{sL - Z_c}{sL + Z_c} = \frac{s - Z_c/L}{s + Z_c/L} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + Z_c/L}$$

si mult ambos lados por s

$$s\cdot\left(\frac{1}{s}\ \frac{s-Z_c/L}{s+Z_c/L}\right) = A + \frac{B}{s+Z_c/L}\cdot s$$

si ahora hago $s=0$

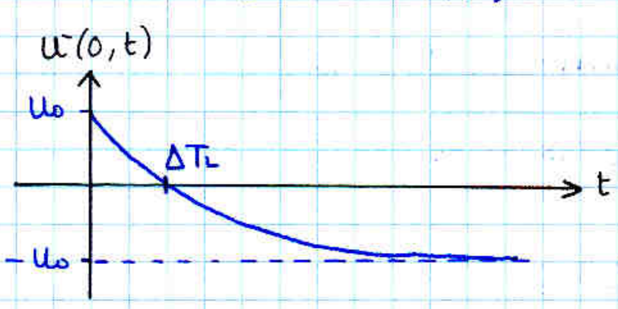
$$A = s\left(\frac{1}{s}\cdot\frac{s-Z_c/L}{s+Z_c/L}\right)\Bigg|_{s=0} = -1$$

Similarmente:

$$B = \left(s+\frac{Z_c}{L}\right)\cdot\left(\frac{1}{s}\cdot\frac{s-Z_c/L}{s+Z_c/L}\right)\Bigg|_{s=-\frac{Z_c}{L}} = 2$$

Por tanto:

$$u^-(0,t) = u_0\cdot\mathcal{L}^{-1}\left\{-\frac{1}{s}+\frac{2}{s+Z_c/L}\right\} = u_0\left(-1+2e^{-\frac{Z_c}{L}t}\right)\varepsilon(t)$$



tomando: $\eta = \frac{L}{Z_c}$

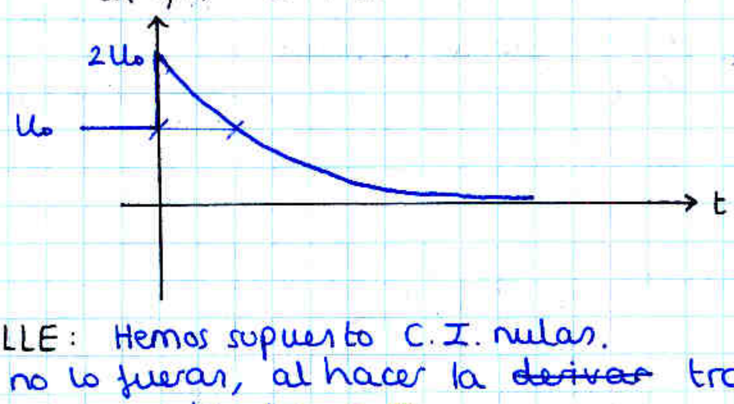
$$u^-(0,\eta) = u_0\,(2e^{-1}-1)$$

$$\Delta T_L = 0'69\ \eta$$

$$u^-(0,\Delta T_L) = u_0\,(2e^{-0'69}-1) = 0$$

En el plano del generador:

$$u(-\ell,t) = u^+ + u^-$$



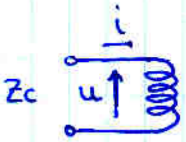
DETALLE: Hemos supuesto C.I. nulas.
Si no lo fueran, al hacer la ~~derivar~~ transformada hay que sumarle la C.I.

Detalle: Hemos supuesto C.I. nulas.
Si no lo fueran, se han de sumar al hacer la $\mathcal{L}$ de la derivada:

$$f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s)$$

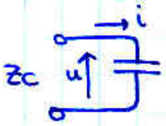
$$\frac{df(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} s \cdot F(s) - f(0^+)$$

↑ valor inicial de la corriente en la bobina, o de la tensión en el condensador



$u = L\frac{di}{dt}$

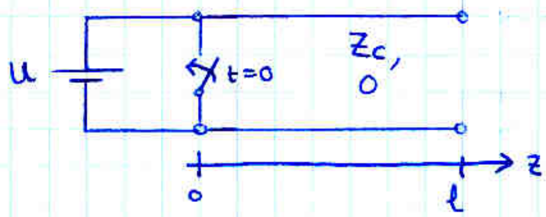
$U(s) = L(sI(s) - i(0^-))$



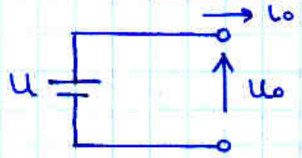
$i = C\frac{du}{dt}$

$I(s) = C(sU(s) - u(0^-))$

Problema:



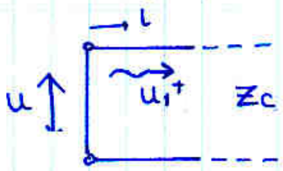
① Condiciones Iniciales



$i_0 = 0$
$u_0 = U$

② $t = 0$

Sólo se generan ondas en los lugares donde haya cambios (el circuito reacciona ante los cambios)



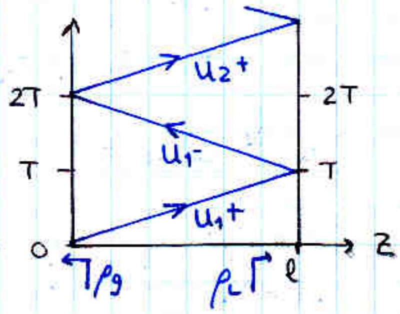
$u = 0$
$u = u_0 + u_1^+ = 0$

↳ $u_1^+ = -U$

③ $\rho_L = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C} = 1$

$\rho_G = -1$

④



⑤ $u_1^+ = -U$
$u_1^- = \rho_L \cdot u_1^+ = -U$
$u_2^+ = \rho_g \cdot u_1^- = U$

⑥ $i(z=0, t)$

$t<0 \quad i = i_0 =$
$0<t<2T \quad i = i_0 + i_1^+ = u_1^+/Z_C = -U/Z_C$
$2T<t<4T \quad \ldots$

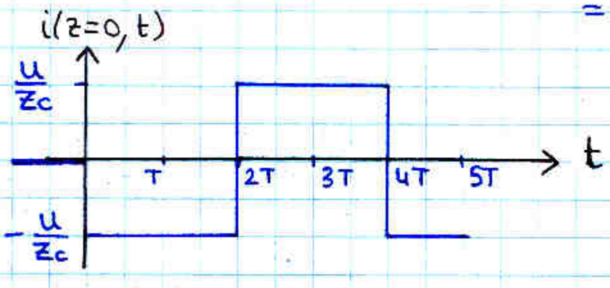
⑥ $i(z=0,t)$

$t<0 \qquad i = i_0 = 0$

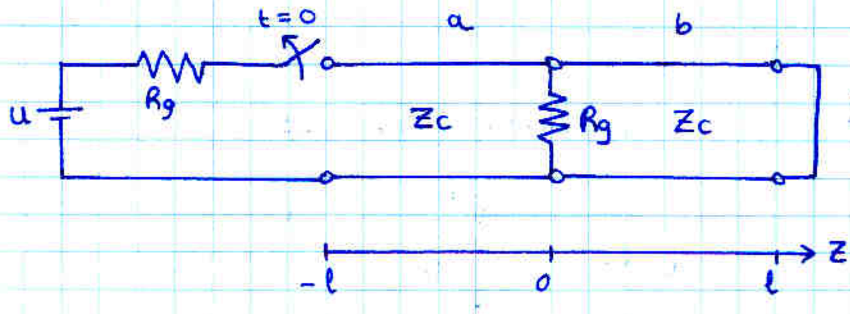
$0<t<2T \qquad i = i_0 + i_1^+ = u_1^+/Z_c = -u/Z_c$

$2T<t<4T \qquad i = i_0 + i_1^+ + i_1^- + i_2^+ = i_0 + \frac{1}{Z_c}(u_1^+ - u_1^- + u_2^+)$

$$= \frac{u}{Z_c}$$

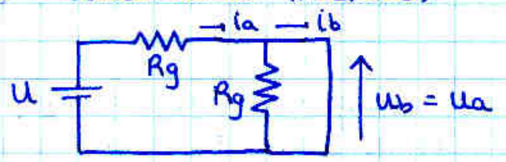


Problema 2



$R_g = \frac{Z_c}{2}$

① condiciones Iniciales

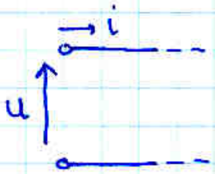


$u_{a0} = u_{b0} = 0$

$i_a = i_b = \frac{u}{R_g} = \frac{2u}{Z_c}$

② $t=0$

se pueden generar nuevas ondas donde hayan habido cambios

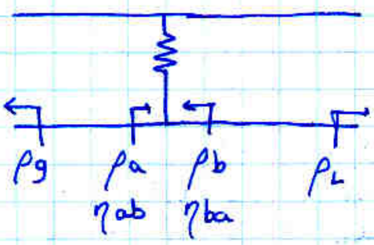


$i = 0$ | En cada caso hay que pensar que condición imponemos |

$i = i_{0a} + i_{a1}^+ = \frac{2u}{Z_c} + \frac{1}{Z_c} u_{a1}^+ = 0$

$u^+_{a1} = -2u$

③ $\rho_a = \frac{Y_c - (G+Y_a)}{Y_c + (G+Y_a)} = -\frac{1}{2}$



$\eta_{ab} = 1/2$ visto en teoría

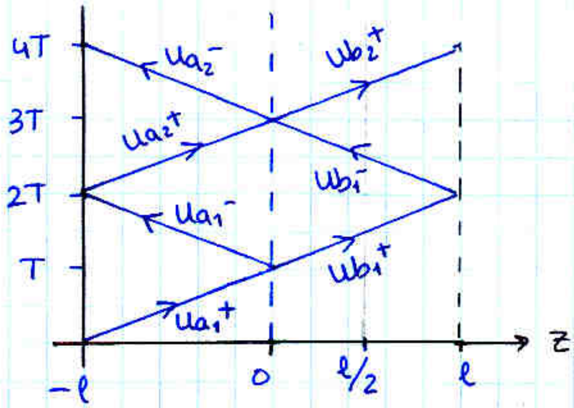
$\rho_g = 1$

$\rho_b = -1/2$

$\rho_L = -1$

$\eta_{ba} = 1/2$

④



⑤

$$T\left\{\begin{array}{l} u_{a_1}^+ = -2u \\ u_{a_1}^- = \rho_a \cdot u_{a_1}^+ = u \\ u_{b_1}^+ = \eta_{ab} \cdot u_{a_1}^+ = -u \end{array}\right.$$

$$2T\left\{\begin{array}{l} u_{a_2}^+ = \rho_g \cdot u_{a_1}^- = u \\ u_{b_1}^- = \rho_L \cdot u_{b_1}^+ = u \end{array}\right.$$

Y ahora viene lo curioso

$$3T\left\{\begin{array}{l} u_{a_2}^- = \rho_a u_{a_2}^+ + \eta_{ba} u_{b_1}^- = -u/2 + u/2 = 0 \\ u_{b_2}^+ = \eta_{ab} u_{a_2}^+ + \rho_b u_{b_1}^- = -u/2 + u/2 = 0 \end{array}\right.$$

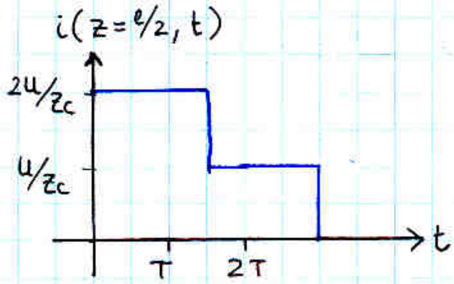
⑥ Nos piden $i(z=\ell/2, t)$

$t < \frac{3T}{2}$ $\quad i = i_0 = \frac{2u}{Z_c}$

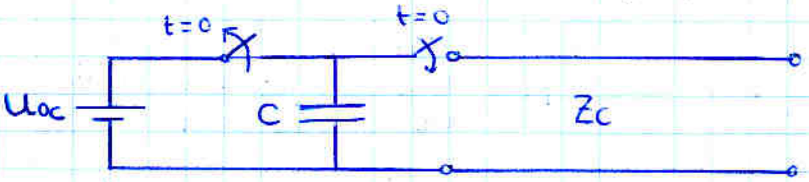
$\frac{3T}{2} < t < \frac{5T}{2}$ $\quad i = i_0 + \frac{1}{Z_c} u_{b_1}^+ = \frac{2u}{Z_c} + \frac{-u}{Z_c} = \frac{u}{Z_c}$

$t > \frac{5T}{2}$ $\quad i = i_0 + \frac{1}{Z_c}\left(u_{b_1}^+ - u_{b_1}^-\right) = \frac{2u}{Z_c} + \frac{-2u}{Z_c} = 0$

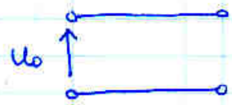
⑦



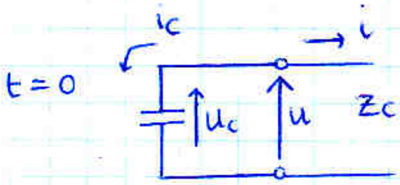
Problema : Hallar u_1^+, ρ_g, ρ_L



Condiciones Iniciales :



$i_0 = 0$
$u_0 = 0$



$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$$

$$\begin{cases} u_c = u \\ i_c = -i \end{cases} \qquad \begin{cases} i = i_0 + i_1^+ \\ u = u_0 + u_1^+ \end{cases}$$

$$u_c = 0 + u_1^+$$
$$i_c = 0 - \frac{u_1^+}{Z_c}$$

Truco:
Escribir la condición de contorno
i.e. $i_c = C\,\frac{du_c}{dt}$
Escribirla en función de las ondas de tensión en la línea de tx que no hemos incluido en pasos anteriores
$u_c = 0 + u_1^+$
$i_c = 0 - \frac{u_1^+}{Z_c}$

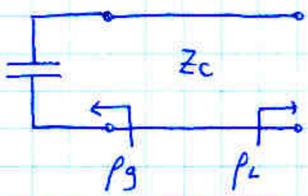
no olvidar C.I.

$$i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$$
$$\downarrow \mathcal{L}$$
$$-\frac{U_1^+(s)}{Z_c} = C\left(s \cdot U_1^+(s) - U_{oc}\right)$$

$$U_1^+(s) = \frac{U_{oc}}{s + \frac{1}{CZ_c}} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} u_1^+(t) = U_{oc}\, e^{-\frac{t}{CZ_c}}\, \varepsilon(t)$$

ρ_L y ρ_g

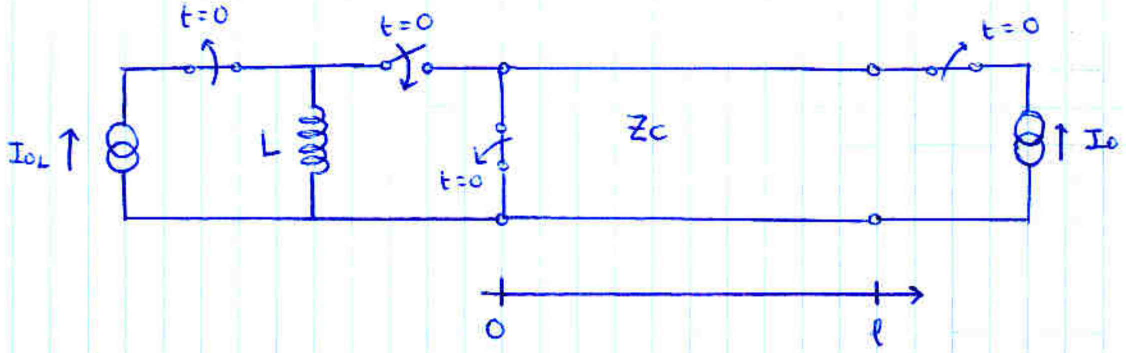
$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L - Z_c} = \frac{\infty}{\infty} = 1$$



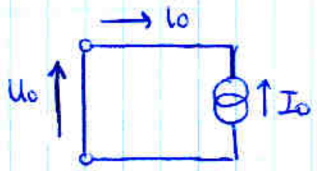
$$\rho_g(s) = \left.\frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c}\right|_{Z(s)=\frac{1}{C\cdot s}} = -\frac{s - \frac{1}{CZ_c}}{s + \frac{1}{CZ_c}}$$

Utilizamos directamente esta expresión porque en ondas anteriores ya hemos tenido en cuenta la carga inicial del condensador.
Si no hubiera sido así habría que plantear las ecuaciones como al principio para obtener la expresión de ρ_g

Problema

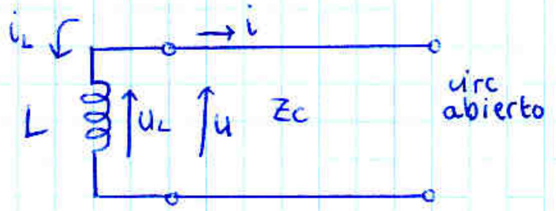


Condiciones Iniciales



$i_0 = -I_0$
$u_0 = 0$

t = 0 se pueden generar ondas allá donde haya cambios



A la derecha ($z=\ell$)

$i = i_0 + i_1^- = 0$

$-I_0 - \dfrac{u_1^-}{Z_c} = 0$

es corriente regresiva

$u_1^- = -I_0 Z_c$

A la izquierda ($z=0$)

$$u_L = L\frac{di_L}{dt}$$

$u_L = u = u_0 + u_1^+ = 0 + u_1^+$
$i_L = -i = -(i_0 + i_1^+) = I_0 - \dfrac{u_1^+}{Z_c}$

$$u_1^+ = L\frac{d}{dt}\left(I_0 - \frac{u_1^+}{Z_c}\right)$$

$\downarrow \mathcal{L}$ c.I. $i_L = +I_{0L}$

$$U_1^+(s) = L\left(s\left(\frac{I_0}{s} - \frac{U_1^+(s)}{Z_c}\right) - I_{0L}\right)$$

$$U_1^+(s) = \frac{Z_c(I_0 - I_{0L})}{s + \frac{Z_c}{L}}$$

$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$

$$u_1^+(t) = Z_c(I_0 - I_{0L})\, e^{-\frac{Z_c t}{L}}\, \varepsilon(t)$$

Tema 4. L.T. Ideal en régimen permanente sinusoidal

1. Conceptos Básicos

$$A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$$
$$\downarrow$$
$$A\, e^{j(\omega t+\varphi)} = \underbrace{A e^{j\varphi}}_{C} e^{j\omega t}$$

Por tanto;

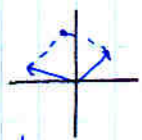
$$u = u^+ e^{j\omega(t-\frac{z}{c})} + u^- e^{j\omega(t+\frac{z}{c})}$$
$$i = \sqrt{\frac{C}{L}}\left(u^+ e^{j\omega(t-\frac{z}{c})} - u^- e^{j\omega(t+\frac{z}{c})}\right)$$

Podemos obviar $e^{j\omega t}$ (nos olvidamos de la variación con el tiempo)

$$u = u^+ e^{-\gamma z} + u^- e^{\gamma z}$$
$$i = \sqrt{\frac{C}{L}}\left(u^+ e^{-\gamma z} - u^- e^{\gamma z}\right)$$

γ: exponente lineal de propagación $[m^{-1}]$

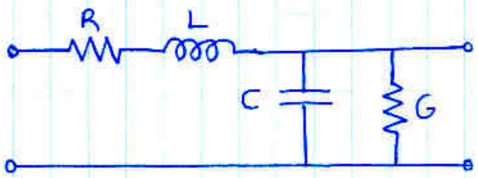
CUIDADO: Esto son sumas y restas de numeros complejos



Pueden llegar a sumarse en fase o en contra fase.

2. Parámetros Primarios y Secundarios

Los parámetros primarios son los de fabricación. Los que aparecen en el equivalente circuital.



Los parámetros secundarios se pueden obtener de los primarios

ej.

$$Z_c = \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \qquad \begin{array}{c}\text{L.T. Ideal} \\ R=0 \\ G=0\end{array} \qquad Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)\cdot(G+j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad [m^{-1}]$$

L.T. Ideal $\gamma = \sqrt{j\omega L \cdot j\omega C} = j\omega\sqrt{LC}$

$$\gamma = j\cdot\beta$$

α: coeficiente de atenuación $[m^{-1}] = \left[\frac{Np}{m}\right]$

β: coeficiente de fase $[m^{-1}] = \left[\frac{rad}{m}\right]$

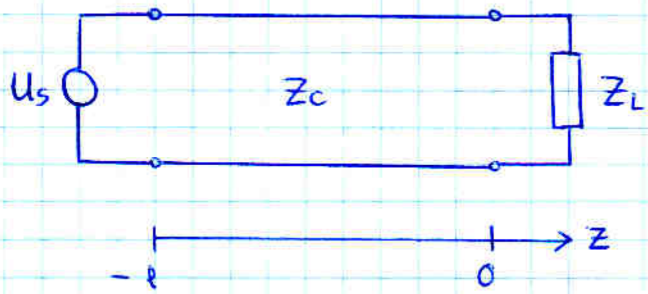
λ: Longitud de onda

Long. mínima entre dos puntos de misma fase

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad [m]$$

L. T. Ideal

$$u = u^+ e^{-j\beta z} + u^- e^{j\beta z}$$



$\boxed{z=0}$

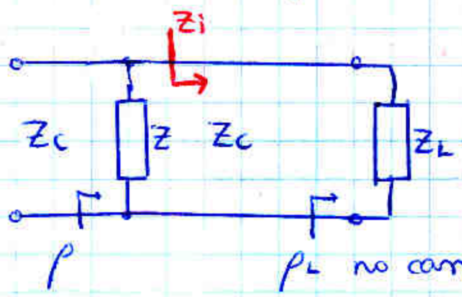
$$u = u^+ + u^-$$
$$i = \frac{1}{Z_C}(u^+ - u^-)$$

$$Z_L = \frac{u}{i} = \frac{u^+ + u^-}{\frac{1}{Z_C}(u^+ - u^-)} = Z_C \frac{u^+ + u^-}{u^+ - u^-}$$

$$\boxed{\rho_L = \frac{u^-}{u^+} = \frac{Z_L - Z_C}{Z_L + Z_C}}$$

En este caso ha coincido con el factor de reflexion en régimen transitorio

No siempre es el mismo



$$\rho_{transit} = \frac{Y_C - (Y + Y_C)}{Y_C + (Y + Y_C)}$$

consideabamos sólo el instante en el que la onda llegaba, no hay efecto alguno de Z_L

$$\rho_{perm} = \frac{Y_C - (Y + Y_i)}{Y_C + (Y + Y_i)}$$

Z_i: impedancia de entrada de la línea con Z_L al final

en regimen permanente, han habido infinitas reflexiones, y si que se 'nota' el efecto de todo lo que haya conectado despues de la L.T.

Podemos definir el factor de reflexion en cualquier punto de la linea

$$\rho(z) = \frac{u^- e^{j\beta z}}{u^+ e^{-j\beta z}} = \rho_L e^{2j\beta z} = \underbrace{|\rho_L| \cdot e^{j\phi_L}}_{\rho(z=0)} \cdot e^{2j\beta z}$$

$$\boxed{\rho(z) = |\rho_L| \, e^{j(\phi_L + 2\beta z)}}$$

L.T. Ideal
$|\rho(z)| = |\rho_L|$

Podemos definir la impedancia en cualquier punto de la línea

$$Z(z) = \frac{u(z)}{i(z)} = \frac{u^+e^{-j\beta z} + u^-e^{j\beta z}}{\frac{1}{Z_c}(u^+e^{-j\beta z} - u^-e^{j\beta z})} = Z_c\,\frac{1+\rho(z)}{1-\rho(z)}$$

Podemos particularizar esto para la impedancia de entrada de la línea $Z(-\ell) = Z_i$

$$Z_i = \left.\frac{u(z)}{i(z)}\right|_{z=-\ell} = Z_c\,\frac{u^+e^{-j\beta z} + u^-e^{j\beta z}}{u^+e^{-j\beta z} - u^-e^{j\beta z}} = \dots$$

$$= Z_c\,\frac{Z_L\cos\beta\ell + jZ_c\,\mathrm{sen}\,\beta\ell}{Z_c\cos\beta\ell + jZ_L\,\mathrm{sen}\,\beta\ell}$$

$$\boxed{Z_i = Z_c\,\frac{Z_L + jZ_c\,\mathrm{tg}\,\beta\ell}{Z_c + jZ_L\,\mathrm{tg}\,\beta\ell}}$$

Nótese que en bajas frecuencias $\mathrm{tg}\,\beta\ell \simeq 0$

$$Z_i = Z_c\frac{Z_L}{Z_c} = Z_L$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

En un tramo de L.T. de longitud igual a la longitud de onda, pasamos dos veces por el mismo $Z(z)$
(se repite cada media longitud de onda)

$\boxed{Z_L = 0}$

$$Z_{K} = j\underbrace{Z_c\,\mathrm{tg}\,\beta\ell}_{X_K} = jX_K$$

NOTA: Un cortocircuito se puede comportar como una bobina o un cond.

$\boxed{Z_L = \infty}$

$$Z_{oc} = -j\underbrace{Z_c\,\mathrm{cotg}\,\beta\ell} = jX_{oc}$$

$$\Longrightarrow Z_K \cdot Z_{oc} = Z_c^2$$

$\boxed{\ell = \lambda/4}$

$$\mathrm{tg}\,\beta\ell = \mathrm{tg}\,\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4} = \mathrm{tg}\,\frac{\pi}{2} = \infty$$

$$Z_i = Z_c\cdot\frac{Z_c}{Z_L} = \frac{Z_c^2}{Z_L} \qquad \frac{Z_i}{Z_c} = \frac{Z_c}{Z_L} = \frac{1}{Z_L/Z_c}$$

Impedancia normalizada: dividir por Z_c sin dimensiones

$$z_i = \frac{Z_i}{Z_c} \qquad z_L = \frac{Z_L}{Z_c}$$

$$z_i = \frac{1}{z_L}$$ un tramo de $\lambda/4$: inversor de impedancias

4. Relación de onda estacionaria

$$u = u^+ e^{-j\beta z} + u^- e^{j\beta z} = u^+ e^{-j\beta z}(1+\rho(z))$$

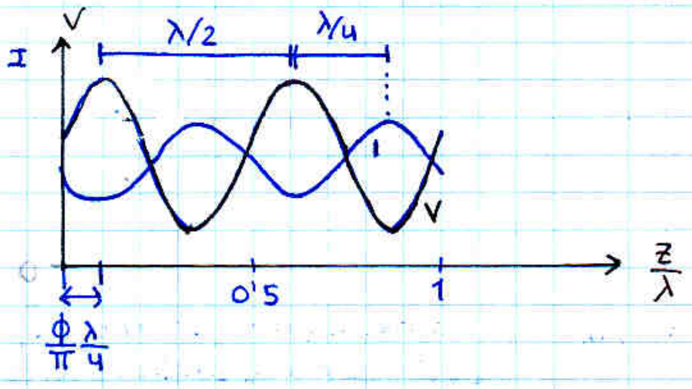
$$i = \frac{1}{Z_c}\left(u^+ e^{-j\beta z} - u^- e^{j\beta z}\right) = \frac{u^+}{Z_c} e^{-j\beta z}(1-\rho(z))$$

$$\rho(z) = |\rho_L| e^{j(\phi_L + 2\beta z)}$$

Por tanto:

$$|u| = |u^+| \sqrt{1+|\rho_L|^2 + 2|\rho_L|\cos(\phi_L + 2\beta z)}$$

$$|i| = \frac{|u^+|}{Z_c}\sqrt{1+|\rho_L|^2 - 2|\rho_L|\cos(\phi_L + 2\beta z)}$$



los máximos de tensión coinciden con los mínimos de la corriente

---

$$|u|_m = |u^+|\sqrt{1+|\rho_L|^2 + 2|\rho_L|} = |u^+|(1+|\rho_L|)$$

$$|i|_{min} = \frac{|u^+|}{Z_c}(1-|\rho_L|)$$

$$|u|_{min} = |u^+|(1-|\rho_L|)$$

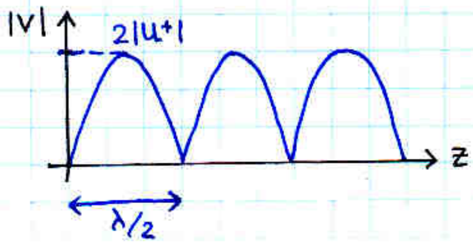
$$|i|_{max} = \frac{|u^+|}{Z_c}(1+|\rho_L|)$$

$$\boxed{s = ROE = SWR = VSWR = \frac{|u|max}{|u|min} = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|}}$$

$1 \leq s \leq \infty$

adaptación perfecta — total desadaptación

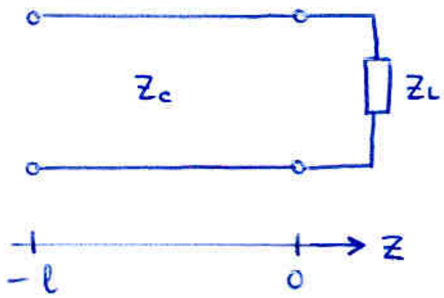
Caso $|\rho| = 1$



En escala logarítmica

$$s(dB) = 20 \log s$$

5. Balance de Potencias



$$P_L = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\,(u \cdot i^*)$$

$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left((u^+ + u^-)\cdot \frac{1}{Z_c}(u^{+*} - u^{-*})\right)$$

$$= \frac{1}{2Z_c}\,\mathrm{Re}\left(|u^+|^2 - |u^-|^2 + \underbrace{u^{+*}u^- - u^+u^{-*}}_{2j\,\mathrm{sen}(\varphi^- - \varphi^+)}\right)$$

$$= \frac{1}{2Z_c}\left(|u^+|^2 - |u^-|^2\right)$$

$$= \frac{|u^+|^2}{2Z_c}\left(1 - \frac{|u^-|^2}{|u^+|^2}\right)$$

$$= \underbrace{\frac{|u^+|^2}{2Z_c}}_{p^+\,:\ \text{pot onda incidente}}\left(1 - |\rho_L|^2\right)$$

Potencia entregada a la carga:

$$\boxed{P_L = p^+(1 - |\rho_L|^2) = p^+ - p^-} \qquad p^+ = \frac{|u^+|^2}{2Z_c}$$

Atenuación de adaptación (Return Loss)

$$A_z = 10 \log \frac{p^+}{p^-} = 10 \log \frac{|u^+|^2}{|u^-|^2} = 10 \log \frac{1}{|\rho_L|^2}$$

Atenuación de reflexión (Reflection Loss)

$$A_r = 10 \log \frac{p^+}{P_L} = 10 \log \frac{1}{1 - |\rho_L|^2}$$

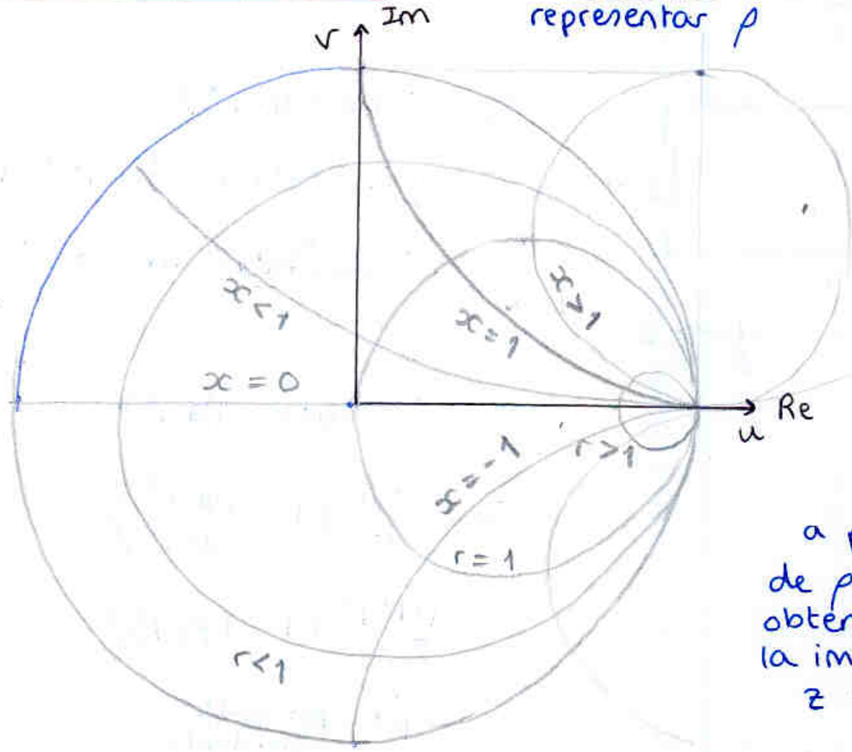
traer a Pedro
· sistemas
· tx de datos

6. Carta de Smith

Podemos representar ρ

comport. induct

comport. capacitivo



a partir de los valores de $\rho = u + jv$ podemos obtener los valores de la imp. normalizada $z = r + jx$

$$z(z) = \frac{1+\rho(z)}{1-\rho(z)} = \frac{1+u+jv}{1-u-jv} = r + jx$$

imped. normalizada

$\rho = u + jv$

Igualando parte real e imaginaria

$$\begin{cases} \left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1+r)^2} \\ (u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} \end{cases}$$

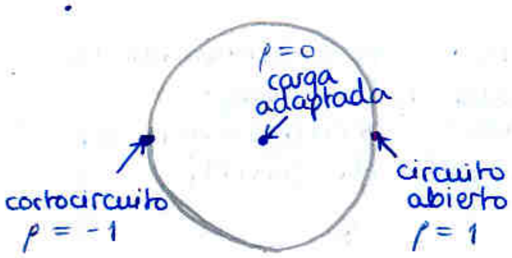
ejemplo de uso:

$\mathrm{Re}(z(z)) = r = 1 \Rightarrow$ circunf centrada en $(\frac{1}{2}, 0)$ radio $\frac{1}{2}$

$\mathrm{Im}(z(z)) = x = 1 \Rightarrow$ circunf centrada en $(1, 1)$ radio 1
(sólo un cuarto de la circunf está dentro de la carta de Smith: esos son los valores válidos)

- A lo largo de una linea de transmisión $|\rho|$ es constante
  ↳ equivale a circunferencia en $(0,0)$
- Como ρ es periódico cada $\lambda/2$, el valor de $\lambda(z)$ va dando vueltas en la circunferencia centrada en $(0,0)$ siendo cada vuelta equivalente a $\lambda/2$

  según hacia donde vayamos giramos en un sentido u otro

- 

Se ve que al avanzar $\lambda/4$ en la línea (media vuelta de ρ) podemos llegar de cortocircuito a circuito abierto.

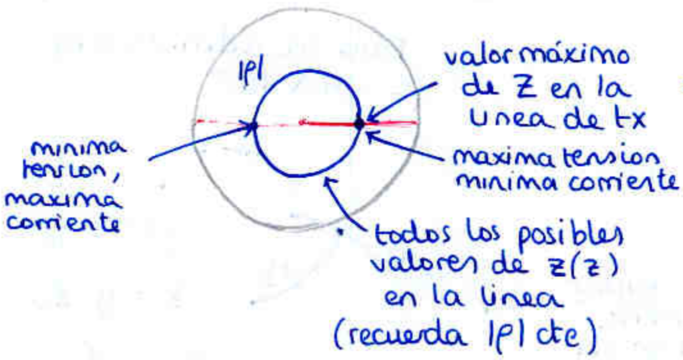
truco:
cortocircuito $\Rightarrow$ $U = 0 \Rightarrow \rho = -1$
$(U^+ + \rho U^+ = 0)$

- $|U|_m = |U^+| + |U^-|$

$$|i|_{min} = \frac{|U^+| + |U^-|}{Z_c}$$

$$Z_{max} = \frac{|U|_m}{|i|_{min}} = Z_c \frac{1+|\rho|}{1-|\rho|} = Z_c \cdot S$$

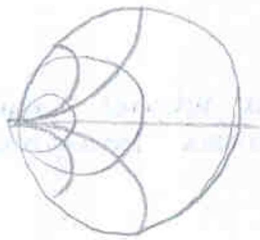
$$z_{max} = S$$



Por tanto conociendo S (ROE) podemos dibujar directamente la circunferencia que define ρ

- Trabajar con admitancias
  Si se desarrolla sale algo contrario/dual

  Podemos reutilizar la carta de Smith haciendo un giro de 180°, haciéndolo, todos los valores numéricos que aparecen serán ahora admitancias



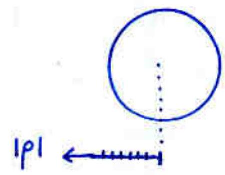
Lo único que cambia es que máxima tensión/mínima corriente está a la izquierda, y mínima tensión/máxima corriente está a la derecha. → también se intercambian posiciones cortocircuito y circuito abierto

Todo lo demás sigue igual; se siguen manteniendo las direcciones en las que se gira, valores leídos, ...

Ejercicios

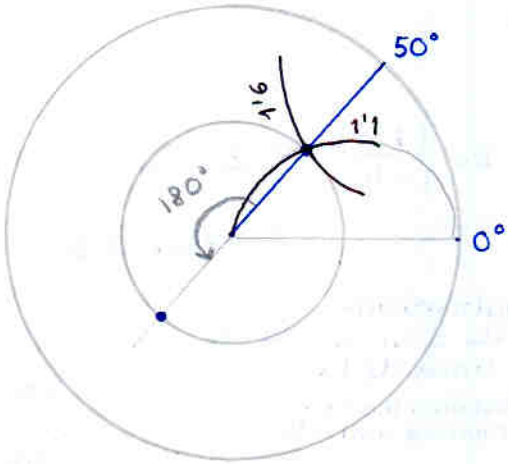
$\rho = 0'6 \angle 50°$

$Z_c = 50\,\Omega$



Abrir el compas utilizando la escala |ρ| y luego trazar circunferencia en la carta de smith

Ahora trazar una recta hasta los 50°



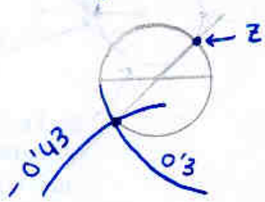
Se obtiene

$z = 1'1 + j\,1'6$

$Z = z Z_c$

$= 55 + j\,80\,\Omega$

Para la admitancia se gira 180°



no olvidar signo menos por estar en la parte de abajo

$y = 0'3 - j\,0'43$

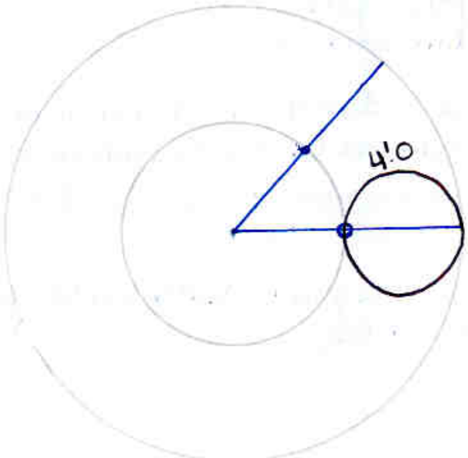
$Y = y \cdot Y_c$

$Y = \dfrac{y}{Z_c}$

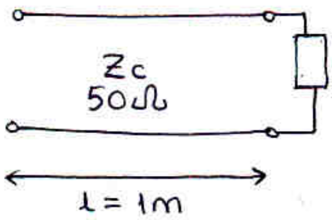
$Y = 0'005 - j\,0'0086$ S

Siemens 'S' mayúscula

Para obtener s miramos donde cruza la linea imaginario = 0 y leemos valor real



$s = 4$



$Z_L = 30 + 60j$

$f = 100\,MHz$

se pide Z_i

Dibujar z_L (hallar $\mathrm{Re} = \frac{30}{50} = 0'6$ y $\mathrm{Im} = \frac{60}{50} = 1'2$)

$$\lambda = \frac{c}{f} \underset{\uparrow}{=} \frac{c_0}{f} = \frac{3 \cdot 10^8\, ms^{-1}}{100\,MHz} = 3\,m$$

asegurarse.
En examenes
suelen dar
ε_r y $c \neq c_0$

$$l = \frac{l}{\lambda} \cdot \lambda = \frac{1}{3} \lambda = \underbrace{0}\,'\hat{3}\, \lambda$$

siempre
hay que olvidarse
de la parte no decimal y de los 0'5 que sobren
(vueltas enteras) = multiplos de 0'5

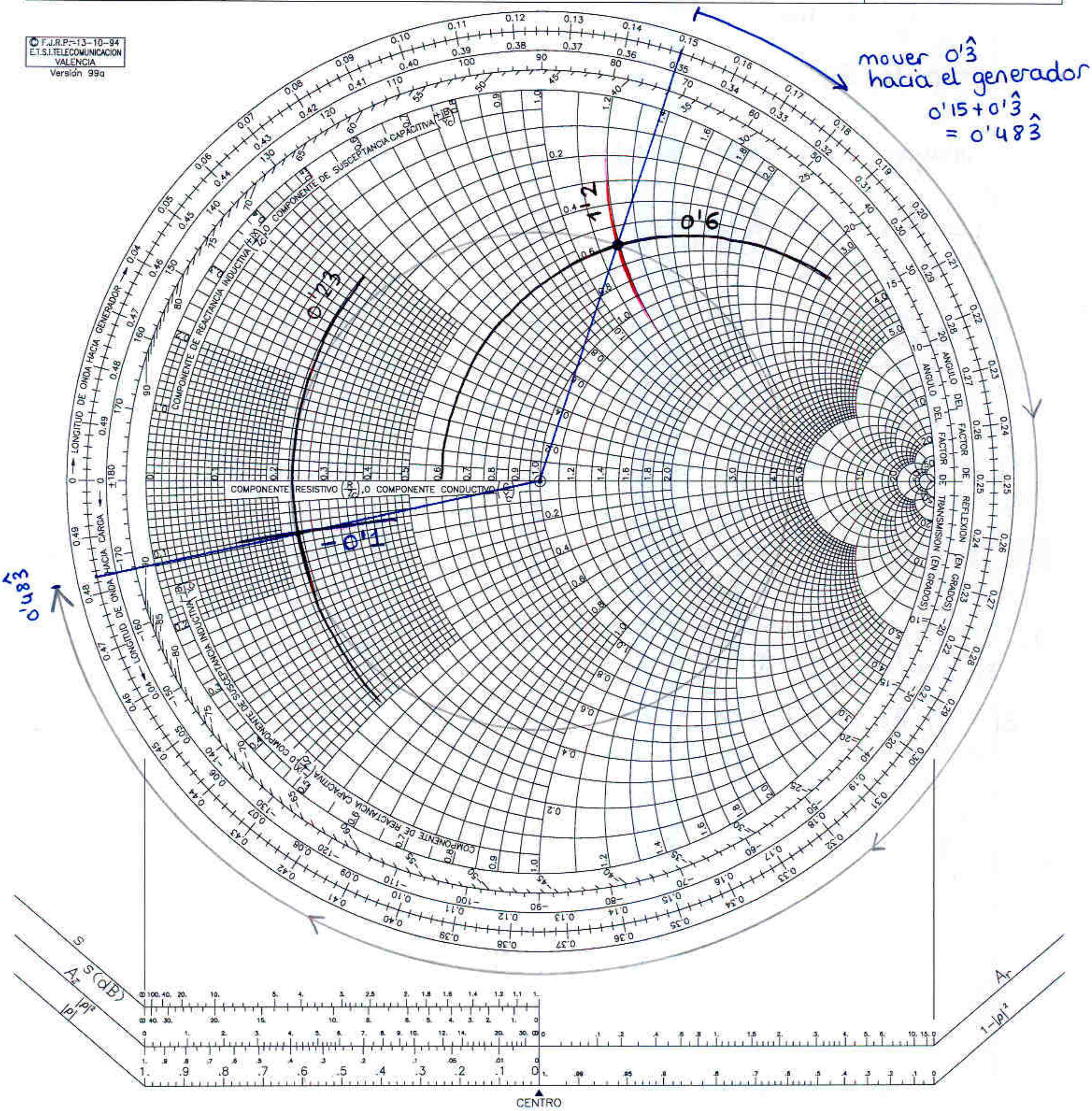
ej. $24'7\,\lambda$) $-24'5$
$= 0'2\,\lambda$

$z_i = 0'23 - j\,0'1$

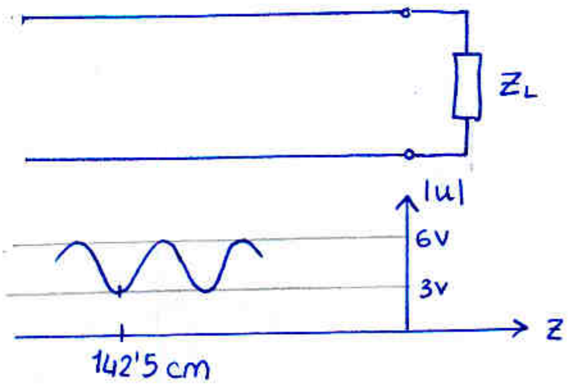
$Z_i = z_i \cdot Z_c = 11'5 - j5\ \Omega$

CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS	FECHA



s	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\lvert\rho\rvert^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia



$Z_c = 50\,\Omega$

$f = 500$ MHz

¿ Z_L ?

Nos dan indirectamente s

$$s = \frac{|u|_m}{|u|_{min}} = \frac{6}{3} = 2$$

Pinchamos compas al centro y abrimos hasta $\mathbb{R}e = s = 2$
Hacemos circunferencia.

Donde esa circunferencia corte el eje x' negativo = mínimo de tensión

Ya solo queda mover hacia la carga 142'5 cm

$$\lambda = 60\text{ cm}$$

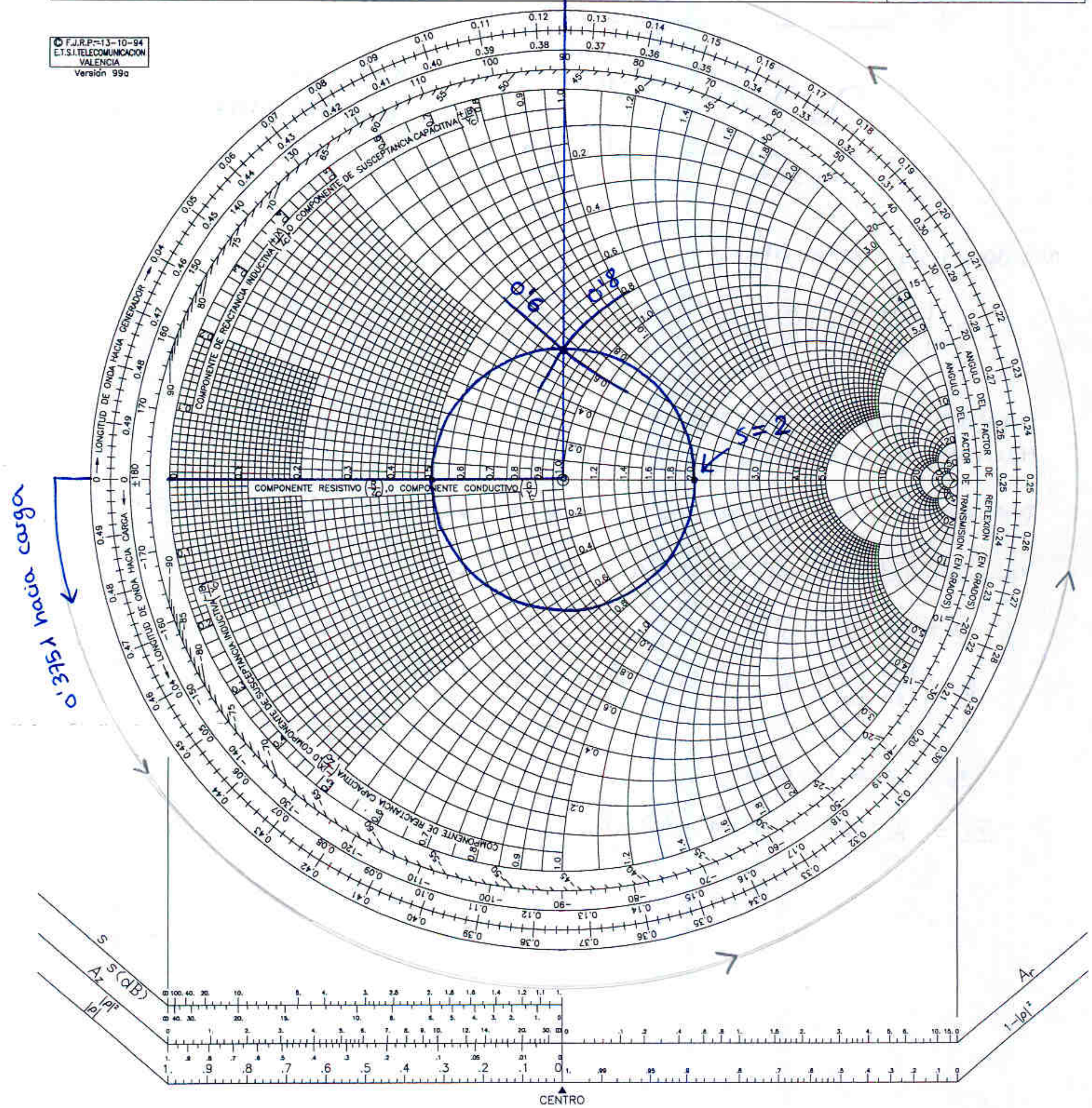
$$\ell = \frac{142'5\text{ cm}}{60\text{ cm}} \cdot \lambda = 2'375\,\lambda = 0'375\,\lambda$$

$$z_L = 0'8 + j\,0'6$$

$$Z_L = z_L \cdot Z_c = 40 + j\,30\,\Omega$$

CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS 0'375λ	FECHA



s	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\|\rho\|^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

Adaptación de impedancias

Adaptación es el centro de la carta de smith $(1+j0)$

ejemplo anterior $Z_L = 40 + j30$

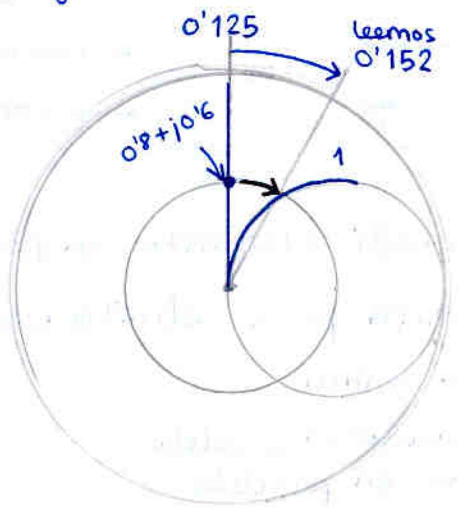
$z_L = 0'8 + j0'6$

Posible adaptador ; poner en serie $z = \underbrace{0'2}_{\text{resistencia}} \underbrace{- j0'6}_{\text{condensador}}$

Así evitamos reflexiones PERO hemos utilizado una resistencia que disipa potencia (i.e. la potencia que antes se reflejaba ahora la consume la resistencia?)

No cumplimos la máxima transferencia de potencia.

Para cumplirla solo 'vale' añadir elementos reactivos
¿Como conseguimos entonces $z_L = 1$?



Puedo hallar un punto en la linea de transmisión en el cual $\mathrm{Re} = 1$

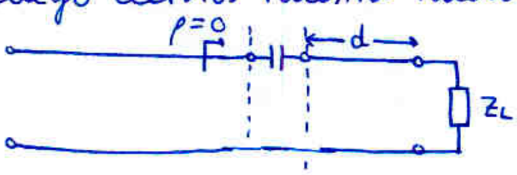
Ahora ya podemos añadir elemento reactivo para que cancele la parte reactiva.

En ese punto de la linea de tx, que siempre es un punto hacia el generador girar en sentido agujas del reloj.

¿Qué longitud de linea necesitamos?

Desplazamos $0'027\lambda = 0'152 - 0'125$ desde la carga hacia el generador

Luego leemos nuestra nueva posición : $z = 1 + j0'7$



añadimos elemento $-j0'7$ en serie en la linea de txr en la posicion correcta

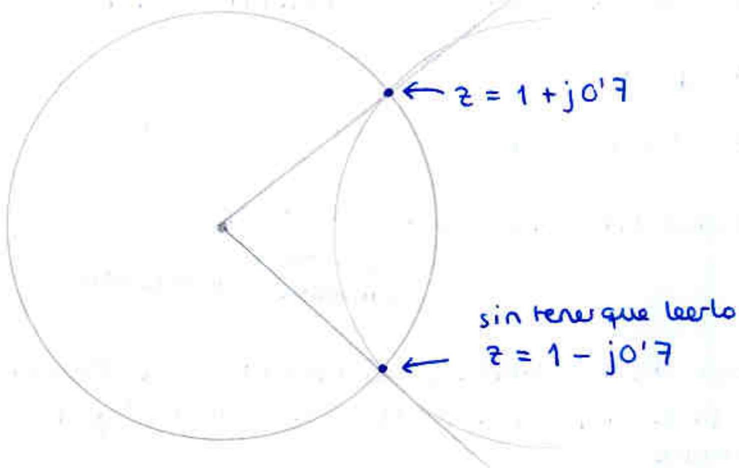
$$-\frac{j}{wC} = -j0'7 \cdot Z_C$$

Adaptador de banda estrecha

Cuidado: este adaptador vale unicamente para una frecuencia.
o una banda estrecha si pedimos $|\rho| \leq \rho_{max}$

Nota:

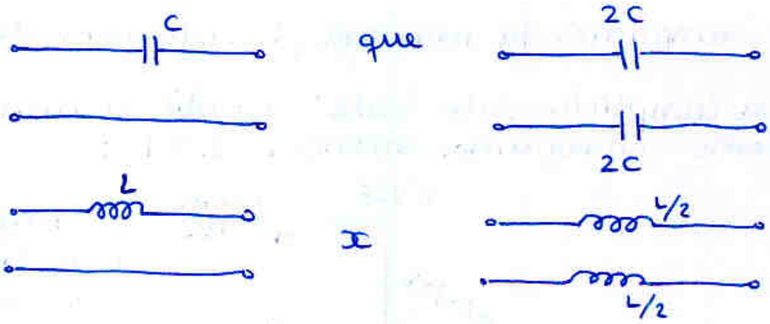
Hay mas de un punto donde $\mathrm{Re} = 1$ (de hecho hay 2)



2 soluciones

Asi que tambien serviria poner una bobina en esta otra distancia

Nota: es lo mismo



Nota: a veces es mas facil añadir elementos en paralelo en la linea de trasmisión.

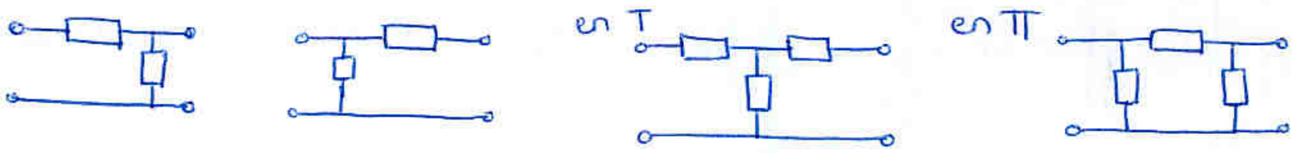
↳ Utilizar la carta de Smith para admitancias

- Seguimos girando en mismo sentido
- Ahora j positiva → condensador en paralelo
  j negativa → bobina en paralelo

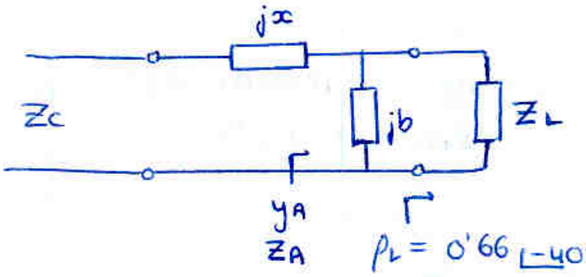
2 soluciones mas

Nota: recuerda que una impedancia reactiva se puede conseguir con una linea de tx acabada en cortocircuito o circuito abierto

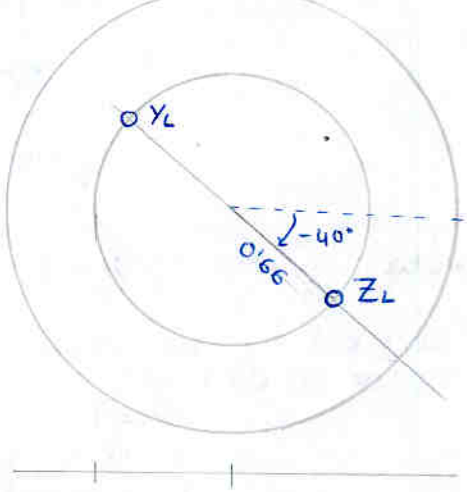
Adaptación con varios elementos



ejemplo:



$\rho_L = 0'66 \angle -40°$



1° Identificar 0'66 en la carta de Smith para sacar Z_L

se obtiene $Z_L = 1'3 - j2$

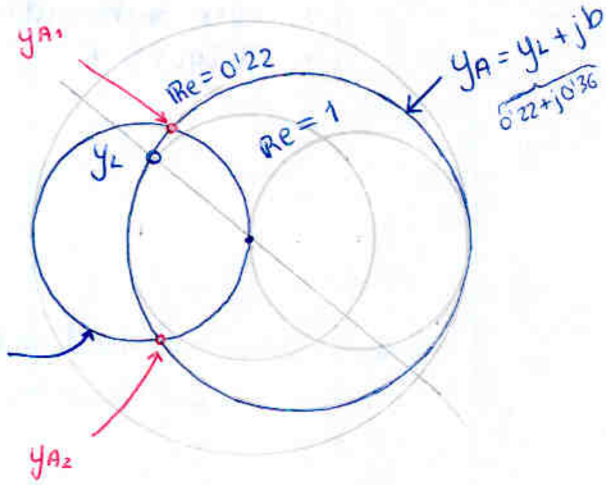
2°. Como el primer elemento está en paralelo, trabajo con admitancias

se obtiene $Y_L = 0'22 + j0'36$

3° $y_A = y_L + jb$

Tendrá la misma parte real (0'22) y sólo podrá variar la parte imaginaria.

Posibles valores de y_A: la circunferencia de parte real 0'22



4° z_A debe tener parte real = 1.
Dibujamos circunferencia Re = 1 y rotamos 180° para pasarlo al plano de admitancias

5° Puntos de cruce de las dos circunferencias
(pueden ser dos soluciones, una, o ninguna)
obtenemos

$y_{A_1} = 0'22 + j0'42$

$y_{A_2} = 0'22 - j0'42$

⇒ Son los puntos en los que y

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathrm{Re}(y_A) = \mathrm{Re}(z_L) \\ \mathrm{Re}(\underset{1/y_A}{\underbrace{z_A}}) = 1 \end{array}}$$

2 circunferencias que se cortan en uno, dos, o ningún punto
⇓
soluciones de y_A

6°

$$\boxed{jb = y_A - y_L}$$

$jb_1 = y_{A1} - y_L = j0'06 \longrightarrow \frac{j0'06}{Z_c} = j\omega C \rightsquigarrow C = 0'637\,pF$

$jb_2 = y_{A2} - y_L$

7° Obtener jx para que la impedancia total sea uno

$$\boxed{Z_i = Z_{A1} + jX_1 = 1}$$

$1 - j1'9 + jX_1 = 1$

Obtener Z_{A1} rotando 180° y_{A1}

$Z_{A1} = 1 - j1'9$

$jX_1 = j1'9$

$j \cdot 1'9 \cdot Z_c = j\omega L \rightsquigarrow L = 50'4\,nH$

Nota: si $\mathrm{Re}(y_L) > 1 \Rightarrow$ No se cortan las circunferencias

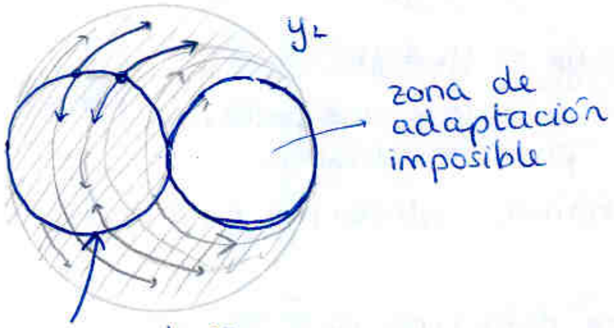
Se puede ver con un poco de razonamiento si vamos avanzando desde Z_i hacia la derecha:

- $Z_i = 1$
- Z_A será $1 + jX$ (toda la circunferencia $\mathrm{Re} = 1$)
- $y_A \rightarrow$ (toda la circunf $\mathrm{Re}=1$ rotada 180°)
- y_L será $y_A + jb$

(todos los valores reales posibles de y_A con cualquier parte imaginaria)

i.e. parte sombreada

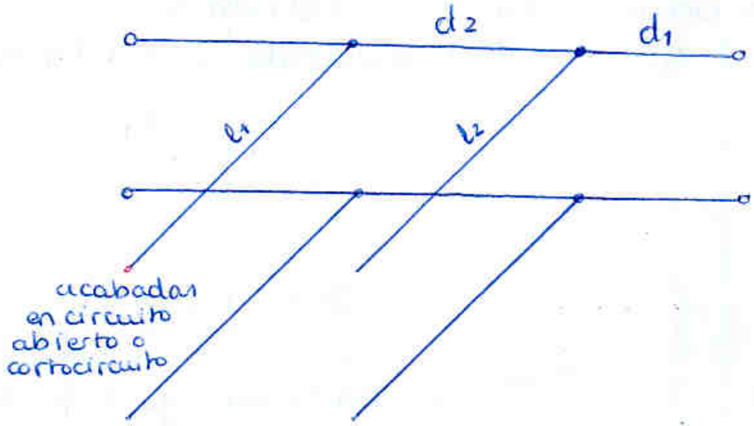
i.e. $\mathrm{Re}(y_L) \geq 1$

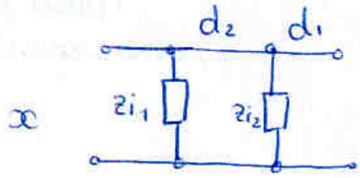


a los ∞ valores reales de esta circunferencia (y_A) les podemos añadir cualquier parte imaginaria (jb) para abarcar todos los posibles valores de $y_L = y_A + jb$

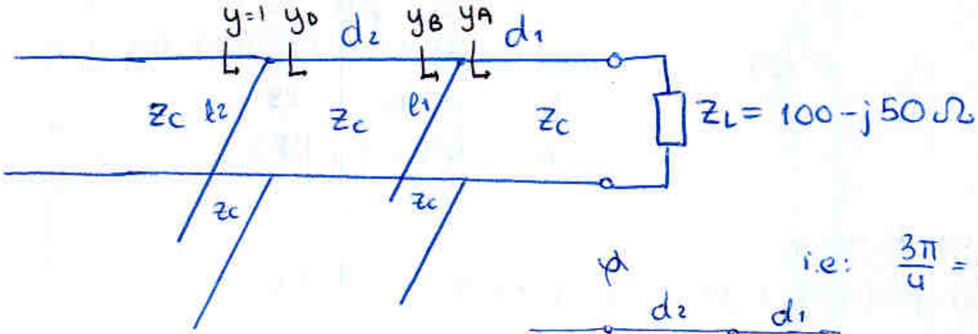
Es tambien habitual que jx y jb tengan limitaciones en su valor, en cuyo caso habría que pensar la zona de adaptación

Stub





ejemplo



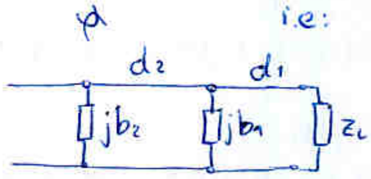
Datos:

$Z_C = 50\,\Omega$

$d_1 = 0'028\,\lambda$

$d_2 \underset{\text{dejarla}}{\rightarrow} \frac{3\pi}{4}$ rad

i.e: $\frac{3\pi}{4} = \beta \cdot d_2 \rightarrow d_2 = 0'375\,\lambda$



Desde Zi hacia derecha

$1 = y_D + j\,b_2$

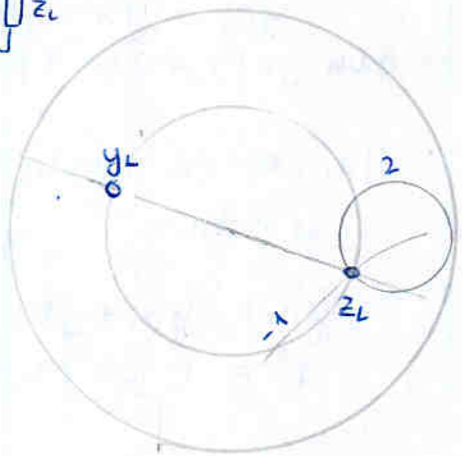
$y_D = 1 - j b_2$

1° Ubicar $z_L = 2 - j$

Lo cambio a y_L

se obtiene

$y_L = 0'4 + j0'2$

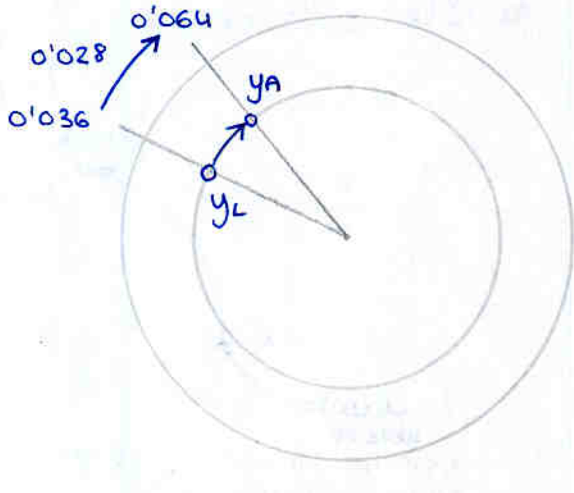


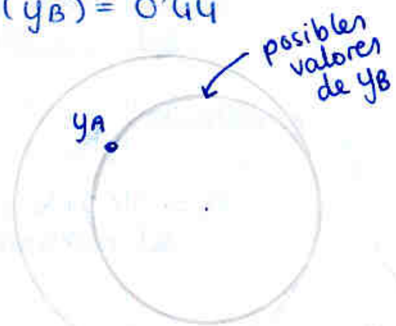
2° Desplazarse d_1 hacia generador para obtener $y_A = 0'44 + j0'36$

3° $y_B = y_A + j b_1$

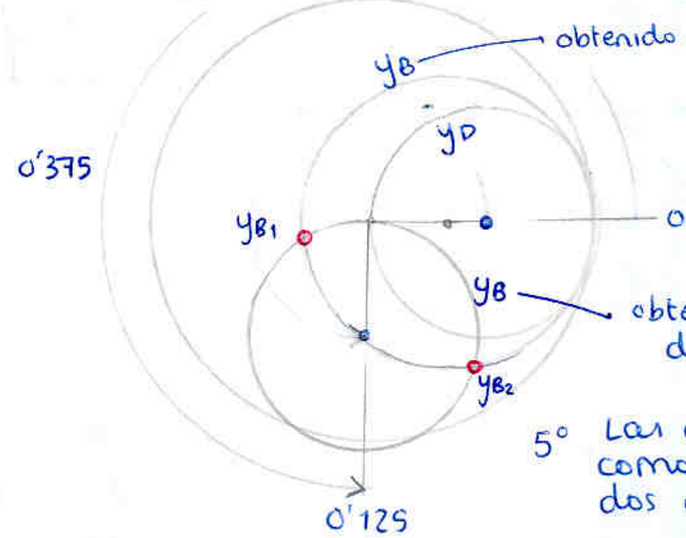
$= 0'44 + j b_1 + j0'36$

y_B estará en la circunferencia $\mathrm{Re}(y_B) = 0'44$





4° y_D es y_B desplazado $0'375\lambda$ hacia generador
(rotar toda la circunferencia = rotar el centro)
o, más sencillo: y_B es y_D (circunf $\mathrm{Re}=1$) desplazado $0'375\lambda$ hacia carga



5° Las dos soluciones se obtienen como si igualáramos las dos circunferencias de y_B

$y_{B1} = 0'44 - j0'18$
$y_{B2} = 0'44 - j1'85$

6°

$$y_{B1} = y_A + jb_{11}$$
$$0'44 - j0'18 = 0'44 + j0'36 + jb_{11} \rightarrow jb_{11} = -j0'54$$

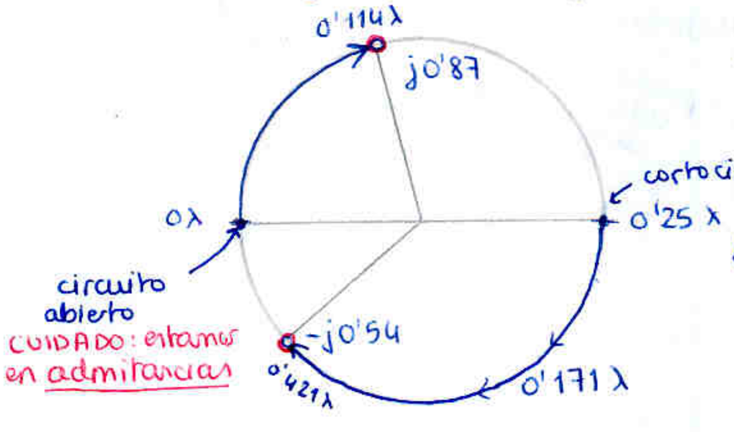
$$y_{B2} = y_A + jb_{12}$$
$$0'44 - j1'85 = 0'44 + j0'36 + jb_{12} \rightarrow jb_{12} =$$

7° y_{D1} es y_{B1} rotada/desplazada $0'375\lambda$ hacia generador

se obtiene $\quad y_{D1} = 1 - j0'87$

$$y_i = y_{D1} + jb_{21}$$
$$1 = 1 - j0'87 + jb_{21} \rightsquigarrow jb_{21} = j0'87$$

8° Ya sólo falta obtener ℓ_1 para $jb_{11} = -j0'54$
y ℓ_2 para $jb_{21} = j0'87$

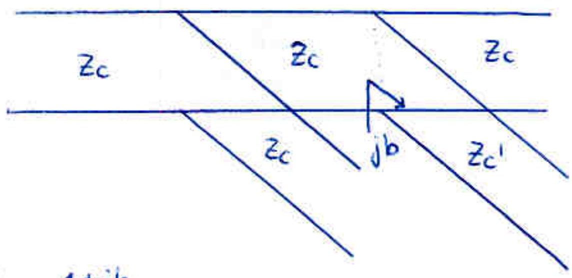


$\ell_2 = 0'114\lambda$ partiendo del circuito abierto

$\ell_1 = 0'171\lambda$ partiendo del corto circuito

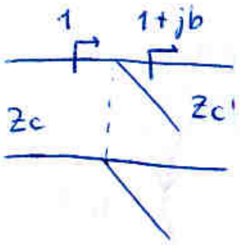
¿Y si en un tramo varía la impedancia característica?

ej



Hay que
- des normalizar el valor jb
- volver a normalizar usando Z_c'

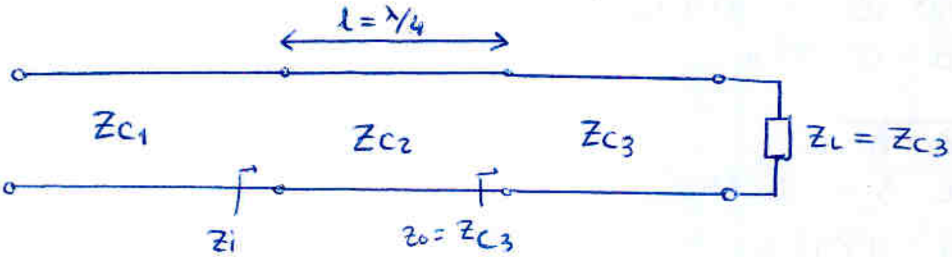
ej



en el segundo tramo ya no sería la circunferencia $\mathrm{Re} = 1$
- Habría que desnormalizar 1 : Z_c
- Normalizar respecto a Z_c' : $\frac{Z_c}{Z_c'}$

Sería la circunferencia $\mathrm{Re} = \frac{Z_c}{Z_c'}$

Adaptar mediante línea en $\lambda/4$



$$Z_i = Z_{c2} \frac{Z_{c3} + j Z_{c2} \operatorname{tg}(\beta \lambda/4)}{Z_{c2} + j Z_{c3} \operatorname{tg}(\beta \lambda/4)} = \frac{Z_{c2}^2}{Z_{c3}}$$

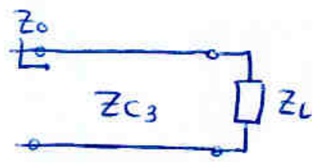
como queremos adaptación $\quad Z_i = \frac{Z_{c2}^2}{Z_{c3}} = Z_{c1}$

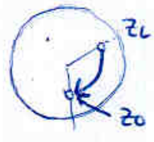
$$\hookrightarrow \boxed{Z_{c2} = \sqrt{Z_{c1} \cdot Z_{c3}}}$$

Problema: si $Z_L \neq Z_{c3}$

entonces $Z_{c2} = \sqrt{Z_{c1} \cdot Z_o}$

$\hookrightarrow Z_o$ es

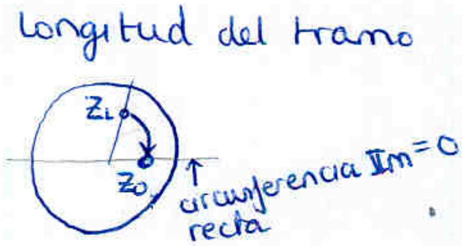




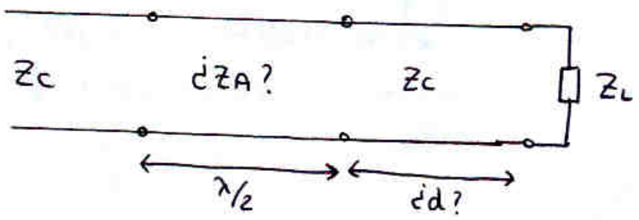
Z_o podría ser complejo

$\hookrightarrow$ Saldría Z_{c2} complejo $\rightarrow$ No es posible

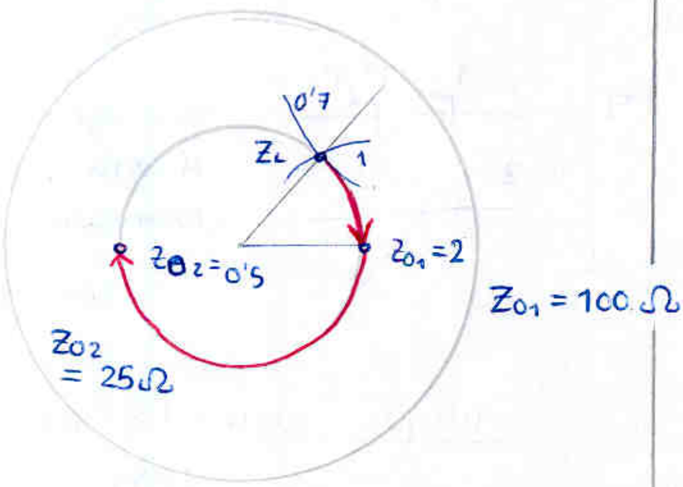
Solución: Habría que ajustar la longitud del tramo Z_{c3} para que Z_o sea real



ejercicio



$Z_c = 50\,\Omega$
$Z_L = 50 + j35\,\Omega$
queremos $Z_{in} = 50\,\Omega = Z_c$



- Hallamos z_L en carta de smith

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_c} = 1 + j0'7$$

- Hallar intersección con $\mathrm{Im} = 0$ y hallar el desplazamiento hacia generador

$$Z_{A_1} = \sqrt{Z_c \cdot Z_{o_1}} = \sqrt{50 \cdot 100} = 70'7\,\Omega$$
con $d = 0'098\,\lambda$

$$Z_{A_2} = \sqrt{Z_c \cdot Z_{o_2}} = \sqrt{50 \cdot 25} = 35'35\,\Omega$$
con $d = 0'348\,\lambda$

recuerda: inversor de impedancia

$$Z_{in} = \frac{Z_c^2}{Z_L} \rightsquigarrow Z_c = \sqrt{Z_L \cdot Z_{in}}$$

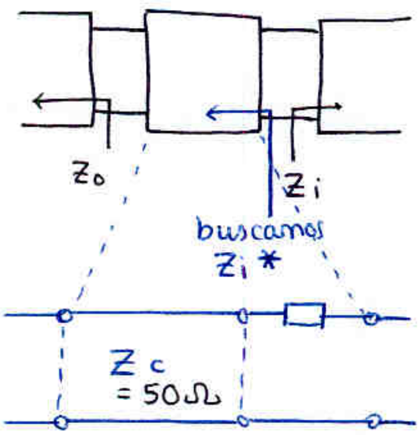
Síntesis de impedancia

El método será el mismo que el de adaptar impedancias, pero en vez de buscar el centro buscamos cualquier punto de la carta de Smith

Por ejemplo: con linea y elemento en serie

Con la linea llegamos a $\mathbb{R}e = \mathbb{R}e(z_{deseada})$
y luego con reactancia en serie ajustamos $\mathbb{I}m = \mathbb{I}m(z_{deseada})$

ejercicio: Quiero interconectar 2 elementos



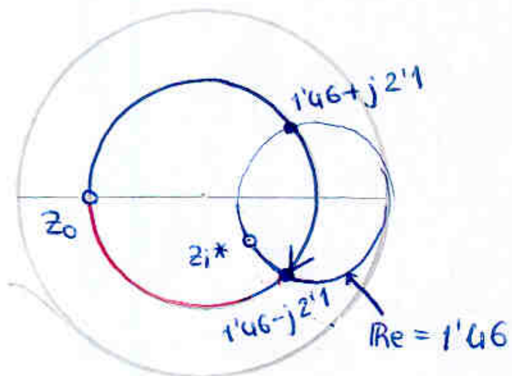
$Z_0 = 10\,\Omega$
$Z_i = 73 + j43\,\Omega$

Normalizando

$z_0 = 0'2$

$z_i^* = 1'46 - j0'86$

1 . localizamos z_0



¿Porque hacia generador?
Como estamos midiendo z hacia la izquierda, consideramos la carga a la izquierda

La z se mide hacia la carga
i.e.
la carga la consideramos hacia donde midamos z

2. Nos movemos hacia generador hasta encontrar la circunf $\mathbb{R}e = 1'46$.
Como siempre hallaré 2 valores – sirve cualquiera

La distancia que nos hallamos desplazado será la distancia de la linea

3. Elemento reactivo que nos coloque en $z_i^* = 1'46 - j0'86$
como estamos en $1'46 - j2'1$

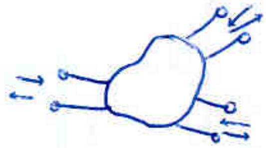
El elemento en serie será $j1'24$ $\quad (-2'1 + 1'24 = -0'86)$

TEMA 7. Introducción a los Parámetros Dispersivos

7.1 Introducción

Para caracterizar el comportamiento de un dispositivo con n entradas

cada entrada tendrá
sus ondas
tx y reflejadas



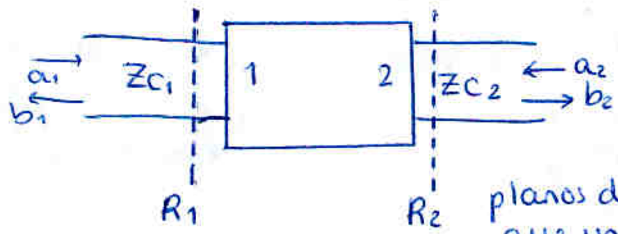
Definimos:

a , b

$$P^+ = \frac{1}{2}|a|^2 \overset{\text{sabiendo}}{=} \frac{1}{2}\frac{|V^+|^2}{Z_c}$$
$$P^- = \frac{1}{2}|b|^2 = \frac{1}{2}\frac{|V^-|^2}{Z_c}$$
$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{u^+}{\sqrt{Z_c}} \qquad b = \frac{u^-}{\sqrt{Z_c}}}$$

$$\boxed{P = P^+ - P^- = \frac{1}{2}(|a|^2 - |b|^2)}$$

7.2 Parámetros S



planos de referencia → importante; ya sabemos que un tramo de línea de tx modifica las características

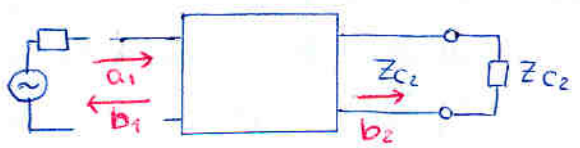
Defino:

$$\boxed{\begin{aligned} b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{aligned}} \equiv \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{matriz de parámetros S}}}{S} \cdot a$$

¿Cómo hallamos los parámetros S?

Suponiendo adaptación



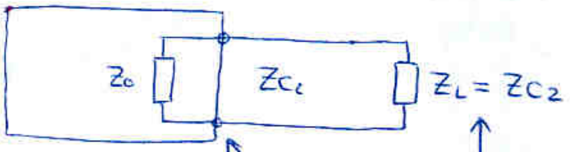
Como $a_2 = 0$; sustituyendo;

$b_1 = S_{11}a_1 \longrightarrow S_{11} = b_1/a_1$

$b_2 = S_{21}a_1 \longrightarrow S_{21} = b_2/a_1$

En general; ir colocando carga adaptada en TODOS los accesos salvo en uno donde colocamos un generador

Se llama terminar los accesos de un dispositivo
No se llama adaptar porque no tiene porque cumplirse la adaptación



$\boxed{S_{ii}}$ Interpretación física $\quad S_{ii} = \left.\dfrac{b_i}{a_i}\right|_{a_j=0\ \forall j\neq i} = \dfrac{u^-}{u^+}$

$a = u^+/\sqrt{Z_C}$
$b = u^-/\sqrt{Z_C}$

Por tanto: $\boxed{S_{ii} = \rho_i}$ Con todos los accesos terminados

i.e. un elemento de un solo acceso
ej: carga adapta tiene matriz $S = S_{11} = \rho$

además $|S_{ii}|^2 = \dfrac{|b_i|^2}{|a_i|^2} = \dfrac{P_i^+}{P_i^-}$

$\boxed{S_{ji}}$ $\quad S_{ji} = \dfrac{b_j}{a_i} = \dfrac{u_j/\sqrt{Z_{Cj}}}{u_i/\sqrt{Z_{Ci}}}$ no tiene significado físico claro

$$|S_{ji}|^2 = \frac{|b_j|^2}{|a_i|^2} = \frac{P_j^-}{P_i^+}$$

Propiedades de Interés:

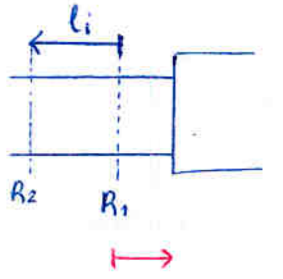
- Red Pasiva $\Longrightarrow |S_{ij}| \leq 1 \quad \forall i \forall j$
- Red Pasiva, Lineal, Dieléctrico Isótropo (todos menos los que tienen ferrita) $\Longrightarrow$ matriz S simétrica $\Leftrightarrow S_{ij} = S_{ji} \Rightarrow$ Red es recíproca
- Circuito sin Pérdidas $\Longrightarrow$ S es unitaria $\Leftrightarrow S^t \cdot S = I$

Se deducen relaciones que son

$$\sum_{i=1}^{n} S_{ji}^* S_{ij} = \sum_{i=1}^{n} |S_{ij}|^2 = 1 \quad j = 1,2,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{n} S_{ip} S_{iq}^* = 0 \quad \forall p \neq q$$

- Si varía el plano de referencia; estoy añadiendo o quitando línea de tx.



si nos movemos hacia dentro l es negativo

$$S' = P \cdot S \cdot P$$

$$P = \begin{pmatrix} e^{-\gamma_1 l_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 l_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-\gamma_n l_n} \end{pmatrix}$$

No representa mas que la variación de fase en el caso de l. de tx ideal

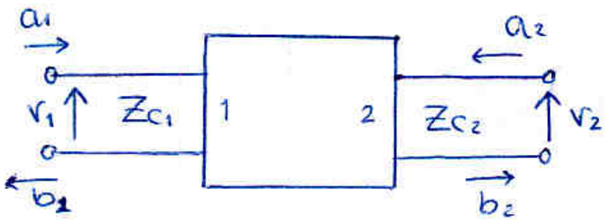
Aparece delante y detrás porque el nuevo tramo se recorre una vez al ir y otra al volver

Lo que hacemos es:

$$S'_{ij} = S_{ij}\, e^{-j(\beta_i l_i + \beta_j l_j)}$$

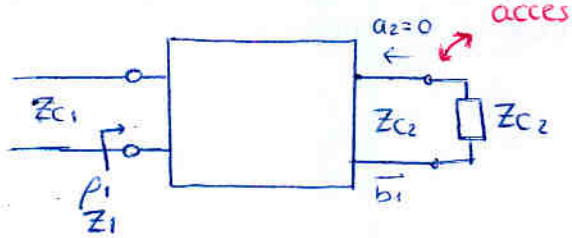
$$\text{si} \quad \beta_i = \beta_j = \beta \Rightarrow \begin{cases} S'_{ij} = S_{ij}\, e^{-j\beta(l_i + l_j)} \\ S'_{ii} = S_{ii}\, e^{-2j\beta l_i} \end{cases}$$

7.3 Redes de 2 accesos



$$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0} = \rho_1$$

acceso terminado



$$\rho_1 = \frac{Z_1 - Z_{C_1}}{Z_1 + Z_{C_1}}$$

Pero recuerda: Calcula Z_1 TENIENDO EN CUENTA la Z_{C_2} al final de la línea del otro acceso.

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0}$$

$$u_1 = u_1^+ + u_1^- = \sqrt{Z_{c1}}(a_1+b_1) = \sqrt{Z_{c1}}\cdot a_1(1+S_{11})$$

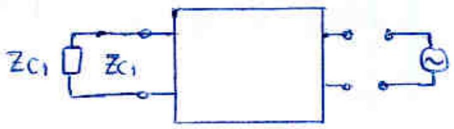
$$\Rightarrow \quad a_1 = \frac{u_1}{\sqrt{Z_{c1}}}\cdot\frac{1}{(1+S_{11})}$$

$$u_2 = u_2^+ + u_2^- = \sqrt{Z_{c2}}(\underbrace{a_2}_{0}+b_2) = \sqrt{Z_{c2}}\, b_2$$

$$\Rightarrow \quad b_2 = \frac{u_2}{\sqrt{Z_{c2}}}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{u_2}{\sqrt{Z_{c2}}}\cdot\frac{\sqrt{Z_{c1}}}{u_1}\cdot(1+S_{11}) = \frac{u_2}{u_1}\cdot\sqrt{\frac{Z_{c1}}{Z_{c2}}}\,(1+S_{11})$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2}\Big|_{a_1=0}$$



Nota: calcular S_{22} antes de S_{12}, ya que lo necesita

$$= \rho_2 = \frac{Z_2 - Z_{c2}}{Z_2 + Z_{c2}}$$

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2}\Big|_{a_1=0} = \frac{u_1}{u_2}\sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}}\,(1+S_{22})$$

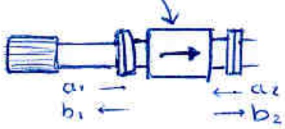
MUCHAS veces simplifica mucho utilizar alguna de las propiedades para poder calcular los parámetros s

7.4 Redes No Recíprocas

Recuerda: recíproco = funciona igual en ambas direcciones
ej. atenuador

Ejemplos:

- Aislador (visto en lab. radio)



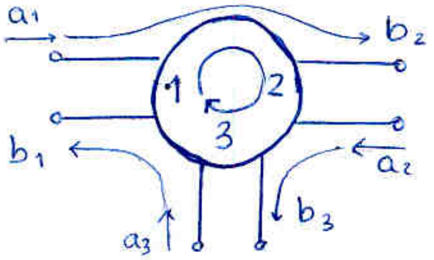
se consigue con efectos magnéticos (tiene un imán)

Los parámetros se calculan de forma inmediata:
(en el caso ideal)

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} = 0 \qquad S_{12} = \frac{b_1}{a_2} = 0$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = 1 \qquad S_{22} = \frac{b_2}{a_2} = 0$$

- Circulador cada entrada sale toda por una salida

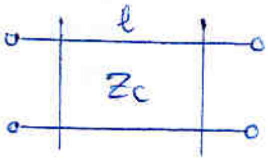


Truco para parámetros S inmediato S_{ij} ¿lo que entra por j sale por i?

$$\begin{array}{lll} S_{11} = 0 & S_{12} = 0 & S_{13} = 1 \\ S_{21} = 1 & S_{22} = 0 & S_{23} = 0 \\ S_{31} = 0 & S_{32} = 1 & S_{33} = 0 \end{array}$$

Problemas

Problema 1



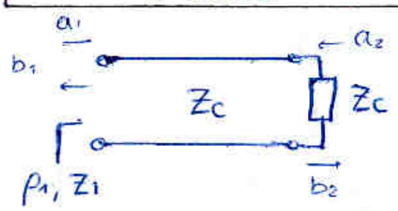
- Dispositivo pasivo, lineal y dieléctrico isótropo $\Rightarrow$ $S_{12} = S_{21}$

- Dispositivo geometricamente simétrico $\Rightarrow$ $S_{11} = S_{22}$

sabérselo ya de memoria

$$\boxed{S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\bigg|_{a_2=0} = \rho_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c}} = 0$$

$Z_1 = Z_c$



$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\bigg|_{a_2=0} = e^{-\gamma \ell}$$

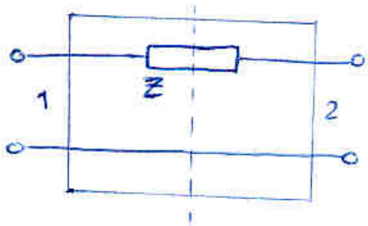
$$b_2 = a_1 e^{-\gamma \cdot \ell}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

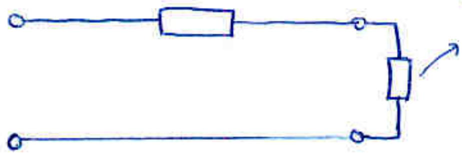
Por lo tanto:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-\gamma\ell} \\ e^{-\gamma\ell} & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 2



- pasivo, lineal $\Rightarrow$ $S_{12} = S_{21}$
- simétrico $\Rightarrow$ $S_{11} = S_{22}$



¿aquí que ponemos?
¿ Z ó Z_c ?

$\underline{\underline{Z_c}}$. No nos planteemos mas. En principio no conocemos el interior

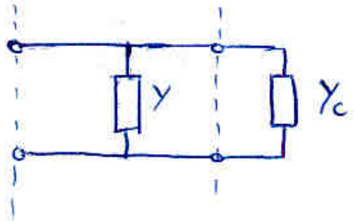
Nota: Muchas veces se calculan los parámetros S respecto a un valor dado ej: Parametros S respecto a 50 Ω.
En ese caso colocaremos siempre para terminar un acceso 50 Ω (aunque estemos por ejemplo midiendo coaxial de 75 Ω... Habrá refexiones... ¿Y que? ESTAMOS CALCULANDO RESPECTO A 50 Ω)

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \rho_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} = \frac{Z + Z_c - Z_c}{Z + Z_c + Z_c} = \frac{Z}{Z + 2Z_c}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{u_2}{u_1}(1 + S_{11}) = \frac{2Z_2}{Z + 2Z_2}$$

$$u_2 = u_1 \cdot \frac{Z_c}{Z + Z_c} \qquad S = \frac{1}{Z + Z_c \cdot 2}\begin{pmatrix} Z & 2Z_c \\ 2Z_c & Z \end{pmatrix}$$

problema 3



$\Rightarrow S_{12} = S_{21}$

$\Rightarrow S_{11} = S_{22}$

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \rho_1 = \frac{Y_c - Y_1}{Y_c + Y_1} = \frac{-Y}{Y + 2Y_c}$$

$$Y_1 = Y + Y_c$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{u_2}{u_1}(1 + S_{11}) = \frac{2Y_c}{Y + 2Y_c}$$

$$u_1 = u_2$$

Nota: cuidado:

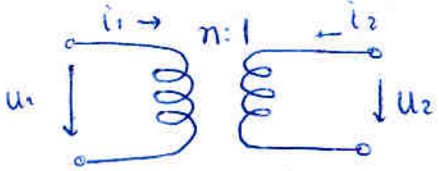
$$S_{12} = \frac{u_1}{u_2}(1 + S_{22}) = \frac{b_1}{a_2}\Big|_{a_1=0}$$

no son la inversa!

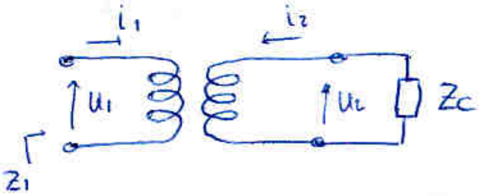
$$S_{21} = \frac{u_2}{u_1}(1 + S_{11}) = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0}$$

estas 2 expresiones no son la inversa (no intentes ahorrar tiempo así en el examen) ya que el circuito es distinto! En cada caso hay un acceso distinto terminado

Problema 4



$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \rho_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c}$$



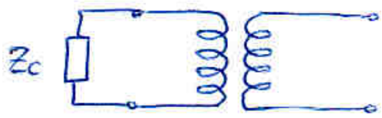
$$\left.\begin{array}{l} u_1 = n u_2 \\ i_1 = \frac{i_2}{n} \end{array}\right\} Z_1 = \frac{u_1}{i_1} = \frac{n u_2}{-\frac{i_2}{n}} = -n^2 \frac{u_2}{i_2}$$

$$= n^2 Z_c$$

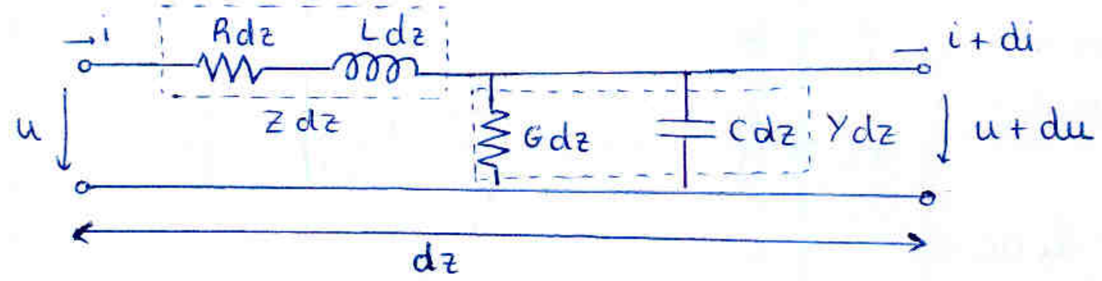
por tanto $$S_{11} = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \underbrace{\frac{u_2}{u_1}}_{\frac{1}{n}}(1 + S_{11}) = \frac{2n}{n^2+1}$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2}\Big|_{a_1=0} = \rho_2 = \frac{1 - n^2}{1 + n^2}$$



5.1. Propagación en L.T. con pérdidas



$$\left.\begin{aligned} du &= -Z\,dz \cdot i \\ di &= -Y\,dz \cdot u \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{du}{dz} = -Z \cdot i \xrightarrow{\text{derivando } dz} \frac{d^2u}{dz^2} = -Z\frac{di}{dz} = Z \cdot Y \cdot u$$

$$\frac{di}{dz} = -Y \cdot u$$

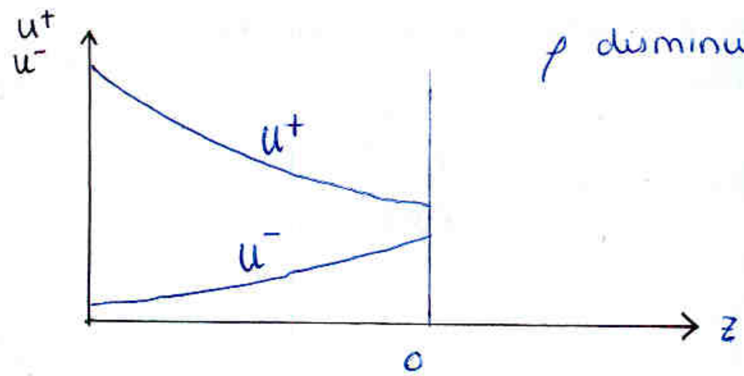
$$\boxed{\frac{d^2u}{dz^2} = Z \cdot Y \cdot u} \rightsquigarrow e^{\pm\gamma z}$$

$$u = u^+ e^{-\gamma z} + u^- e^{\gamma z}$$

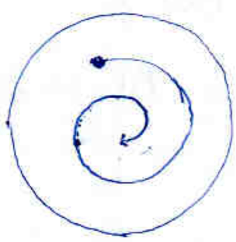
$$I = \frac{1}{Z_c}\left(u^+ e^{-\gamma z} + u^- e^{\gamma z}\right)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \rho(z) &= \frac{u^- e^{\gamma z}}{u^+ e^{-\gamma z}} = \rho(z=0) \cdot e^{2\alpha z} \cdot e^{2j\beta z} \\ Z_i &= Z_c \cdot \frac{Z_L + Z_c \cdot \tan(\gamma l)}{Z_c + Z_L \cdot \tan(\gamma l)} \end{aligned}}$$



ρ disminuye al mover hacia generador



hay un efecto de falsa adaptación porque la reflejada llega al generador atenuándose

5.2. Líneas de bajas pérdidas

$$\left.\begin{array}{l} R \ll \omega L \\ G \ll \omega C \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \alpha \simeq \frac{R}{2\sqrt{L/C}} + \frac{G\sqrt{L/C}}{2}$$

R suele ser debido al conductor

G suele ser debido al dieléctrico

$$\beta \simeq \omega\sqrt{LC}$$

$$Z_c \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}\left(1 + j\left(\frac{G}{2\omega C} - \frac{R}{2\omega L}\right)\right) \simeq \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Nota acerca de α:

$\alpha \to Np/m$ $\quad$ $20 \log e^{-\alpha} \to dB/m$

$\alpha = 1Np \to -8'68\ dB$

Balance de potencias

$\boxed{1 \text{ onda}}$ (adaptación)

$$u = u^+ e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

$$i = \frac{u^+}{Z_c} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$P(z) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(u \cdot i^*) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{|u^+|^2}{Z_c} e^{-2\alpha z}\right) = \frac{1}{2}\frac{|u^+|^2}{Z_c} e^{-2\alpha z} = P(0)\, e^{-2\alpha z}$$

$$\boxed{P(z) = P(0) e^{-2\alpha z}}$$

¿Calcular α?

1) $\frac{P(z)}{P(0)} = e^{-2\alpha z} \xrightarrow{\ln} \ln\left(\frac{P(z)}{P(0)}\right) = -2\alpha z \longrightarrow \boxed{\alpha = -\frac{1}{2}\frac{\ln\left(\frac{P(z)}{P(0)}\right)}{z}}$

2) $\frac{dP(z)}{dz} = P(0) e^{-2\alpha z}(-2\alpha) = -2\alpha P(z) \longrightarrow \boxed{\alpha = -\frac{1}{2}\frac{dP(z)/dz}{P(z)}}$

3) P_d – potencia disipada (la del origen menos la del final)

$P_d = 2\alpha\, P(0) \cdot z$ (haciendo un desarrollo de Taylor)

$P_{d\ \text{por unidad de longitud}} = P_{d_u} = 2\alpha\, P(0) \longrightarrow \boxed{\alpha = \frac{P_{d_u}}{2P(0)}}$

Potencia total transmitida

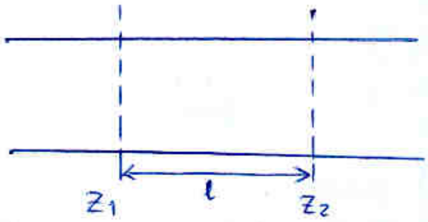
$$P(z) = P^+(z) - P^-(z)$$

$$P^+(z) = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c} e^{-2\alpha z} = P^+(0) e^{-2\alpha z}$$

$$P^-(z) = \frac{1}{2}\frac{|U^-|^2}{Z_c} e^{2\alpha z} = P^-(0) e^{2\alpha z}$$

$$P(z) = P^+(0) \cdot e^{-2\alpha z} - P^-(0) e^{2\alpha z}$$

$$\frac{P(z_2)}{P(z_1)}$$



$$\frac{P(z_2)}{P(z_1)} = \frac{P^+(0)e^{-2\alpha z_2} - P^-(0)e^{2\alpha z_2}}{P^+(0)e^{-2\alpha z_1} - P^-(0)e^{2\alpha z_1}} = \frac{P^+(0)\cdot e^{-2\alpha z_2}\left(1 - \frac{P^-(0)}{P^+(0)} e^{4\alpha z_2}\right)}{P^+(0)e^{-2\alpha z_1}\left(1 - \frac{P^-(0)}{P^+(0)} e^{4\alpha z_1}\right)}$$

Sabiendo:

$$\rho(z) = \frac{U^- e^{\gamma z}}{U^+ e^{-\gamma z}}$$

$$|\rho(z)|^2 = \frac{|U^-|^2}{|U^+|^2} e^{4\alpha z} = \frac{P^-(0)}{P^+(0)} e^{4\alpha z}$$

y sabiendo
$|\rho(z_1)| = |\rho(z_2)| e^{-2\alpha l}$

$$\frac{P(z_2)}{P(z_1)} = e^{-2\alpha(z_2 - z_1)} \cdot \frac{1 - |\rho(z_2)|^2}{1 - |\rho(z_1)|^2} = \frac{1 - |\rho(z_2)|^2}{1 - |\rho(z_2)|^2 e^{-4\alpha l}} e^{-2\alpha l}$$

$$\boxed{\frac{P(z_2)}{P(z_1)} = \frac{1 - |\rho(z_2)|^2}{1 - |\rho(z_2)|^2 e^{-4\alpha l}} e^{-2\alpha d}}$$

Otras expresiones

$$P_L = P^+(0) e^{-2\alpha d}(1 - |\rho_L|^2) \simeq P_T(0) e^{-2\alpha' d}$$

$$\alpha' = \alpha \frac{S^2 + 1}{2S}$$

$$S = \frac{1 + |\rho_L|}{1 - |\rho_L|}$$

expresión igual a la de una sola onda (transmitida) pero usada con onda tx y reflejada

Dem:

$$\left.\begin{aligned} u &= u^+ \left(e^{-\gamma z} + \rho(0) e^{\gamma z}\right) \\ i &= \frac{u^+}{Z_c}\left(e^{-\gamma z} - \rho(0) e^{\gamma z}\right) \end{aligned}\right\} \quad P = \frac{1}{2} Re(u \cdot i^*)$$

$$= \frac{|u^+|^2}{2 Z_c} e^{-2\alpha z}\left(1 - \underbrace{|\rho(0)|^2 e^{4\alpha z}}_{z=d}\right)$$

$$\boxed{P(z=d) = P_L = p^+(0)\, e^{-2\alpha d} \left(1 - |\rho_L|^2\right)}$$

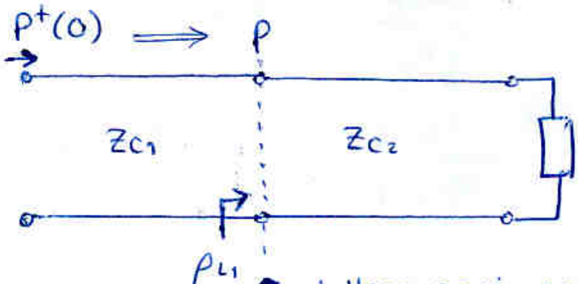
atenuación

adaptación

Potencia $\boxed{\text{Total}}$

potencia de onda $\boxed{\text{Incidente}}$

cuidado!!



al llegar aquí, no podemos aplicar la formula de arriba con P (que es la potencia total). Hay que usar la potencia <u>Incidente</u>

Dem:

suponiendo: $P_L = P(0) \cdot e^{-2\alpha' d}$

entonces: $$e^{2\alpha' d} = \frac{P(0)}{P_L} = \frac{p^+(0)\, e^{-2\alpha 0}\left(1 - |\rho(0)|^2 e^{4\alpha 0}\right)}{p^+(0)\, e^{-2\alpha d}\left(1 - |\rho_L|^2\right)}$$

$$= e^{2\alpha d} \frac{1 - |\rho(0)|^2}{1 - |\rho_L|^2}$$

$$= e^{2\alpha d} \frac{1 - |\rho_L|^2 e^{-4\alpha d}}{1 - |\rho_L|^2} = \frac{e^{2\alpha d} - |\rho_L|^2 e^{-2\alpha d}}{1 - |\rho_L|^2}$$

$\alpha' d \ll 1$

Suponiendo $\alpha d \ll 1 \Rightarrow$ bajas perdidas

Hago desarrollo en serie de Taylor de la exponencial (centrado en 0)

$$1 + 2\alpha' d = \frac{1 + 2\alpha d - |\rho_L|^2 (1 - 2\alpha d)}{1 - |\rho_L|^2} = 1 + 2\alpha d \frac{(1 + |\rho_L|^2)}{1 - |\rho_L|^2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha' = \alpha \cdot \frac{1 + |\rho_L|^2}{1 - |\rho_L|^2} \qquad P_L \underset{\uparrow}{\simeq} P(0)\, e^{-2\alpha' d}}$$

bajas perdidas

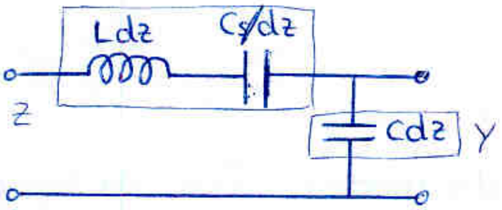
5.3. Dispersión

Distintas frecuencias se propagan con distinta velocidad.

Hay determinadas lineas en las que hay muy baja atenuación pero si que tienen efecto dispersivo (ej: guia de ondas)

Modelo circuito equivalente

Es el de una L. de T. ideal pero con condensador en serie



$$Z = j\omega L + \frac{1}{j\omega C_s}$$

$$Y = j\omega C$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \qquad \omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC_s}}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z \cdot Y} = j\omega\sqrt{LC}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

sólo parte imaginaria (si $1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 > 0$)

Si nos damos cuenta

$$Z_c = Z_{c\,\substack{\text{linea}\\\text{ideal}}} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

$$\gamma = \gamma_{\substack{\text{linea}\\\text{ideal}}} \sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

Estudiemos $\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$

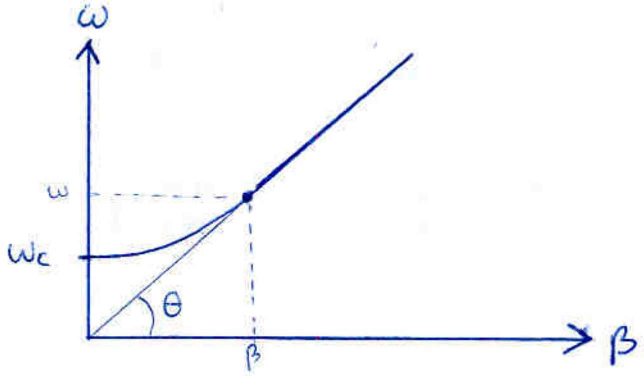
$\omega > \omega_c \longrightarrow \gamma = j\beta$

$\omega < \omega_c \longrightarrow \gamma = \alpha$ (sin β!! $\Rightarrow$ NO se propaga $\Rightarrow$ Frecuencia de corte)

La velocidad de fase;

$$V_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} = V_{\varphi\,\substack{\text{linea}\\\text{ideal}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

he aqui el problema de la velocidad variable



$$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \operatorname{tg}\theta$$

$$\omega \to \infty \Rightarrow v_\varphi \to \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{(ideal)}$$

(no dispersión)

$$\omega \to \omega_c \Rightarrow v_\varphi \to \infty$$

Velocidad de grupo:

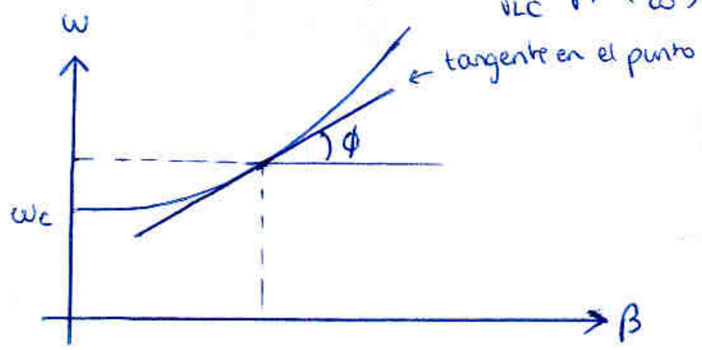
Si yo tengo una señal con undeterminado ancho de banda, ¿a qué velocidad se propaga? (no será la velocidad de la fase)
(será la velocidad a la que realmente viaja la información → la envolvente)

(ver en libro)

$$\boxed{v_g = \frac{1}{d\beta/d\omega}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}$$

velocidad a la que debería moverse un observador para ver siempre la envolvente
↳ la información



$$v_g = \operatorname{tg}\phi$$

$$\omega \to \infty \Rightarrow v_g \to \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

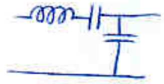
$$\omega \to \omega_c \Rightarrow v_g \to 0$$

Velocidad de propagación de la energía V_E

$$V_E = \frac{P}{E/m}$$

P: pot trasmitida → $P = \frac{1}{2} Z_c |I|^2$

E/m: energía almacenada por metro →



$$\frac{E}{m} = \frac{1}{4}C|U|^2 + \frac{1}{4}L|U|^2 + \frac{1}{4}C_s\frac{|I|^2}{\omega^2 C_s^2}$$

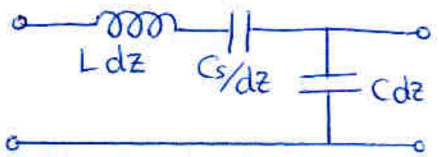
$$= \frac{L|I|^2}{2}$$

$$V_E = \frac{\frac{1}{2}Z_c|I|^2}{\frac{L|I|^2}{2}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}\,|I|^2}{\frac{L|I|^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} = v_g$$

↑ cuando es un ancho de banda pequeño

$$\boxed{\text{cuando ancho de banda pequeño (relativo a frecuencia central)} \Rightarrow V_E = v_g}$$

Problema 5.4.1



$C = 47'14 \ pF/m$

$L = 236 \ nH/m$

$C_s = 0'00298 \ pF \cdot m$

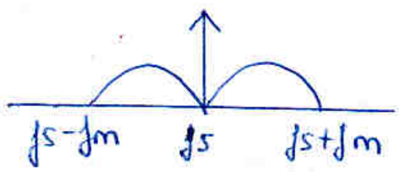
a) AM

$$v_g = \left.\frac{1}{d\beta/d\omega}\right|_{f=f_s} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)} = 2'4 \cdot 10^8 \ m/s$$

$f_s = 10 GHz$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC_s}} = 3'7708 \cdot 10^{10} \ rad/s$$

b) ¿Que diferencia de fase aparece entre las componentes espectrales de la señal transmitida al cabo de una longitud $l = 3m$?



La diferencia de fase entre los dos extremos será:

$$\Delta\phi = \left.\beta(f)\cdot l\right|_{f_s+f_m} - \left.\beta(f)\cdot l\right|_{f_s-f_m} = \left(\beta(f_s+f_m) - \beta(f_s-f_m)\right) l$$

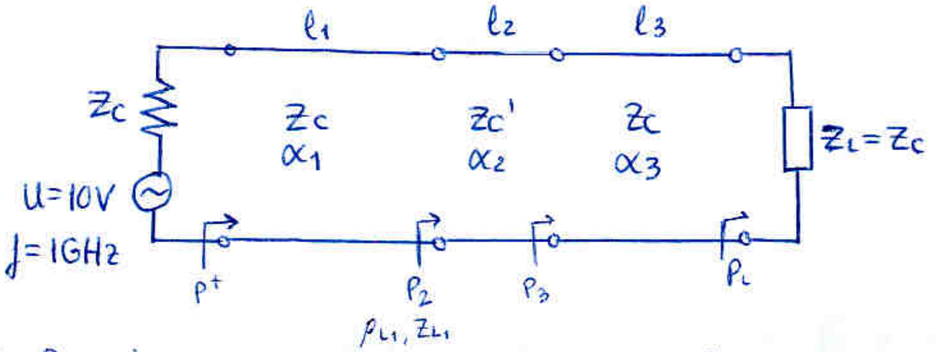
$$= 0'78 \ rad$$

c) Queremos un inversor de impedancia $\lambda/4$ a 10GHz ¿Que longitud tendrá la guía?

$$l = \frac{\lambda_g}{4} \qquad \gamma = j\beta = j\frac{2\pi}{\lambda_g} \longrightarrow \lambda_g = \frac{1}{f\sqrt{LC}\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$l = \frac{\lambda_g}{4} = \frac{1}{4 \cdot f} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\right)}} = 9'4 \ mm$$

1 Problema 5.4.2 Hallar P_L



$l_1 = 2m$
$l_2 = 10\,cm$
$l_3 = 1m$

$\alpha_1 = \alpha_3 = 3'5 \cdot 10^{-3}\,Np/cm$
$Z_c = 50\,\Omega$
$\alpha_2 = 3 \cdot 10^{-3}\,Np/cm$
$Z_c' = 75\,\Omega$

Para hacer nuestro camino de calcular potencias de izquierda a derecha, antes necesitamos todos los ρ (i.e. de derecha a izquierda calculando impedancias)

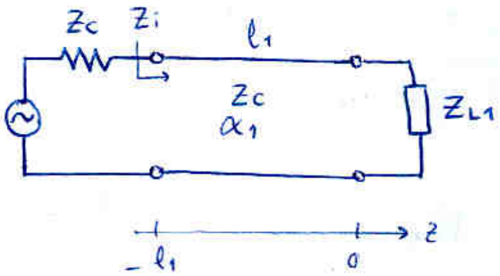
hacerlo

Nota: Si reflexionas un poco, se ve que bastaría $l_2 = \lambda/2$ para que esté todo adaptado (ya que Z_{L1} sería Z_c ya que la impedancia se repite cada $\lambda/2$)

$$\boxed{P_2 = P^+ e^{-2\alpha_1 l_1}(1 - |\rho_{L1}|^2)}$$

necesito calcularlo de derecha a izquierda

Cálculo de P^+



Nos falta U^+

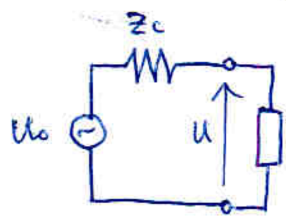
$$\boxed{P^+ = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c} e^{2\alpha_1 l_1}}$$

porque nuestra referencia es al final de la línea

$$U = U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{\gamma z}$$
$$i = \frac{1}{Z_c}(U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{\gamma z})$$

en $z = -l_1$

$$U\Big|_{z=-l_1} = U^+ e^{\gamma l_1} + U^- e^{-\gamma l_1}$$
$$i\Big|_{z=-l_1} = \frac{1}{Z_c}(U^+ e^{\gamma l_1} + U^- e^{-\gamma l_1})$$



$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{U_o Z_i}{Z_i + Z_c} = U^+ e^{\gamma l_1} + U^- e^{-\gamma l_1} \\ i &= \frac{U_o}{Z_i + Z_c} = \frac{1}{Z_c}(U^+ e^{\gamma l_1} - U^- e^{-\gamma l_1}) \end{aligned}\right\}$$

sistema de ecuaciones

Despejo y obtengo $\boxed{U^+ e^{\gamma l_1} = U_o/2}$

$$\boxed{P^+ = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2 e^{2\alpha l_1}}{Z_c} = 0'25\,W}$$

Sistema de ecuaciones:

$$\frac{U_o Z_i}{Z_g+Z_i} + \frac{U_o Z_c}{Z_g+Z_i} = 2U^+ e^{\gamma l_1}$$

$$\frac{U_o Z_i + U_o Z_c}{Z_g + Z_i} = 2U^+ e^{\gamma l_1}$$

$$\frac{U_o (Z_i + Z_c)}{Z_g + Z_i} = 2U^+ e^{\gamma l_i}$$

cuando $Z_g = Z_c$ es cuando hemos podido obtener U^+ sin tener que calcular Z_i ya que había salido U^+ como si fuera transitorio.

explicación física: se debe a que el generador está adaptado y la única onda incidente será la inicial

cálculo de Z_{L1}

$$Z_{L1} = Z_c' \frac{Z_c + j Z_c' \operatorname{tg} \beta l_2}{Z_c' + j Z_c \operatorname{tg} \beta \cdot l_2} = 86'25 - j30\ \Omega$$

Así ya podemos tener ρ_{L1}

$$\rho_{L1} = \frac{Z_{L1} - Z_c}{Z_{L1} + Z_c} \Rightarrow |\rho_{L1}| = 0'34$$

Por tanto finalmente obtenemos la potencia total (¡no incidente!)

$$P_{T_2} = 0'25 \cdot e^{-2 \cdot 3'5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^2}(1 - 0'34^2) = 54'5\ mW$$

$$\boxed{P_{T_2} = P^+(-l)\, e^{-2\alpha_1 l_1}(1 - |\rho_{L1}|^2)}$$

Ahora pasamos a calcular P_3

$$P_3 = P_2 \cdot e^{-2\alpha_2' l_2}$$

no utilizo la otra fórmula

$$P_3 = P_2^+ \cdot e^{-2\alpha_2 l_2}(1 - |\rho_{L2}|^2)$$

ya que esto es potencia incidente (no total) que habría que calcular

$$\alpha_2' = \alpha_2 \frac{S^2+1}{2S}$$

$$S = \frac{1 + |\rho_{L2}|}{1 - |\rho_{L2}|}$$

es la ρ correspondiente a la línea donde estamos y no la de la potencia que queremos calcular!!!!

$$\rho_{L2} = \frac{Z_c - Z_c'}{Z_c + Z_c'} = -\frac{1}{5} \longrightarrow S = 1'5 \longrightarrow \alpha_2' = 3'25 \cdot 10^{-3}\ Np/cm$$

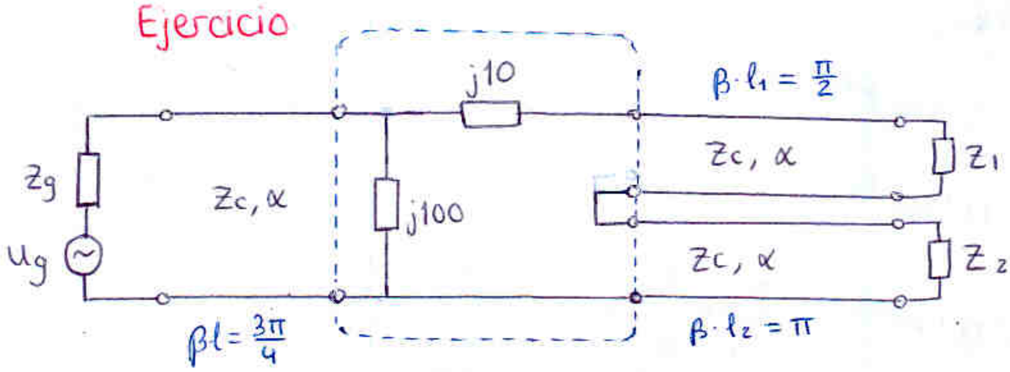
$$P_3 = P_2\, e^{-2\alpha_2' l_2} = 51'07\ mW$$

Finalmente:

en este caso $\alpha_3' = \alpha_3$ porque no hay onda reflejada

$$P_L = P_3 \cdot e^{-2\alpha_3 l_3} = 25'36\ mW$$

Ejercicio



Calcular pot. entregada

$U_g = 10\ V$ $\quad Z_c = 50\,\Omega$

$Z_g = 50\,\Omega$ $\quad \alpha = 3'5 \cdot 10^{-3}\ Np/cm$

$Z_1 = 40\,\Omega$ $\quad f = 2\ GHz$

$Z_2 = 60\,\Omega$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 15\,cm$$

$$l = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{3\pi}{4} = \frac{3}{8}\lambda = 5'625\,cm$$

$$l_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\lambda}{4} = 3'75\,cm$$

$$l_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \pi = \frac{\lambda}{2} = 7'5\,cm$$

$\boxed{Z_1'}$

Como $l_1 = \frac{\lambda}{4}$ es un inversor de impedancia (invierte impedancia normalizada)

carga Z_1

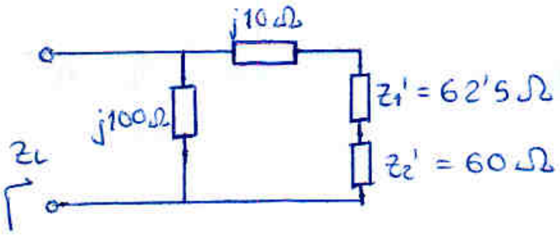
normalizada ($\div Z_c$) $\quad \frac{Z_1}{Z_c}$

a la entrada (por ser inversor) $\quad \frac{Z_c}{Z_1}$

desnormalizando ($\times Z_c$) $\quad \boxed{Z_1' = \frac{Z_c^2}{Z_1}} = 62'5\,\Omega$

$\boxed{Z_2'}$ como $l_2 = \lambda/2$, $\quad \boxed{Z_2' = Z_2}$

Por tanto tenemos:



$$Z_L = \frac{1}{\frac{1}{j100} + \frac{1}{j10 + 62'5 + 60}} = 45'2 + j59'4$$

$$\rho_L = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} = 0'533 \underline{|62'65^\circ}$$

$$P_L = P^+ e^{-2\alpha l}(1-|\rho_L|^2) = 172 \text{ mW}$$

como sólo hay 2 elementos que disipen potencia (los demás son reactivos)

$$\left.\begin{array}{l} P_L = P_1 + P_2 = 172 \text{mW} \\ \dfrac{P_1}{P_2} = \dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{62'5}{60} \end{array}\right\} \begin{array}{l} P_1 = 87'76 \text{ mW} \\ P_2 = 84'24 \text{ mW} \end{array}$$

como están en serie la pot será proporcional a las resistencias

$$\alpha_1' = \alpha \cdot \frac{1+S_1^2}{2S_1} = 3'58 \cdot 10^{-3} \text{ Np/cm}$$

$$S_1 = \frac{1+|\rho_1|}{1-|\rho_1|} = 1'25$$

$$\rho_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} = -0'11$$

$$\alpha_2' = \alpha \cdot \frac{1+S_2^2}{2S_2} = 3'56 \cdot 10^{-3} \text{ Np/cm}$$

$$S_2 = \frac{1+|\rho_2|}{1-|\rho_2|} = 1'2$$

$$\rho_2 = \frac{Z_2 - Z_c}{Z_2 + Z_c} = 0'09$$

Podemos por tanto aplicar:

$$P_{L_1} = P_1 \cdot e^{-2\alpha_1' l_1} \overset{\alpha_1' l_1 \ll 1}{\simeq} P_1(1 - 2\alpha_1' l_1) = 85'4 \text{ mW}$$

$$P_{L_2} = P_2 \cdot e^{-2\alpha_2' l_2} \simeq P_2(1 - 2\alpha_2' l_2) = 79'74 \text{ mW}$$

Potencia total entregada a las cargas

TEMA 6. Ejemplos de lineas de tx

Lineas con Dielectrico Uniforme

Caracteristicas Generales

a) $\mu = \mu_0 \rightarrow L = L_0$

b) $LC = \mu\varepsilon = \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 \qquad v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = c$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v_\varphi} = \frac{\omega}{c_0}\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\sqrt{\varepsilon_r} \qquad \lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{v_\varphi \cdot C} = v_\varphi \cdot L$$

c) $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon'(1 - j\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}) = \varepsilon'(1 - j\,tg\delta) \qquad tg\delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$

$\varepsilon' = Re(\varepsilon)$

$\varepsilon'' = -Im(\varepsilon) \qquad \sigma_e = \omega \cdot \varepsilon'' = \omega \cdot \varepsilon' \cdot tg\delta$

2 formas de definir las pérdidas de un dieléctrico $tg\delta$ y σ_e

d) $\frac{G}{C} = \frac{\sigma_e}{\varepsilon'} = \frac{\omega\varepsilon' tg\delta}{\varepsilon'} = \omega \cdot tg\delta$

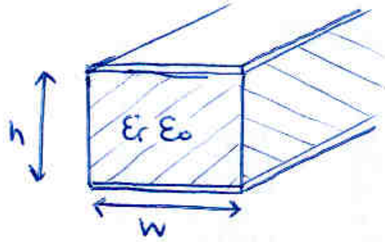
e) bajas pérdidas $\boxed{\alpha \simeq \underbrace{\frac{R}{2Z_c}}_{\alpha_c} + \underbrace{\frac{GZ_c}{2}}_{\alpha_d}}$

Buen dieléctrico: $tg\delta \simeq 10^{-4}$

$$\alpha_d = \frac{1}{2} G \cdot Z_c = \frac{1}{2}\frac{\sigma_e}{\varepsilon'} C\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2}\frac{\sigma_e}{\varepsilon'}\frac{1}{v_\varphi} = \frac{1}{2}\beta\,tg\delta = \frac{\pi}{\lambda} tg\delta \rightarrow \alpha_d \cdot \lambda = \pi\,tg\delta$$

Buen dieléctrico: $\alpha_d \cdot \lambda \simeq 2'7 \cdot 10^{-3}$ dB

Linea de Placas Paralelas



consideramos $W \gg h$. Parametros Primarios:

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{W}{h} \qquad L = \frac{\mu \cdot h}{W} \qquad G = \frac{\omega \varepsilon'' W}{h} \qquad Z_c = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{h}{W}$$

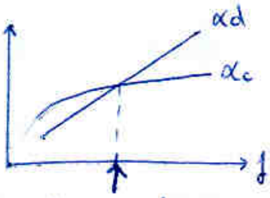
$$R = 2 \cdot \frac{R_s}{W} \qquad R_s = \frac{1}{\sigma \cdot \delta} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

σ: conductividad; δ: profundidad penetración $\qquad \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$

De ellos obtenemos:

$$\alpha_c = \frac{R}{2Z_c} = \frac{R_s}{\eta} \cdot \frac{1}{h} = \frac{R_s}{\sqrt{\mu_0}}\sqrt{\varepsilon'}\frac{1}{h} \qquad \alpha_d = \frac{1}{2}\beta\,tg\delta = \frac{1}{2}\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon'}\,tg\delta$$

$\alpha_c \propto \sqrt{f} \qquad \alpha_d \propto f$



$$\frac{\alpha_d}{\alpha_c} = 1 = \frac{h}{\delta} \cdot tg\delta \Rightarrow f_0 \simeq \frac{10^{11}}{h^2_{(mm)}}$$

Para: $tg\delta = 2 \cdot 10^{-4}$

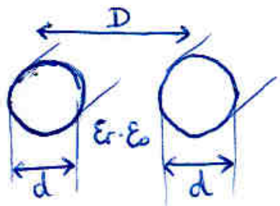
Cu $- \delta = \frac{66}{\sqrt{f}}$

$h = 10\,mm \rightarrow f_0 = 1GHz$

$h = 1\,mm \rightarrow f_0 = 100GHz$

Para este tipo de lineas son importantes pérdidas conduct.

Linea bifilar



$$Z_c = \frac{\eta}{\pi} ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right) \quad \eta = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$Z_c = \frac{\eta}{\pi} \ln\left[\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right]$$

La linea que mas se ha utilizado
- radian mucho
- dificil obtener Z_c bajas (50Ω)

Hoy dia se esta exprimiendo con ADSL

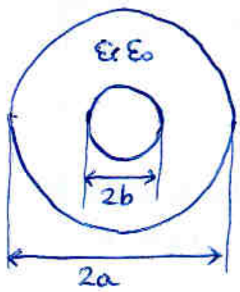
Los parámetros primarios son:

$$L = \frac{\mu}{\pi} ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right) \quad C = \frac{\pi \cdot \varepsilon'}{ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right)} \quad G = \frac{\pi \omega \cdot \varepsilon''}{ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right)}$$

$$R \begin{cases} I_{unif.} \rightarrow = \dfrac{2R_s}{2\pi(d/2)} = \dfrac{2R_s}{\pi d} \\ I_{real} \rightarrow = \dfrac{2R_s}{\pi d}\left[\dfrac{D/d}{\sqrt{(D/d)^2 - 1}}\right] \end{cases}$$

$$\alpha_c = \frac{R}{2Z_c} = \frac{R_s}{d \cdot \eta \cdot ch^{-1}(D/d)} \qquad \alpha_d = \frac{1}{2}\beta \cdot tg\,\delta$$

Cable Coaxial



MUY IMPORTANTE RECORDAR QUÉ ES a Y QUÉ ES b

Parametros primarios:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon'}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)} \quad L = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right) \quad G = \frac{2\pi \cdot \omega \cdot \varepsilon''}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}$$

$$Z_c = \frac{\eta}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

asumiendo I uniforme

$$R = \frac{R_s}{2\pi}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

por tanto:

$$\alpha_c = \frac{R}{2Z_c} = \frac{R_s\sqrt{\varepsilon_r}}{120 \cdot 2\pi \cdot a} \cdot \frac{\left(1 + \frac{a}{b}\right)}{\ln\left(\frac{a}{b}\right)}$$

$\downarrow$
además a mayor a, menores perdidas

α_c se minimiza para $\left(\frac{a}{b}\right) = 3'59$

Z_c vendrá dada (si fijamos $\frac{a}{b}$) por el dieléctrico que utilicemos $\eta = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

aire $\varepsilon_r = 1$ $\rightarrow$ $Z_c = 76'7\,\Omega$

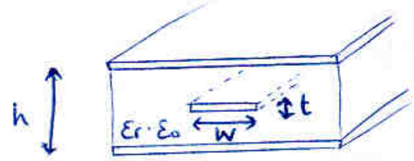
teflón $\varepsilon_r = 2'05$ $\rightarrow$ $Z_c = 53'6\,\Omega$

PE $\varepsilon_r = 2'28$ $\rightarrow$ $Z_c = 50'8\,\Omega$

$$\alpha_d = \frac{1}{2}\beta tg\delta = \frac{1}{2}\omega\sqrt{\mu\varepsilon'}\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\omega\varepsilon''\eta}{2} = \frac{60\pi\,\sigma_e}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

	Z_c	ε_r	f_{max}
RG-58	$50\,\Omega$	PE	1 GHz
RG-223	$50\,\Omega$	PE	10 GHz
RG-214	$50\,\Omega$	PE	>1 GHz
RG-59	$50\,\Omega$	PE	1 GHz

Linea Triplaca



Debemos calcular el ancho sabiendo la Z_c que queremos

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} y & \sqrt{\varepsilon_r} \cdot Z_c \leq 120 \\ 0'85 - \sqrt{0'6 - y} & \sqrt{\varepsilon_r} \cdot Z_c \geq 120 \end{cases}$$

siendo

$$y = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}\,Z_c} - 0'441$$

α_c viene dada por formulas enormes que nos darán si hay que utilizar (tb tiene 2 casos $\sqrt{\varepsilon_r} \cdot Z_c \leq$ ó ≥ 120)

$\alpha_d = \frac{1}{2}\beta\,tg\,\delta$

ejemplo: calcular W sabiendo: Cu, $Z_c = 50\Omega$, $h = 0'32$, $\varepsilon_r = 2'2$, $tg\,\delta = 0'001$, $f = 10\,GHz$, $t = 0'01\,mm$

$$\sqrt{\varepsilon_r} \cdot Z_c = 74'2 < 120 \Rightarrow \frac{W}{h} = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}\,Z_c} - 0'441 = 0'83 \rightarrow W = 0'83h = 0'266\,cm$$

calcular $\alpha\,(dB/\lambda)$

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d \quad \begin{array}{l} \alpha_d\,(Np/m) = \frac{1}{2}\omega\sqrt{\mu_o\varepsilon_o}\sqrt{\varepsilon_r}\,tg\,\delta = 0'155\,Np/m \\ \alpha_c\,(Np/m) = \ldots\text{expresion enorme}\ldots = \dfrac{2'7 \cdot 10^{-3} \cdot R_s \cdot \varepsilon_r \cdot Z_c}{30\pi\,(h - t)} \cdot A \end{array}$$

Nos falta saber $R_s(Cu) = \sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu}{\sigma_{cu}}} = 0'026$

y $A = 1 + \bigcirc + \bigcirc = 4'74$

y así ya podemos obtener $\quad \alpha_c = 0'122 \ Np/m$

sumando: $\alpha = \alpha_d + \alpha_c = 0'277 \ Np/m$ y debemos cambiar las unidades a (dB/λ)

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c_0}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = 2'02 \cdot 10^{-2} m$$

$$\alpha \cdot \lambda = 0'277 \ Np/m \cdot 2'02 \cdot 10^{-2} m \cdot 8'68 \ dB/Np = 0'049 \ dB$$

$$\alpha(dB/\lambda) = 0'049 \ dB/\lambda$$

Líneas con dieléctrico no homogéneo

i.e. Tenemos 2 o más dieléctricos distintos

a) $\mu = \mu_0 \rightarrow L = L_0$

b) ¿$LC = \mu\varepsilon$? Nos definimos ε efectiva $\quad \varepsilon_{ef} = \varepsilon_{ref} \cdot \varepsilon_0$
la permitividad que debiera tener dieléctrico homogéneo que produzca misma C

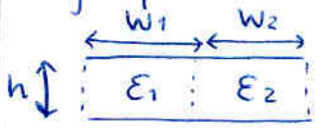
$C = \varepsilon_{ref} \cdot C_0 \Rightarrow LC = L_0 \varepsilon_{ref} \cdot C_0 = \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{ref} = \mu_0 \cdot \varepsilon_{ef} \qquad LC = \mu_0 \cdot \varepsilon_{ef}$

y de ahí ya: $\quad v_\varphi = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \qquad Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ref}}}$

¿cómo calcular ε_{ef}?

$$\varepsilon_{ef} = q_1 \varepsilon_1 + q_2 \varepsilon_2 \quad \text{con } q_1 + q_2 = 1$$

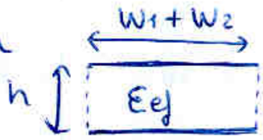
ejemplo: Línea de placas paralelas con 2 dieléctricos



Es como dos condensadores en paralelo

$C = C_1 + C_2 = \varepsilon_1 \frac{W_1}{h} + \varepsilon_2 \frac{W_2}{h}$

es equivalente a



$C = \frac{W_1 + W_2}{h} \varepsilon_{ef}$

se obtiene: $\quad \varepsilon_{ef} = \frac{W_1}{W}\varepsilon_1 + \frac{W_2}{W}\varepsilon_2$

c) $\varepsilon_{ef} = q_1 \varepsilon_1'(1 - j\,tg\,\delta_1) + q_2 \varepsilon_2'(1 - j\,tg\,\delta_2) = \varepsilon_{ef}' - j\varepsilon_{ef}''$

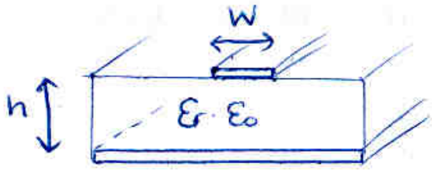
$$tg\,\delta_{ef} = \frac{\varepsilon''_{ef}}{\varepsilon'_{ef}}$$

$\gamma = \alpha + j\beta$

será esta parte imaginaria de ε_{ef} la que dará la atenuación α al sustituir en γ

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = j\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{ef}} = j\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{ef}(1 - j\,tg\,\delta_{ef})} \simeq \underbrace{\frac{1}{2}\underbrace{\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{ef}'}}_{\beta}\,tg\,\delta_{ef}}_{\alpha_d = \frac{1}{2}\beta\,tg\,\delta_{ef}} + j\underbrace{\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_{ef}'}}_{\beta}$$

Linea microtira



- ventajas: facil de insertar componentes
- desventajas: estructura abierta → radiación
  - └ solución: dentro de caja metálica
    - └ problema: resonancia en la caja
      - └ solución: subdividir la caja con varias paredes

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} (A, B) & \frac{W}{h} \leq 2 \\ (A, B) & \frac{W}{h} \geq 2 \end{cases} \qquad A = \quad B = $$

Curioso necesitar $\frac{W}{h}$ para calcular $\frac{W}{h}$ → TRUCO: A pelo; hacer apuesta inicial y comprobar si es coherente. Si no lo es, probar la otra expresión

$\alpha_d = \frac{1}{2}\beta \, tg\,\delta_{ef}$

El valor de ε_{ref} (tenemos ε_r y aire)

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\left(1 + 12\frac{h}{W}\right)^{-1/2}$$

$$\alpha_c = \frac{R_S}{Z_c \cdot W}$$

$$\alpha_d = \frac{1}{2}\beta \, tg\,\delta_{ef} = \frac{1}{2}\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\,\frac{\varepsilon_r(\varepsilon_{ref} - 1)}{\sqrt{\varepsilon_{ref}}\,(\varepsilon_r - 1)}\, tg\,\delta$$ ← no la δ_{ef}

ejemplo: W, ℓ $\quad Z_c = 50\,\Omega$, 90° desfase a $f = 2'5$ GHz

$h = 0'127$ cm, $\varepsilon_r = 2'2$

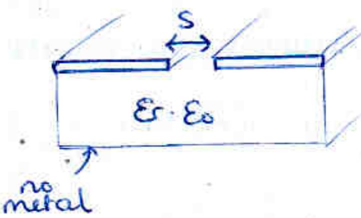
Supongo $\frac{W}{h} \geq 2$

$$B = \frac{377 \cdot \pi}{2 Z_c \sqrt{\varepsilon_r}} = 7'985 \Rightarrow \frac{W}{h} = \ldots = 3'082 \Rightarrow W = 3'082 \cdot h = 0'391 \text{ cm}$$

$$\beta \cdot \ell = 90° = \frac{\pi}{2} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\varepsilon_{ref}}\cdot \ell \quad \Big\} \quad \ell = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2\pi f\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\varepsilon_{ref}}} = 2'19 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

$\varepsilon_{ref} = 1'87$

Slotline



Mucha facilidad para conectar elementos a masa

Coplanar

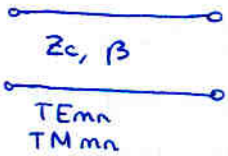
L.T. formadas por un conductor

Guia de ondas

Para cada modo TE_{mn}, TM_{mn} son como una L.T. distintas cada una con sus parámetros. Normalmente interesa margen monomodo: de TE_{10} hasta que empieza el siguiente:

Aplicaciones: - Baja atenuación - construcción robusta aplicaciones de potencia
ej: radar, parabólicas para radioastronomía

Propiedades generales:



a) $\beta = \sqrt{K^2 - K_c^2} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 - K_c^2}$ $\quad K_c = \omega_c \sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}$

$$Z_c = \begin{cases} \frac{\omega\mu}{\beta} & TE \\ \frac{\beta}{\omega\varepsilon} & TM \end{cases}$$

K: nº de onda
$K > K_c$ propagación
$K < K_c$ no propagación

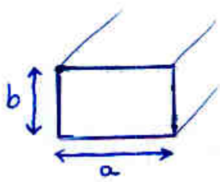
b) $$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{K\sqrt{1-\left(\frac{K_c}{K}\right)^2}} = \frac{\lambda_0/\sqrt{\varepsilon_r}}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k\sqrt{1-\left(\frac{k_c}{k}\right)^2}} \qquad v_g = \frac{1}{d\beta/d\omega} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

c) $\gamma = j\beta$ pero teniendo en cuenta la ε con pérdidas ($tg\,\delta$) tendrá una componente real (atenuación debido a dieléctrico)

$$\gamma = j\sqrt{K^2 - K_c^2} = j\sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon - K_c^2} \underset{\substack{\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \\ = \varepsilon'(1-j\,tg\,\delta)}}{=} \dots = \boxed{\underbrace{\frac{\omega^2\mu_0\varepsilon'\,tg\,\delta}{2\sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon' - K_c^2}}}_{\alpha_d} + j\underbrace{\sqrt{\omega^2\mu_0\varepsilon' - K_c^2}}_{\beta}}$$

Guia rectangular



$\boxed{a > b}$

$$k_{c\,TE_{mn}} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \qquad m,n = 0,1,\dots \quad m=n=0 \text{ no valido}$$

$$k_{c\,TM_{mn}} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \qquad m,n = 1,2,\dots$$

$$f_{c\,TE_{m,n}} = f_{c\,TM_{mn}} = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

al ser $a>b$ tendrémos $f_{c\,TE_{10}}$ será la menor frecuencia de corte: modo fundamental

$\boxed{TE_{10} : \text{modo fundamental}}$

$$f_{c\,TE_{10}} = \frac{c_0}{2a\sqrt{\varepsilon_r}}$$

¿cuál será el límite superior? ¿TE_{01}? ¿no podría ser TE_{20}?

si $a < 2b \Rightarrow$ siguiente modo TE_{01} $\quad f_{c\,TE_{01}} = \frac{c_0}{2b\sqrt{\varepsilon_r}}$

si $a > 2b \Rightarrow$ siguiente modo TE_{20} $\quad f_{c\,TE_{20}} = \frac{c_0}{a\sqrt{\varepsilon_r}}$

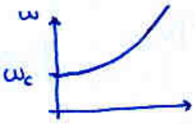
si $a = 2b \Rightarrow f_{c\,TE_{01}} = f_{c\,TE_{20}} = \frac{c_0}{a\sqrt{\varepsilon_r}}$

$$\frac{f_{c\,TE_{20}}}{f_{c\,TE_{10}}} = \frac{\frac{c_0}{a\sqrt{\varepsilon_r}}}{\frac{c_0}{2a\sqrt{\varepsilon_r}}} = 2$$

máximo rango que encontraremos

En general el rango recomendado es menor.

recuerda: acercarse a ω_c implica velocidad de grupo nula



Parámetros del modo TE_{10}

$$\beta_{TE_{10}} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \qquad Z_{TE_{10}} = \frac{\omega \mu_0}{\beta_{TE_{10}}} \qquad \alpha_c(Np/m) = \frac{R_s}{a^3 b \beta_{TE_{10}} \cdot k \cdot \eta}(2b\pi^2 + a^3 k^2)$$

$$\alpha_d = \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon' \operatorname{tg}\delta}{2\beta_{TE_{10}}}$$

---

ejercicio

- Cu
- rellena de aire ⇒ deducir $\varepsilon_r = 1$, $\operatorname{tg}\delta = 0$

$a = 2'286$ cm

$b = 1'016$ cm

- Hallar f_c de los 4 primeros modos
- Hallar $\alpha(dB)$, 1m, 10 GHz

$$f_{c\,TE_{mn}} = f_{c\,TM_{mn}} = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \Rightarrow$$

$$f_{c\,TE_{10}} = \frac{c}{2a} = 6'562 \text{ GHz}$$

$$f_{c\,TE_{20}} = \frac{c}{a} = 13'123 \text{ GHz}$$

$$f_{c\,TE_{01}} = \frac{c}{2b} = 14'764 \text{ GHz}$$

$$f_{c\,TE_{11}} = f_{c\,TM_{11}} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} = 16'156 \text{ GHz}$$

En cuanto a las pérdidas:

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d = \alpha_c \quad (\alpha_d = 0)$$

$$\alpha_c(Np/m) = \frac{R_s}{a^3 b \cdot \beta_{TE_{10}} \cdot k \cdot \eta}(2b\pi^2 + a^3 k^2)$$

hay que calcular R_s, k y η

$$R_s(Cu) = \sqrt{\frac{2\pi \cdot f \cdot \mu_0}{2 \cdot \sigma_{Cu}}} = 0'026\ \Omega$$

$$\sigma_{Cu} = 5'813 \cdot 10^7 \text{ S/m}$$

$$f = 10 \text{ GHz}$$

$$k = \omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = 2\pi f \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{2\pi f}{c_0} = 209'44 \text{ m}^{-1}$$

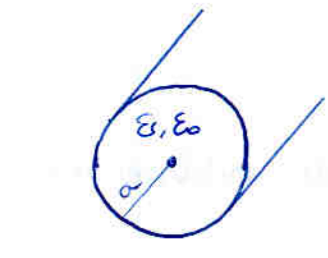
$$\beta_{TE_{10}} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2} = 158'05 \text{ m}^{-1}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\ \Omega$$

por tanto: $\alpha_c = 0'0124$ Np/m $= 0'0124$ Np/m $\cdot 8'68$ dB/Np $\simeq 0'11$ dB/m

$$\underset{(1m)}{\alpha} = 0'11 \text{ dB}$$

Guía circular



a es el radio (como siempre)

$p'_{m,n}$: n-ésima raíz de la primera derivada de la función de Bessel de orden m de primera especie

$$K_{c\,TE_{m,n}} = \frac{p'_{m,n}}{a} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots \quad n = 1, 2, \ldots$$

$p'_{m,n}$

m \ n	1	2	3
0	3'832	7'016	10'174
1	1'841	5'331	8'536
2	3'054	6'706	9'970

$$f_{c\,TE_{m,n}} = \frac{c_0 p'_{m,n}}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$K_{c\,TM_{m,n}} = \frac{p_{m,n}}{a} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots \quad n = 1, 2, \ldots$$

m \ n	1	2	3
0	2'405	5'520	8'654
1	3'832	7'016	10'174
2	5'135	8'417	11'620

$$f_{c\,TM_{m,n}} = \frac{c_0 \cdot p_{m,n}}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}}$$

Modo fundamental: TE_{11} $\quad f_{c\,TE_{11}} = \dfrac{c_0 \cdot 1'841}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}}$

Siguiente modo: TM_{01} $\quad f_{c\,TM_{01}} = \dfrac{c_0 \cdot 2'405}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}}$

Margen monomodo:

$$\frac{f_{c\,TM_{01}}}{f_{c\,TE_{11}}} = 1'31$$

Parámetros secundarios modo fundamental

$$\beta_{TE_{11}} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p'_{11}}{a}\right)^2} = \sqrt{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0 - \left(\frac{1'841}{a}\right)^2}$$

$$Z_{C\,TE_{11}} = \frac{\omega \mu_0}{\beta_{TE_{11}}}$$

NOTA: Para una misma frec de corte, la guia circular atenua menos que la rectangular. La rectangular se usa más por fabricación mas simple

$$\alpha_c(Np/m) = \frac{R_s}{a\beta_{TE_{11}} \cdot k \cdot \eta}\left(k^2_{C\,TE_{11}} + \frac{k^2}{p'^2_{1,1} - 1}\right) \qquad \alpha_d(Np/m) = \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon' \, tg\,\delta}{2 \cdot \beta_{TE_{11}}}$$

ejemplo

$a = 0'5$ cm $\quad tg\,\delta = 0'001 \quad$ Hallar $\alpha(dB)$, 50cm, 13 GHz

$\varepsilon_r = 2'25$

Ag

esto lo dan

$$TE_{11} \Rightarrow f_c = \frac{c \cdot p'_{11}}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}} = 11'72 \text{ GHz} \qquad TM_{01} \Rightarrow f_c = \frac{c \cdot p_{0,1}}{2\pi a \sqrt{\varepsilon_r}} = 15'31 \text{ GHz}$$

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d$$

$$R_s(Ag) = \sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu_0}{\sigma_{Ag}}} = 0'029\,\Omega$$

$\sigma_{Ag} = 6'173 \cdot 10^7$ S/m

$$k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\varepsilon_r} = 408'41 \text{ m}^{-1}$$

$$k_{C\,TE_{11}} = \frac{p'_{1,1}}{a} = 368'2 \text{ m}^{-1}$$

$$\beta_{TE_{11}} = \sqrt{k^2 - (k_{C\,TE_{11}})^2} = 176'71 \text{ m}^{-1}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 251'33\,\Omega$$

por tanto:

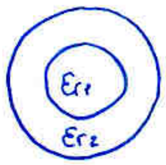
$\alpha_c = 0'066$ Np/m

$\alpha_d = 0'472$ Np/m $\qquad \alpha = \alpha_c + \alpha_d = 0'54$ Np/m

$$\alpha(50\text{cm}, dB) = 0'54 \frac{Np}{m} \cdot 8'68 \frac{dB}{Np} \cdot 0'5\text{m} = 2'34 \text{ dB}$$

I: $\boxed{\text{L.T. sin conductor}}$

Fibras ópticas

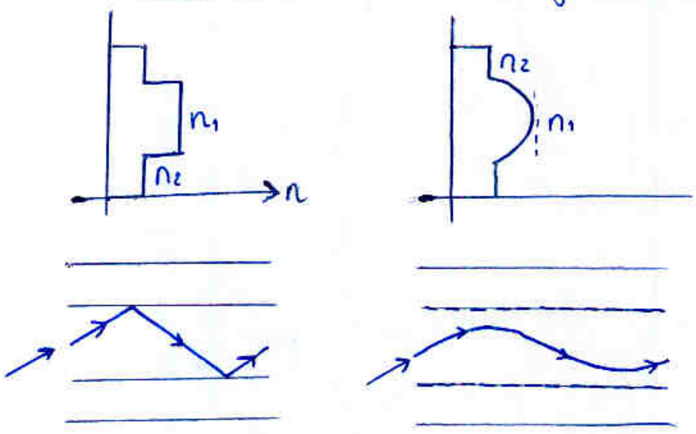


$n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r1}}$ nucleo

$n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2}}$ revestimiento

$\boxed{n_2 < n_1}$

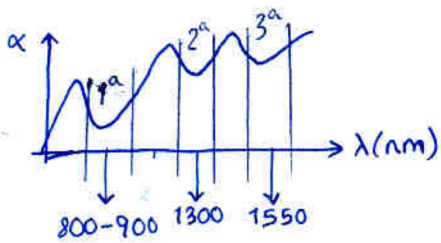
Salto de Indice — Indice graduado



menos dispersión

A los ópticos les gusta λ en lugar de f

La atenuación en el sílice de la luz tiene "ventanas"

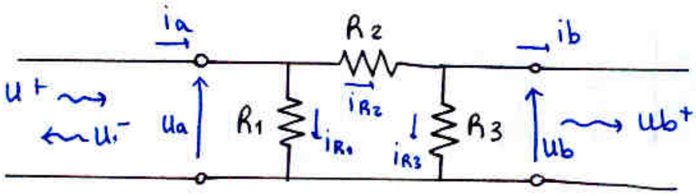


Características

- enorme ancho de banda
- perdidas bajísimas
- reducido tamaño y peso
- sin interferencias
- seguridad en la información
- silicio es arena → bajo coste
  apenas requieren mantenimiento

Cálculo simple de un factor de transmisión (transitorio)

Suponiendo que no hay cambios en las condiciones de contorno y que cualquier onda que ya hubiera ya cumple dichas condiciones



$$U_b = U_a - i_{R_2} \cdot R_2$$
$$= U_a - (i_a - i_{R_1}) R_2$$
$$U_b = U_a - \left(i_a - \frac{U_a}{R_1}\right) R_2$$

$$i_b = i_{R_2} - i_{R_3} =$$
$$= (i_a - i_{R_1}) - i_{R_3}$$
$$i_b = \left(i_a - \frac{U_a}{R_1}\right) - \frac{U_b}{R_3}$$

Por tanto, las C.C. son:

$$\left\{\begin{aligned} U_b &= U_a\left[1 + \frac{R_2}{R_1}\right] - i_a R_2 \\ i_b &= U_a\left[-\frac{1}{R_1}\right] + U_b\left[-\frac{1}{R_3}\right] + i_a \end{aligned}\right\}$$

Siendo:

$$U_a = U_a^+ + U_a^- = U_a^+(1+\rho_1)$$
$$i_a = \frac{1}{Z_c}\left[U_a^+ - U_a^-\right] = \frac{1}{Z_c} U_a^+ (1-\rho_1)$$
$$U_b = U_b^+$$
$$i_b = \frac{1}{Z_c}[U_b^+]$$

queda:

$$\left\{\begin{aligned} U_b^+ &= U_a^+\left[(1+\rho_1)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - \frac{R_2}{Z_c}(1-\rho_1)\right] \longrightarrow \frac{U_b^+}{U_a^+} = \eta_{ab} \\ \frac{U_b^+}{Z_c} &= U_a^+\left[(1+\rho_1)\left(-\frac{1}{R_1}\right) + \frac{1}{Z_c}(1-\rho_1)\right] + U_b^+\left[-\frac{1}{R_3}\right] \end{aligned}\right.$$

mejor aún; sin deshacernos de U_a^-

$$\left\{\begin{aligned} U_b^+ &= U_a^+\left[1 + \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2}{Z_c}\right] + U_a^-\left[1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{Z_c}\right] \leftarrow \\ \frac{U_b^+}{Z_c} &= U_a^+\left[-\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_c}\right] + U_a^-\left[-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{Z_c}\right] + U_b^+\left[-\frac{1}{R_3}\right] \end{aligned}\right.$$

SIEMPRE es SUPER UTIL comprobar las unidades

ej con valores

$R_1 = 100$
$R_2 = 75$
$R_3 = 50$
$Z_c = 25$

$$\left\{\begin{aligned} U_b^+ &= U_a^+\left(\tfrac{1}{4}\right) + U_a^-\left(\tfrac{13}{4}\right) \\ U_b^+ &= U_a^+\left(\tfrac{1}{4}\right) + U_a^-\left(-\tfrac{3}{4}\right) \end{aligned}\right\} \quad 0 = U_a^+(0) + U_a^-\left(\tfrac{10}{4}\right) \rightarrow \frac{U_a^-}{U_a^+} = 0 = \rho$$

Para despejar U_a^- ....

$$\left\{ \begin{array}{l} U_b^+ + U_a^+\left[\frac{R_2}{Z_c} - \frac{R_2}{R_1} - 1\right] = U_a^-\left[\frac{R_2}{Z_c} + \frac{R_2}{R_1} + 1\right] \\ U_b^+ + U_a^+\left[\dfrac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{Z_c}}{\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R_3}}\right] = U_a^-\left[\dfrac{-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{Z_c}}{\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R_3}}\right] \end{array} \right\}$$

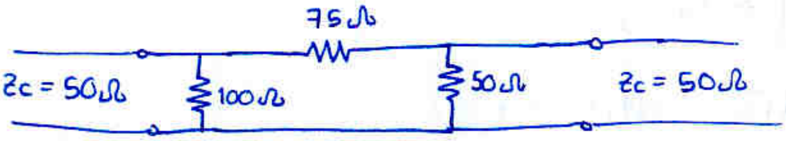
restando

$$\rho_a = \frac{U_a^-}{U_a^+} = \frac{\left[\frac{R_2}{Z_c} - \frac{R_2}{R_1} - 1 - \dfrac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{Z_c}}{\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R_3}}\right]}{\left[\frac{R_2}{Z_c} + \frac{R_2}{R_1} + 1 + \dfrac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Z_c}}{\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R_3}}\right]}$$

y luego

$$\eta_{ab} = \frac{U_b^+}{U_a^+} = \left[(1+\rho_a)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - \frac{R_2}{Z_c}(1-\rho_1)\right]$$

ejemplo, para:

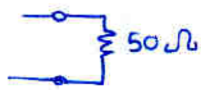


$R_1 = 100$
$R_2 = 75$
$R_3 = 50$
$Z_c = 50$

Se obtiene:

$\rho_a = 0 \;\Rightarrow\; \eta_{ab} = \frac{1}{4}$

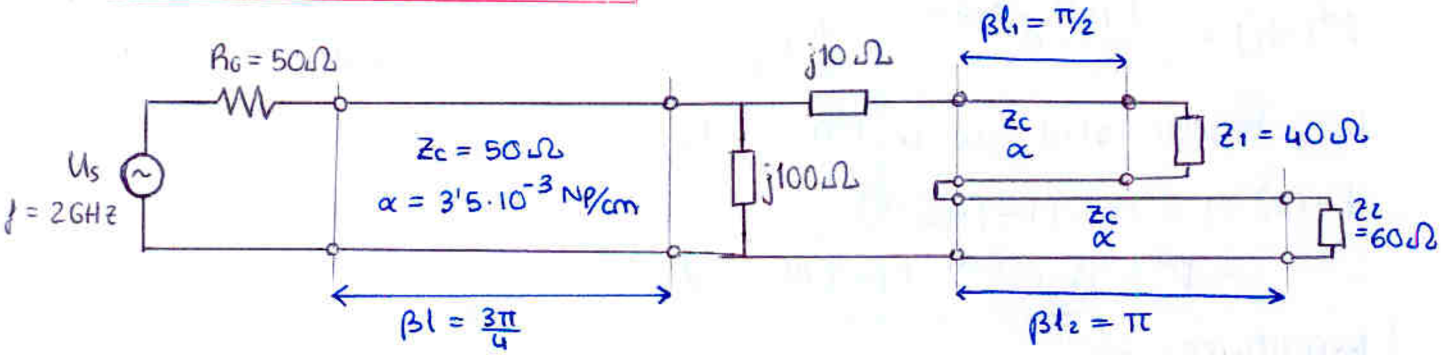
Deberia haber dado cero?..



Si

Problema Lineas de Transmisión:

Problema 5.4.3 del Libro



Hallar la potencia entregada a las antenas

$\beta l_1 = \pi/2 \longrightarrow l_1 = \frac{\pi}{2\beta} = \frac{\pi(\lambda)}{2\cdot(2\pi)} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow$ inversor de impedancia

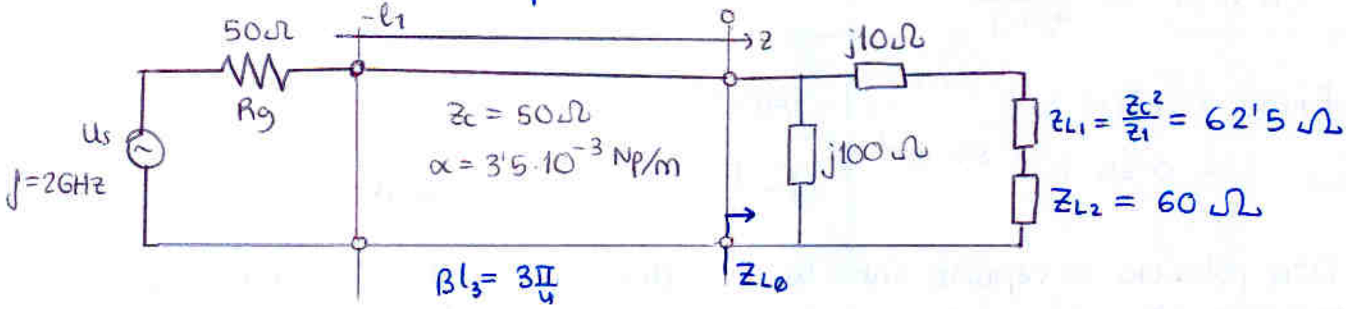
$\beta l_2 = \pi \longrightarrow l_2 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ deja la impedancia igual

Para afirmar esto hay que comprobar $\alpha\cdot l \ll 1$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\cdot10^8}{2\cdot10^9} = \frac{3}{20} = 0'15\text{ m}$$

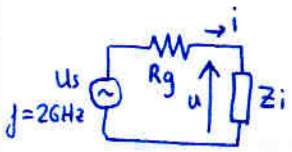
$$\alpha\cdot l = 3'5\cdot10^{-3}\cdot\frac{15}{2} = 0'02625 \ll 1$$

Por lo tanto, desde el punto de vista de la 1ª línea de tx:



$$l_3 = \frac{3\pi}{4\beta} = \frac{3\pi\lambda}{4\cdot2\pi} = \frac{3}{8}\lambda = \frac{9}{160}\text{ m} = \frac{45}{8}\text{ cm}$$

Potencia entregada a la L.T.



$$\left\{\begin{array}{l} u = U_s\cdot\frac{Z_i}{R_g+Z_i} \\ i = U_s\cdot\frac{1}{R_g+Z_i}\end{array}\right\} (1)$$

$$u = u^+e^{-\gamma(-l_1)} + u^-e^{\gamma(-l_1)} \rightarrow (2)\left\{\begin{array}{l} u = u^+e^{\gamma l_1} + u^-e^{-\gamma l_1} \\ i = \frac{1}{Z_c}\left[u^+e^{\gamma l_1} - u^-e^{-\gamma l_1}\right]\end{array}\right\}$$

sustituyendo (2) en (1)

$$\left\{\begin{array}{l} u^+e^{\gamma l_1} + u^-e^{-\gamma l_1} = U_s\cdot\frac{Z_i}{R_g+Z_i} \\ u^+e^{\gamma l_1} - u^-e^{-\gamma l_1} = U_s\cdot\frac{Z_c}{R_g+Z_i}\end{array}\right\}$$

sumando: $2u^+e^{\gamma l_1} = U_s\cdot\frac{Z_c+Z_i}{R_g+Z_i}$ y gracias a que $Z_c = R_g$ queda:

$$u^+e^{\gamma l_1} = \frac{U_s}{2}$$

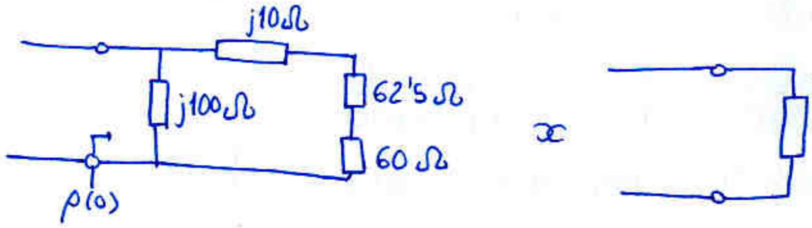
Por tanto la potencia entregada a la L.T.

$$P^+(-l_1) = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c} e^{-2\alpha(-l_1)} = \frac{1}{2}\frac{(U_s/2)^2}{Z_c} = \frac{U_s^2}{8Z_c} = 0'25\ W$$

La potencia total que se transmite

$$P_T(0) = P^+(0)\cdot(1-|\rho(0)|^2)$$
$$= P^+(-l_1)\cdot e^{-2\alpha l_1}\cdot(1-|\rho(0)|^2)$$

Necesitamos $\rho(0)$



$j100 \,//\, 122'5+j10$

$$= \frac{1}{\frac{1}{j100}+\frac{1}{122'5+j10}} = 45'193 + j\,59'419\ \Omega \quad \text{(A)}$$

$$Y_{LT} = \frac{1}{j100} + \frac{1}{122'5+j10}$$

$$\rho(0) = \frac{Z_{LT}-Z_c}{Z_{LT}+Z_c} = \frac{Y_c - Y_{LT}}{Y_c + Y_{LT}}$$
$$= 0'244 + j\,0'472$$

$$|\rho(0)|^2 = \frac{1233}{4369}$$

$$P_T(0) = P^+(-l_1)\cdot e^{-2\alpha\cdot l_1}\cdot(1-|\rho(0)|^2)$$
$$= 0'25\cdot e^{-2\cdot 3'5\cdot 10^{-3}\cdot\frac{45}{8}}\left(1-\frac{1233}{4369}\right) = 0'17252\ W$$

Esta potencia se reparte entre las dos lineas (la red de 3 accesos no consume potencia) proporcionalmente a sus impedancias, ya que están en serie y circula por ellos la misma corriente.

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{P_{T_1}}{P_{T_2}} = \dfrac{62'5}{60}\\ P_{T_1}+P_{T_2} = 0'17252\end{array}\right\} \quad P_{T_2}\left(1+\frac{62'5}{60}\right) = 0'17252\ldots \rightarrow P_{T_2} = 0'084498\,W \text{ (C)}$$

$$P_{T_1} = P_{T_2}\cdot\frac{62'5}{60} = 0'08802\,W \text{ (D)}$$

En la linea de arriba:

$$P_{T_1}(l_1) = P_{T_1}(0)\cdot e^{-2\alpha' l_1}$$
$$= 0'08802\cdot e^{-2\cdot 3'5875\cdot 10^{-3}\cdot}$$
$$= 0'08568\ W$$
$$= 85'68\ mW$$

siendo $\alpha' = \alpha\cdot\frac{s^2+1}{2s}$ siendo $s = \frac{1+\rho}{1-\rho} = \frac{4}{5}$

(!) siendo $\rho = \frac{40-50}{40+50} = -\frac{1}{9}$

$= 3'5875\cdot 10^{-3}\ Np/cm$

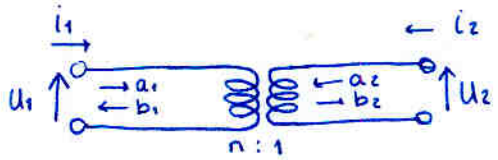
En la de abajo

$$P_{T_2}(l_2) = P_{T_2}(0)\cdot e^{-2\alpha' l_2}$$
$$= \ldots = 80'32\ mW$$

siendo $\alpha' = \alpha\cdot\frac{s^2+1}{2s}$ siendo $s = \frac{1+\rho}{1-\rho}$ siendo $\rho = \frac{60-50}{60+50}$

Ejercicio Parámetros S

TRANSFORMADOR



saber $a = \frac{u^+}{\sqrt{Z_c}}$ y $b = \frac{u^-}{\sqrt{Z_c}}$

$$u_1 = u_1^+ + u_1^- = \sqrt{Z_c}\,(a_1 + b_1) = \sqrt{Z_c}\,a_1\,(1 + S_{11})$$

$$u_2 = u_2^+ + u_2^- = \sqrt{Z_c}\,(a_2 + b_2) = \sqrt{Z_c}\,a_2\,(1 + S_{22})$$

$\boxed{S_{11}}$

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c}$$ y como $Z_{in} = n^2 Z_c$

$$S_{11} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$$

$\boxed{S_{21}}$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{u_2/\sqrt{Z_c}}{u_1/\sqrt{Z_c}}(1+S_{11}) = \frac{u_2}{u_1}\,\frac{2n^2}{n^2+1} = \frac{1}{n}\cdot\frac{2n^2}{n^2+1} = \frac{2n}{n^2+1}$$

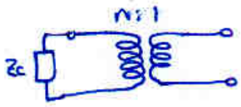
$$u_2 = \sqrt{Z_c}\,(\cancel{a_2} + b_2) = \sqrt{Z_c}\,b_2$$

$$u_1 = \sqrt{Z_c}\,a_1(1 + S_{11})$$

$$a_1 = \frac{u_1}{\sqrt{Z_c}(1+S_{11})}$$

Con un mismo montaje rellenamos una columna de la matriz S.

$\boxed{S_{22}}$



$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2}\Big|_{a_1=0} = \rho_2 = \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c} = \frac{\frac{1}{n^2} - 1}{\frac{1}{n^2} + 1} = \frac{1-n^2}{1+n^2}$$

$\boxed{S_{12}}$

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2}\Big|_{a_1=0} = \frac{u_1/\sqrt{Z_c}}{u_2/\sqrt{Z_c}}(1+S_{22}) = \frac{u_1}{u_2}\,\frac{2}{1+n^2} = \frac{2n}{1+n^2}$$

$$u_2 = \sqrt{Z_c}\,(a_2 + b_2) = \sqrt{Z_c}\,a_2\,(1 + S_{22})$$

$$a_2 = \frac{u_2}{\sqrt{Z_c}}\,\frac{1}{1+S_{22}}$$

$$u_1 = \sqrt{Z_c}\,(\cancel{a_1} + b_1)$$

$$b_1 = +\frac{u_1}{\sqrt{Z_c}}$$

Finalmente:

$$S = \begin{pmatrix} \frac{n^2-1}{n^2+1} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{n^2+1} & \frac{1-n^2}{1+n^2} \end{pmatrix}$$

$$S\cdot S^T = \begin{pmatrix} \frac{n^2-1}{n^2+1} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{n^2+1} & \frac{1-n^2}{1+n^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{n^2-1}{n^2+1} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{1+n^2} & \frac{1-n^2}{1+n^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

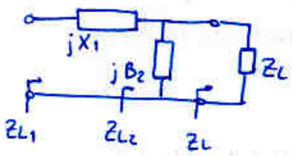
$$\frac{(n^2-1)(n^2-1)}{(n^2+1)(n^2+1)} + \frac{4n^2}{(1+n^2)^2} = \frac{n^4 - 2n^2 + 1}{n^4 + 2n^2 + 1} + \frac{4n^2}{n^4 + 2n^2 + 1} = \frac{n^4 + 2n^2 + 1}{n^4 + 2n^2 + 1} = 1$$

PROBLEMA 2 (45%)

Se debe adaptar una carga Z_L a una línea de impedancia característica Z_c. Para ello emplee un adaptador formado por dos elementos concentrados (serie paralelo o paralelo serie a elegir).
(8p.) A) Calcular el valor de dichos elementos.
(2p.) B) Si se define como funcionamiento correcto del adaptador que obtenga un factor de reflexión a la entrada (frente a la línea), ρ_i, menor que ρ_m, ¿Cuál será el ancho de banda del adaptador?

$Z_L = 25 - j20\ \Omega$
$Z_c = 50\ \Omega$
$f = 1{,}85$ GHz
$\rho_m = -20$ dB

$\bar{z}_L = \frac{25-j20}{50} = 0'5 - j0'4$



serie paralelo

$\bar{z}_{L1} = 1$ (adaptación)

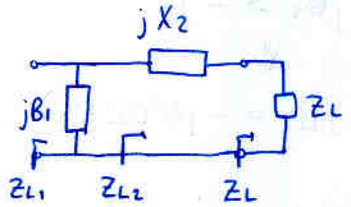
$\bar{z}_{L2} = 1 - jx_1 \rightarrow$ circunf $\mathrm{Re} = 1$

y_{L2} = circunf $\mathrm{Re}=1$ rotada 180°

$y_L = y_{L2} - jb_2$

$z_L = y_L$ rotado 180°

z_L cae en la zona de adaptación imposible



paralelo serie

$\bar{z}_{L1} = 1$ (adaptacion)

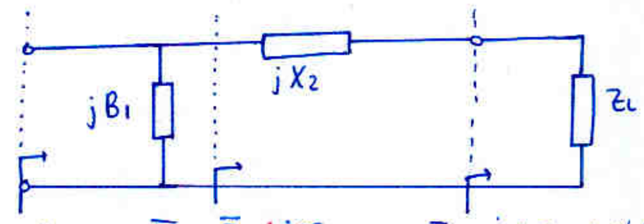
$y_{L1} = 1$

$y_{L2} = 1 - jb_1$ (circunf $\mathrm{Re}=1$)

$\bar{z}_{L2} = y_{L2}$ rotada 180°

$z_L = \bar{z}_{L2} - jX_2$

z_L se puede adaptar, por tanto escogemos paralelo - serie



$\bar{z}_{L1} = 1$ $\quad$ $\bar{z}_{L2} = \bar{z}_L + jx_2$ $\quad$ $\bar{z}_L = 0'5 - j0'4 = \bar{z}_{L2} - jx_2$

$y_{L1} = 1$ $\quad$ $y_{L2} = 1 - jb_1$

admitancia y normalizado

Dibujamos z_{L2} que será y_{L2} rotado 180°, siendo y_{L2} la circunf. $\mathrm{Re} = 1$

$\equiv$

[1] Dibujamos z_{L2} que será $z_L + jx_2$, será la circunferencia $\mathrm{Re} = 0'5$

los puntos de cruce serán las soluciones se obtiene: $\bar{z}_1 = 0'5 + j0'5 \longrightarrow y_1 = 1 - j$

$\bar{z}_2 = 0'5 - j0'5 \longrightarrow y_2 = 1 + j$

solución primera:

$$\bar{z}_1 = 0'5 + j0'5 = \bar{z}_{L2} = \bar{z}_L + jx_2 = 0'5 - j0'4 + jx_2 \Rightarrow jx_2 = j0'9$$

$$y_1 = 1 - j = 1 - jb_1 \longrightarrow jb_1 = j$$

RECUERDA DESNORMALIZAR $\Downarrow$ ← cuidado al desnormalizar ADMITANCIAS. Hay que DIVIDIR por Z_c

$$jB_1 = j0'02 \text{ (S)}$$

$$\Downarrow$$

$$jX_2 = j45 \, (\Omega)$$

solución segunda:

$$\bar{z}_L = 0'5 - j0'5 = \bar{z}_{L2} = \bar{z}_L + jx_2 = 0'5 - j0'4 + jx_2 \Rightarrow jx_2 = -j0'1$$

$$y_2 = 1 + j = 1 - jb_1 \Rightarrow jb_1 = -j$$

$$\Downarrow$$

$$jX_2 = -j5 \, (\Omega)$$

$$jB_1 = -j0'02 \text{ (S)}$$ ← en esta asignatura, las unidades las tienen MUY en cuenta

$f = 1'85 \cdot 10^9$ Hz

Solución primera:

$$jX_2 = j45 = j\omega L_2 \longrightarrow L_2 = \frac{45}{\omega} = 3'871 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 3'87 \text{nH}$$

$$jB_1 = j0'02 = j\omega C_1 \longrightarrow C_1 = \frac{0'02}{\omega} = 1'721 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 1'72 \text{pF}$$

admitancia de un condensador

Solución segunda:

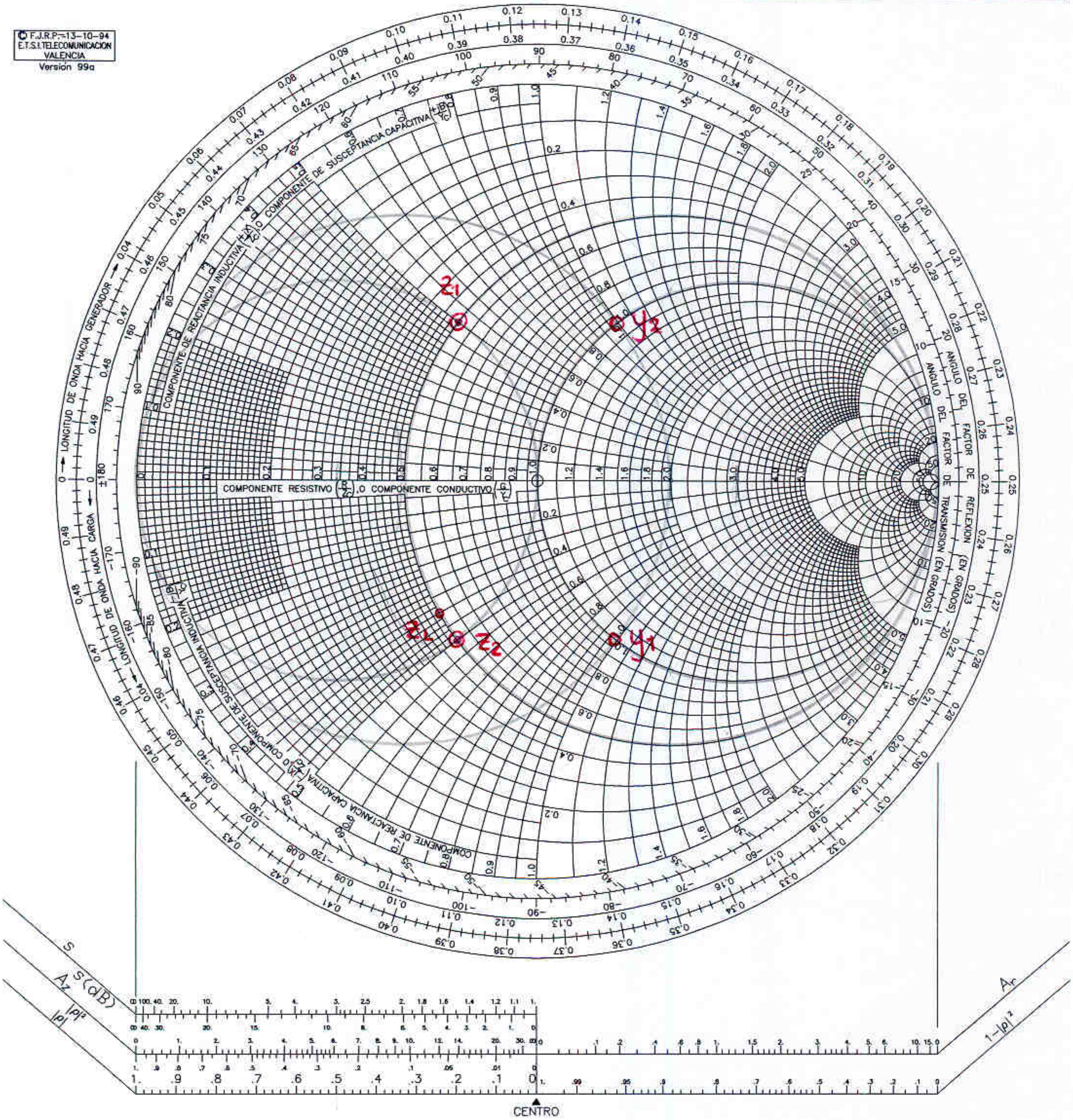
$$jX_2 = -j5 = \frac{1}{j\omega C} \longrightarrow C_2 = \frac{1}{5\omega} = 1'7206 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 17'2 \text{pF}$$

$$jB_1 = -j0'02 = \frac{1}{j\omega L} \longrightarrow L_1 = \frac{1}{0'02\omega} = 4'3015 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 4'30 \text{nH}$$

admitancia de una bobina

CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS	FECHA

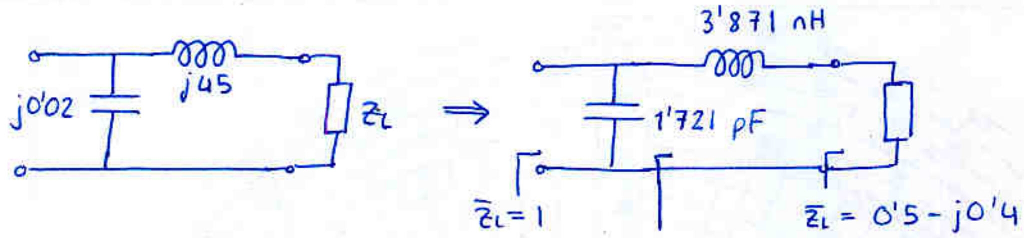


S	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\lvert\rho\rvert^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

b) Se define correcto funcionamiento cuando

$\rho i < -20\,dB = 10^{-\frac{20}{20}} = 0'1$ ← CUIDADO $\rho(dB) = 20 \log \rho$

Tomando la solución



$\bar{z}_{L2} = \bar{z}_L + jx_2$ (1)

$\bar{y}_{L2} = 1 - jb_1$ (2)

~~En este caso (1) lo dibujamos como~~

~~$\bar{z}_{L2} = 0'5 + (0'5 + \Delta x_2)j$~~

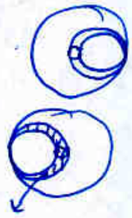
~~$\bar{y}_{L2} = 1 + (-1 + \Delta b_1)j$~~

Ahora tenemos

$\bar{z}_L \simeq 1 = 1 + \Delta z_L$

$\bar{y}_{L2} = (1 + \Delta z_L) - jb_1$

que lo rotamos 180°
para tener $\bar{z}_{L2}$



Por otra parte

$\bar{z}_{L2} = \bar{z}_L + jx_2 = 0'5 - j0'4 + jx_2$

haciendo $\Re e = 0'5$ podremos obtener el rango de valores de jx_2

$\bar{z}_{L2}$ está entre $0'5 + j0'4$ y $0'5 + j0'6$

$\bar{z}_{L2} = 0'5 - j0'4 + jx_2 \longrightarrow jx_2 \in [j0'8, j1]\,\Omega$

por tanto

DESNORMALIZAR ⇒ $[j40, j50] = j\omega L \Rightarrow \omega_{ini} = \frac{40}{L} \rightarrow f_{ini} = \frac{40}{2\pi L} = 1'645\,GHz$

⚠

$f_{fin} = \frac{50}{2\pi L} = 2'056\,GHz$

Pero caerá bien al sumarle jb_1???

$z_{L2min} = 0'5 + j0'4 \longrightarrow y_{L2min} = 1'2 - j \Rightarrow$ sumarle $\frac{j\omega_{min}C}{1/50} = \frac{0'018j}{1/50} = 0'889j \Rightarrow y_L = 1'2 - 0'11j$

↓ fuera del circulo para que cayese dentro debería ser 1'15 la parte real

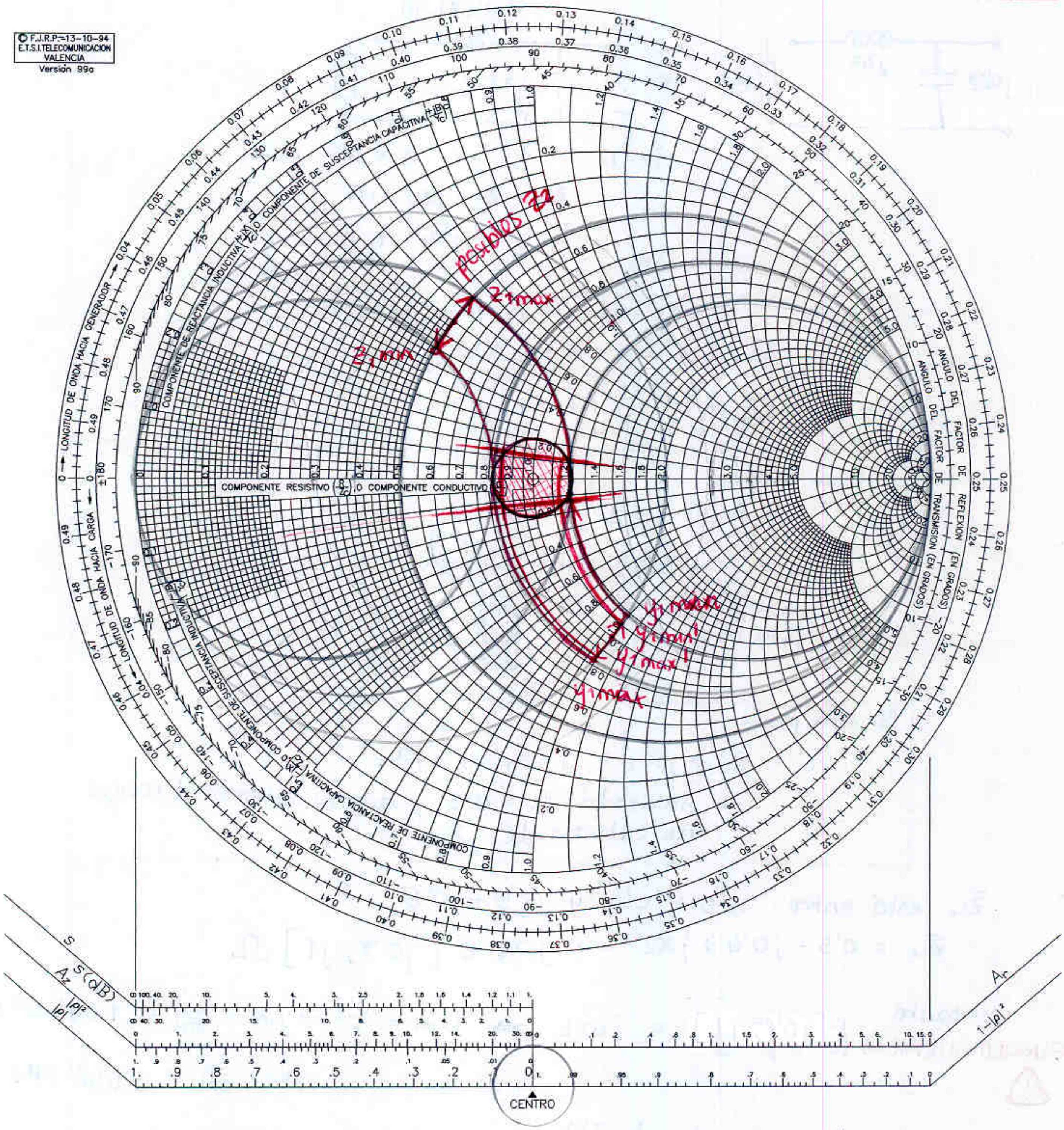
$z_{L1max} = 0'5 + j0'6 \longrightarrow y_{L2min} = 0'8 - j \Rightarrow$ sumarle $\frac{j\omega_{max} \cdot C}{1/50} \Rightarrow y_L = 1'2 + 0'11j$

↓ fuera del circulo para que cayese dentro debería ser 0'85 la parte real

de ahí recalcular f_{min} y f_{max} ←

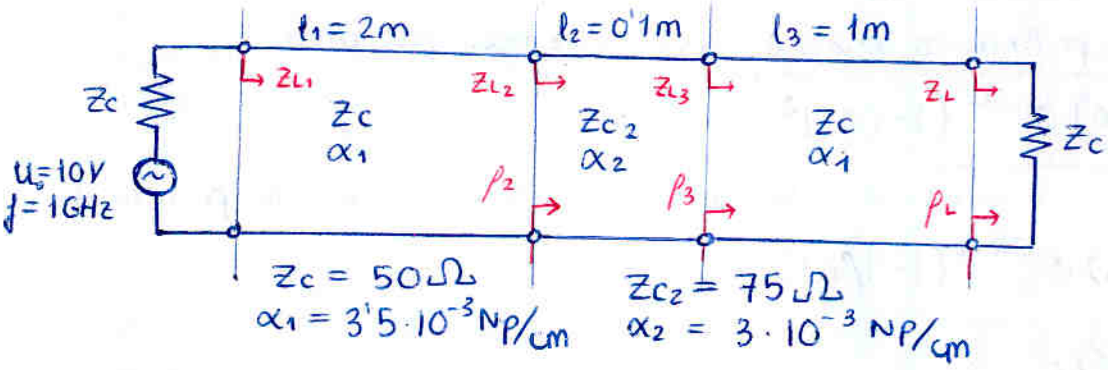
CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS	FECHA



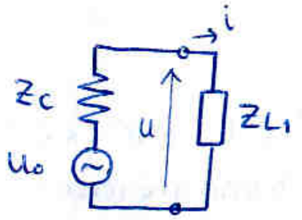
s	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\|\rho\|^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

Problema 5.4.2. Potencias   TEMA 5. Perdidas y dispersion



Calcular potencia entregada a la carga Z_c

1. Calcular P_1^+ del generador.
Necesitaremos Z_{L1} : ¿Calcularla de derecha a izquierda?
Por fortuna no hace falta; veremos que el resultado no involucra Z_{L1}



$$\left\{ \begin{array}{l} u = U_o \cdot \dfrac{Z_{L1}}{Z_c + Z_{L1}} \\ i = \dfrac{U_o}{Z_c + Z_{L1}} \end{array} \right\} \quad (1)$$

siendo:
$$\left\{ \begin{array}{l} u = u^+ e^{-\gamma(-l_1)} + u^- e^{\gamma(-l_1)} \\ i = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{-\gamma(-l_1)} - u^- e^{\gamma(-l_1)}\right] \end{array} \right\} \quad (2)$$

(2) en (1)

$$\left. \begin{array}{ll} \dfrac{U_o Z_{L1}}{Z_c + Z_{L1}} = u^+ e^{+\gamma l_1} + u^- e^{-\gamma l_1} & (3) \\ \dfrac{U_o}{Z_c + Z_{L1}} = \dfrac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{\gamma l_1} - u^- e^{-\gamma l_1}\right] & (4) \end{array} \right\}$$ sistema de ecuaciones

haciendo $(3) + Z_c(4)$

$$\frac{U_o(Z_{L1} + Z_c)}{(Z_{L1} + Z_c)} = 2u^+ e^{\gamma l_1}$$

gracias a que $Z_g = Z_c$ podemos eliminar Z_{L1} y no necesitamos calcularla

$$u^+ e^{\gamma l_1} = \frac{U_o}{2}$$

Por lo tanto: $\boxed{P_1^+(z) = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c} \cdot e^{-2\alpha z}}$

$$P_1^+(-l_1) = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2 e^{2\alpha l_1}}{Z_c} = \frac{1}{2}\frac{(U_o/2)^2}{Z_c} = 0'25\ W$$

2. Sabiendo P_1^+, calcular $P_{T_{L2}}$

calcula total a partir de la incidente; claramente hay que usar:

$$\boxed{P_T(z) = P^+(0)\, e^{-2\alpha z}\left(1-|\rho_L|^2\right)}$$

en nuestro caso; el generador está en $(-\ell_1)$ y la carga en (0). No pasa nada

$$P_{T_{L2}}(0) = P^+(-\ell_1)\, e^{-2\alpha \ell_1}\left(1-|\rho_{L2}|^2\right)$$

Nos hace falta $|\rho_{L2}|$

$$\rho_{L2} = \frac{Z_{L2} - Z_C}{Z_{L2} + Z_C}$$

Hace falta Z_{L2}

ya que $\alpha_2 \cdot \ell_2 = 3\cdot 10^{-3} \cdot 10 = 3\cdot 10^{-2} << 1$

nos permitimos asumir comportamiento ideal y hacer:

no olvidar.
Truco: que esten bien las unidades

$$\boxed{Z_{L2} = Z_{C2}\,\frac{Z_{L3} + jZ_{C2}\,tg(\beta_2 \ell_2)}{Z_{C2} + jZ_{L3}\,tg(\beta_2 \ell_2)}}$$

siendo $\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi \cdot 1\cdot 10^9}{3\cdot 10^8} = \frac{20\pi}{3}$

no nos dicen nada de ε

$\beta_2 \ell_2 = \frac{2\pi}{3}$

$$= 75\,\frac{50 + j\cdot 75\cdot tg(2\pi/3)}{75 + j\cdot 50\cdot tg(2\pi/3)}$$

$$= 85'71 - 30'93j\ \Omega$$

$$\rho_{L2} = \frac{Z_{L2} - Z_C}{Z_{L2} + Z_C} = 0'3 - j\,0'16$$

$$|\rho_{L2}| = 0'34$$

Ya podemos aplicar

$$P_{T_{L2}} = P_1^+(-\ell_1)\cdot e^{-2\alpha_1 \ell_1}\left(1-|\rho_{L2}|^2\right) = 0'25\cdot e^{-2\cdot 0'35\cdot 2}\left(1-0'34^2\right) = 54'5\ mW$$

3. Sabiendo $P_{T_2}(-\ell_2)$, calcular $P_{T_{L3}} = P_{T_2}(0)$

como ahora queremos la total a partir de la total, usamos

$$\boxed{P_T(z) = P_T(0)\cdot e^{-2\alpha z}\,\frac{1-|\rho(z)|^2}{1-|\rho(z)|^2 e^{-4\alpha z}}} \xrightarrow{\alpha\ell << 1} \boxed{\begin{array}{c} P_T(z) = P_T(0)\, e^{-2\alpha' z} \\ \alpha' = \alpha\cdot\frac{s^2+1}{2s}\end{array}}$$

con nuestros nombres y nomenclatura queda

$$P_{T_{L3}} = P_{T_2}(-\ell_2)\cdot e^{-2\alpha' \ell_2} \qquad \alpha' = \alpha\,\frac{s^2+1}{2s}$$

siendo $s = \frac{1+|\rho_L|}{1-|\rho_L|} = \frac{1+1/5}{1-1/5} = 1'5$

siendo $\rho_L = \frac{Z_C - Z_{C2}}{Z_C + Z_{C2}} = -\frac{1}{5}$

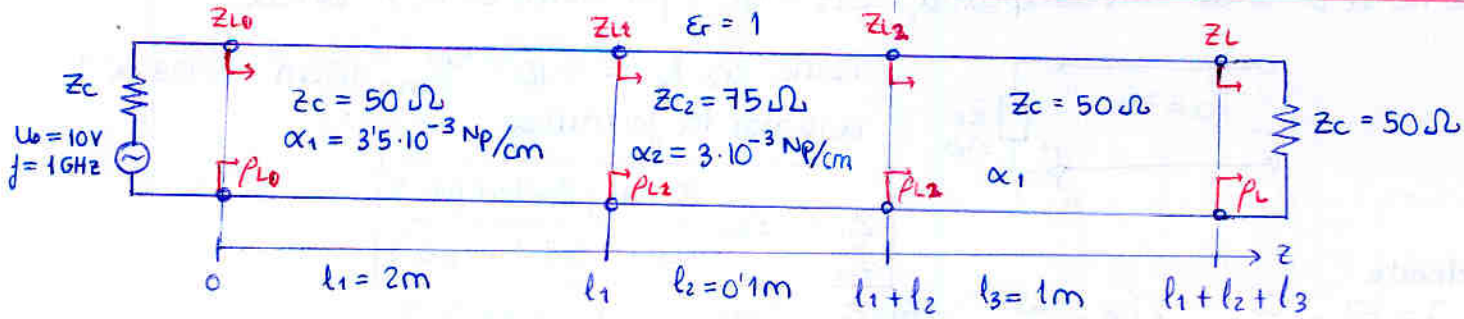
$$\alpha' = \alpha\,\frac{s^2+1}{2s} = 0'3\,\frac{1'5^2+1}{2\cdot 1'5} = 0'325\ Np/m$$

$$P_{T_{L3}} = 54'5\cdot 10^{-3}\cdot e^{-2\cdot 0'325\cdot 0'1} = 51'07\ mW$$

4. Como la ultima linea esta adaptada, solo queda tener en cuenta atenuación

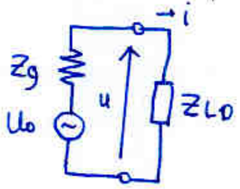
$$P_L = P_{T_{L3}}\cdot e^{-2\alpha_3 \ell_3} = 25'36\ mW\ ///$$

Problema Potencias



· Calcular potencia entregada a la carga

1. Calcular potencia del generador:



C.C. $\left\{ \begin{aligned} u &= U_0 \cdot \frac{Z_{L0}}{Z_g + Z_{L0}} \\ i &= U_0 \cdot \frac{1}{Z_g + Z_{L0}} \end{aligned} \right\}$ (1)

siendo: $\left\{ \begin{aligned} u &= U^+ e^{-\gamma \cdot z} + U^- e^{\gamma \cdot z} \\ i &= \frac{1}{Z_c}\left[U^+ e^{-\gamma z} - U^- e^{\gamma z}\right] \end{aligned} \right\} \xrightarrow{z=0} \left\{ \begin{aligned} u &= U^+ + U^- \\ i &= \frac{1}{Z_c}\left[U^+ - U^-\right] \end{aligned} \right\}$ (2)

si z fuera $-l$ (típico) arrastraríamos $U^+ e^{\gamma l}$ y $U^- e^{-\gamma l}$ en lugar de U^+ y U^- $\Rightarrow$ al final hallaríamos $U^+ e^{\gamma l}$ y $U^- e^{\gamma l}$

sustituyendo (2) en (1)

$$\left\{ \begin{aligned} U^+ + U^- &= \frac{U_0 Z_{L0}}{Z_g + Z_{L0}} \\ \frac{1}{Z_c}\left[U^+ - U^-\right] &= \frac{U_0}{Z_g + Z_{L0}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} U^+ + U^- &= \frac{U_0 Z_{L0}}{Z_g + Z_{L0}} \\ U^+ - U^- &= \frac{U_0 Z_c}{Z_g + Z_{L0}} \end{aligned} \right\}$$

sumando: $2U^+ = U_0 \dfrac{Z_{L0} + Z_c}{Z_{L0} + Z_g}$

restando: $2U^- = U_0 \dfrac{Z_{L0} - Z_c}{Z_{L0} + Z_g}$

ya que $Z_c = Z_g$, queda

$$\left. \begin{aligned} U^+ &= \frac{U_0}{2} \\ U^- &= \frac{U_0}{2}\,\frac{Z_{L0} - Z_c}{Z_{L0} + Z_c} \end{aligned} \right\}$$

calcular Z_{L0} sería 'un pateo' así que nos conformamos con calcular U^+ pudiendo hacer:

$$\boxed{P^+(z) = \frac{|U^+|^2}{2 Z_c} e^{-2\alpha z}}$$

$$\boxed{P_T(z) = P^+(z)\left[1 - |\rho(z)|^2\right]}$$

El hecho de no calcular U^- lo solventaremos calculando $|\rho(z)|^2$ que será más fácil

→ usamos la fórmula que nos da la potencia total a partir de la potencia incidente, (que es la que nos resultó más fácil de obtener)

en $z=0$: $P^+(0) = \dfrac{1}{2}\dfrac{|U^+|^2}{Z_c} = \dfrac{0'5 \cdot (U_0/2)^2}{Z_c} = 0'25$ W

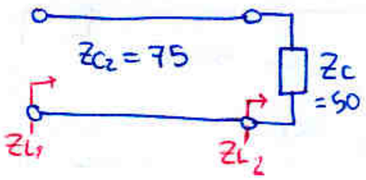
y la potencia que se transmite a la línea 2 será:

$$\begin{aligned} P_T(l_1) &= P^+(l_1)\left[1 - |\rho(l_1)|^2\right] \\ &= P^+(0)\cdot e^{-2\alpha l_1}\left[1 - |\rho(l_1)|^2\right] \end{aligned}$$

Necesitamos $\rho(l_1) = \dfrac{Z_{L1} - Z_c}{Z_{L1} + Z_c}$

y esta vez no nos libramos de calcular Z_{L1} (es el precio a pagar por no haber calculado Z_{L0})

Como la 3ª línea está adaptada, $Z_{L_2} = Z_L$; por tanto en la 2ª línea



como $\alpha_2 \cdot l_2 = 3 \cdot 10^{-3}\ Np/cm \cdot 10\,cm = 0'03 \ll 1$ usamos la fórmula

$$\boxed{\underset{Z_{L_1}}{\overset{\shortparallel}{Z_i}} = Z_{C_2} \cdot \frac{Z_{L_2} + j Z_{C_2} \, tg(\beta l_2)}{Z_{C_2} + j Z_{L_2} \, tg(\beta l_2)}}$$

donde

$$\left\{ \beta = \frac{\omega}{C_0/\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{2\pi f \sqrt{\varepsilon_r}}{C_0} = \frac{20\pi}{3} \qquad \begin{matrix} Z_{C_2} = 75\,\Omega \\ Z_{L_2} = 50\,\Omega \\ l = 0'1 \end{matrix} \right\}$$

por tanto

$$Z_{L_1} = 85'71 - 30'93\,j$$

Por tanto

$$\rho_{L_1} = \rho(l_1) = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{Z_{L_1} + Z_C} \longrightarrow |\rho(l_1)|^2 = \left| \frac{Z_{L_1} - Z_C}{Z_{L_1} + Z_C} \right|^2 = \frac{25}{217} = 0'115\ldots$$

Así que $P_T(l_1) = P^+(0)\, e^{-2\alpha l_1} \left[1 - |\rho(l_1)|^2\right]$

$$= 0'25 \cdot e^{-2 \cdot 3'5 \cdot 10^{-3} \cdot 200} \left[1 - \frac{25}{217}\right] = 0'05455 \text{ W}$$

Y toda esa potencia será la que pasa a la línea (2).
Ahora usaremos la fórmula que nos diga la <u>potencia total</u> que pasa a la línea (3) a partir de la <u>potencia total</u> que pasa a la línea (2)

$$\boxed{P_T(z_2) = P_T(z_1)\, e^{-2\alpha d} \frac{1 - |\rho(z_2)|^2}{1 - |\rho(z_2)|^2 e^{-4\alpha d}}} \xrightarrow{\alpha l \ll 1} \boxed{P_T(z_2) = P_T(z_1)\, e^{-2\alpha' d}}$$

es como si solo hubiera P^+ pero con α'

Por tanto:

$$P_T(l_1 + l_2) = P_T(l_1)\, e^{-2\alpha' d}$$

siendo $\boxed{\alpha' = \alpha \cdot \frac{s^2 + 1}{2s}} = 0'3 \cdot \frac{(2/3)^2 + 1}{2 \cdot (2/3)} = \frac{13}{40}\ Np/m$

+1, no −1

siendo $\boxed{s = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|}} = 2/3$ $\qquad \boxed{|\rho| = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{Z_{L_2} + Z_{C_2}} = -\frac{1}{5}}$

$$P_T(l_1 + l_2) = 0'05455 \cdot e^{-2 \cdot \frac{13}{40} \cdot 0'1}$$
$$= 0'051114 \text{ W}$$

Y esa será la potencia que se transmite a la línea 3, que por estar adaptada

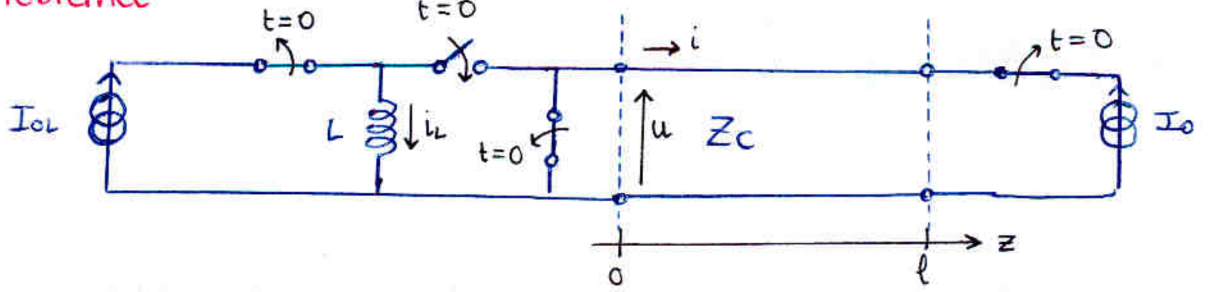
$\boxed{\text{adaptada} \Rightarrow \quad P_T(l_1 + l_2) = P_3^+(l_1 + l_2)}$ $\qquad$ i.e. $P_3^-(z) = 0$

Y por tanto para calcular finalmente la potencia entregada a la carga no hay más que tener en cuenta las pérdidas de la línea

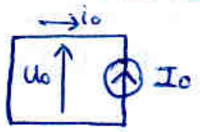
$$P_{T_L} = P^+(l_1 + l_2 + l_3) = P^+(l_1 + l_2) \cdot e^{-2\alpha l_3}$$
$$= 0'051117 \cdot e^{-2 \cdot 3'5 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 0'025383 \text{ W}$$

$$P_{T_L} = 25'38 \text{ mW} \quad ///$$

Problema con cargas reactivas

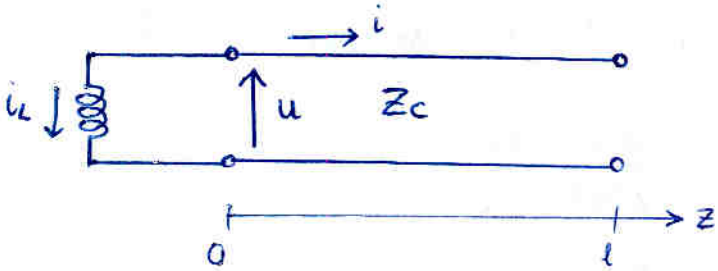


· Condiciones Iniciales :



$i_0 = -I_0$
$u_0 = 0$

· en $t=0$:



Condición de contorno impuesta

$$u_L = L\frac{\partial i_L}{\partial t}$$

y como $i = -i_L$ y $u_L = u$

$$u = L\frac{\partial(-i)}{\partial t}$$

Sustituyendo ondas

$$\left.\begin{aligned} i &= i_0 + i_1^+ = -I_0 + \frac{u_1^+}{Z_c} \\ u &= u_0 + u_1^+ = u_1^+ \end{aligned}\right\}$$

en la condición de contorno, queda

$$u_1^+ = L\frac{\partial\left(I_0 - \frac{u_1^+}{Z_c}\right)}{\partial t}$$

Al haber derivadas, utilizar transformada de Laplace.. y RECUERDA

$$\boxed{\frac{d f(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} s\cdot F(s) - f(0^+)}$$

muchísimo cuidado con los signos de todo

$$u_1^+ = L\frac{\partial}{\partial t}\left(I_0 - \frac{u_1^+}{Z_c}\right)$$

$\downarrow \mathcal{L}$ $\qquad$ $i_{L_0} = +I_{0L}$

$$u_1^+(s) = L\left[s\left(\frac{I_0}{s} - \frac{u_1^+(s)}{Z_c}\right) - I_{0L}\right]$$

$$\frac{u_1^+(s)}{L} + I_{0L} = I_0 - \frac{s}{Z_c}u_1^+(s)$$

despejando $u_1^+(s)$

$$u_1^+(s)\left[\frac{1}{L} + \frac{s}{Z_c}\right] = I_0 - I_{0L}$$

Recuerda

$$\text{cte}\cdot\frac{1}{s-p} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \text{cte}\cdot e^{-pt}\cdot\varepsilon(t)$$

$u(t)$ en S.L.

$$u_1^+(s) = \frac{Z_c(I_0 - I_{0L})}{\frac{Z_c}{L} + s} = Z_c(I_0 - I_{0L})\cdot\frac{1}{s - \left(-\frac{Z_c}{L}\right)}$$

$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$

$$\boxed{u_1^+ = Z_c(I_0 - I_{0L})\,e^{-\frac{Z_c}{L}t}\,\varepsilon(t)}$$

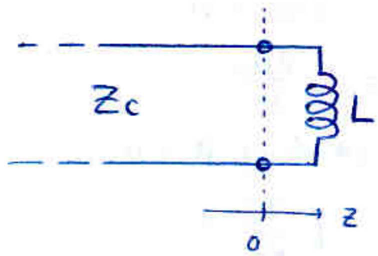
Calculando ρ_L y ρ_g

$$\rho_L = \frac{Z_{\text{a la que llegamos}} - Z_{\text{por la que venimos}}}{Z_{\text{a la que llegamos}} + Z_{\text{por la que venimos}}} = \frac{\infty - Z_c}{\infty + Z_c} = 1$$

$$\rho_g = \frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c} = \frac{sL - Z_c}{sL + Z_c}$$

Podemos usar directamente este resultado general siempre y cuando ya hayamos tenido en cuenta la C.I de la bobina; si no habría que plantear las C.C.

Reflexión en una bobina



Sabiendo $u^+(z=0) = U_0 \cdot \varepsilon(t)$

$$\rho_L = \frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c} = \frac{sL - Z_c}{sL + Z_c}$$

$$U_0 \cdot \varepsilon(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{U_0}{s}$$

Por tanto: $u^-(s) = \rho_L \cdot u^+(s) = \rho_L \cdot \frac{U_0}{s}$

RECUERDA

$$u^-(s) = \frac{sL - Z_c}{sL + Z_c} \cdot \frac{U_0}{s} = \boxed{\frac{s - Z_c/L}{s + Z_c/L} \cdot \frac{U_0}{s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + Z_c/L}}$$

dejar las s sólo

Recuerda:

$$A = \cancel{s} \cdot \left(\frac{s - Z_c/L}{s + Z_c/L} \cdot \frac{U_0}{\cancel{s}} \right) \Bigg|_{s=0} = -U_0$$

$$B = \cancel{(s + Z_c/L)} \left(\frac{s - Z_c/L}{\cancel{s + Z_c/L}} \cdot \frac{U_0}{s} \right) \Bigg|_{s=-\frac{Z_c}{L}} = 2U_0$$

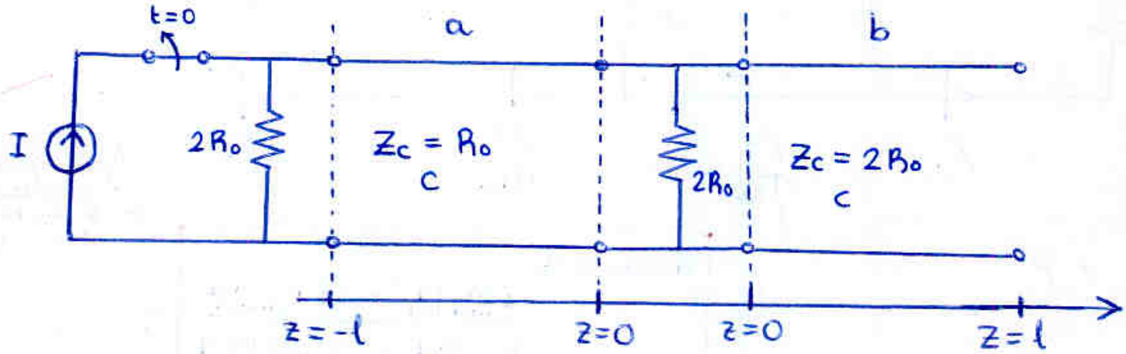
por tanto

$$u^-(s) = -\frac{U_0}{s} + \frac{2U_0}{s + Z_c/L} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} -U_0\,\varepsilon(t) + 2U_0 e^{-\frac{Z_c}{L}} \varepsilon(t)$$

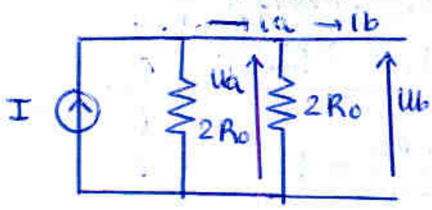
$$\boxed{u^-(t) = +U_0\,\varepsilon(t)\left[-1 + 2e^{-\frac{Z_c}{L}}\right]}$$

Problemas Tema 3. Línea de Tx Ideal en Régimen Transitorio

Problema 3. Dibujar evolución de la tensión en la resistencia en $z=0$.



Condiciones Iniciales:

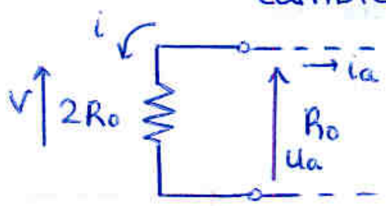


$$u_{a_0} = u_{b_0} = I \cdot R_0$$

$$i_{a_0} = \frac{I}{2}$$

$$i_{b_0} = 0$$

En $t=0$: Puede producirse una onda donde haya habido cambios.



1. Condición de contorno

$$(1) \quad i = \frac{v}{2R_0}$$

2. Lo ponemos en función de tensiones (y corrientes que pasamos a tensiones) de la línea.

CUIDADO

$$i_a = i_{a0} + i_{a_1}{}^+$$

$$= \underset{= \frac{I}{2}}{i_{a0}} + \frac{1}{R_0} u_{a_1}{}^+$$

$$\neq \frac{1}{R_0} \underset{= IR_0}{u_{a0}} + \frac{1}{R_0} u_{a_1}{}^+$$

La relación entre i_{a0} y u_{a0} tiene sentido para $t<0$. Es absurdo aplicarla para $t=0$

MAL!

$$(2) \begin{cases} i = -i_a = -\cancel{\frac{1}{R_0}(u_{a0}} + u_{a_1}{}^+) \\ v = u_a = u_{a0} + u_{a_1}{}^+ \end{cases}$$

(2) en (1)

$$-\cancel{\frac{1}{R_0}(u_{a0}} + u_{a_1}{}^+) = \frac{1}{2R_0}(u_{a0} + u_{a_1}{}^+)$$

$$+u_{a0} + u_{a_1}{}^+ + \frac{1}{2}u_{a0} + \frac{1}{2}u_{a_1}{}^+ = 0$$

$$\frac{3}{2}u_{a_1}{}^+ = -\frac{3}{2}u_{a0} \times$$

2.

$$(2) \begin{cases} i = -i_a = -i_0 - \frac{1}{R_0}u_{a_1}{}^+ \\ v = u_a = u_{a0} + u_{a_1}{}^+ \end{cases}$$

(2) en (1)

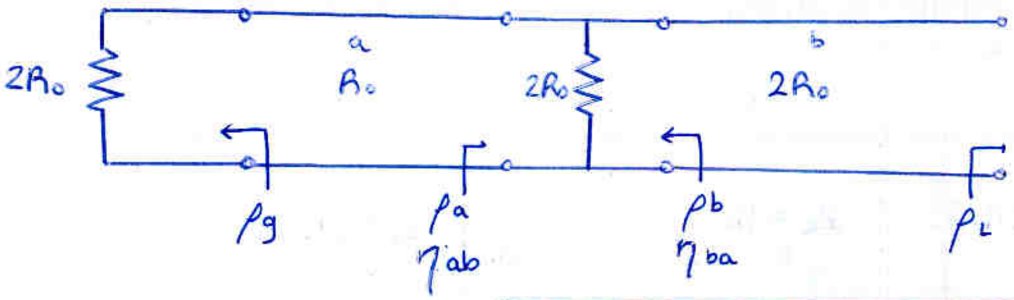
$$-i_0 - \frac{1}{R_0}u_{a_1}{}^+ = \frac{1}{2R_0}(u_{a0} + u_{a_1}{}^+)$$

$$\frac{1}{2R_0}\underset{= I \cdot R_0}{u_{a0}} + \underset{= I/2}{i_0} + \frac{1}{2R_0}u_{a_1}{}^+ + \frac{1}{R_0}u_{a_1}{}^+ = 0$$

$$\frac{I}{2} + \frac{I}{2} + \frac{3}{2R_0}u_{a_1}{}^+ = 0$$

$$u_{a_1}{}^+ = -\frac{2}{3}IR_0$$

calcular factores de Reflexión y transmisión



· ρ

Recuerda

$$\rho = \frac{Z_{\text{en la q incides}} - Z_{\text{por la q vienes}}}{Z_{\text{en la q incides}} + Z_{\text{por la q vienes}}} = \frac{Y_{\text{por la q vienes}} - Y_{\text{en la q incides}}}{Y_{\text{por la q vienes}} + Y_{\text{por la q vienes}}}$$

para acordarte: El orden de 'escritura' es AL REVES que el orden de 'viaje'

Los signos se conservan.

cambia el orden

$$\rho g = \frac{2R_0 - R_0}{2R_0 + R_0} = \frac{1}{3} \qquad \rho_L = \frac{\infty - R_0}{\infty + R_0} = 1$$

$$\rho a = \frac{\frac{1}{R_0} - \left(\frac{1}{2R_0} + \frac{1}{2R_0}\right)}{\frac{1}{R_0} + \left(\frac{1}{2R_0} + \frac{1}{2R_0}\right)} = 0 \qquad \rho b = \frac{\frac{1}{2R_0} - \left(\frac{1}{2R_0} + \frac{1}{R_0}\right)}{\frac{1}{2R_0} + \left(\frac{1}{2R_0} + \frac{1}{R_0}\right)} = -\frac{1}{2}$$

$$= \frac{(2R_0 // 2R_0) - R_0}{(2R_0 // 2R_0) + R_0} = 0$$

· η se obtienen aplicando la C.C.

Resistencia en paralelo : Tensión es la misma

$$\boxed{\begin{aligned} U_a &= U_b \\ U_a^+ + U_a^- &= U_b^+ \end{aligned}}$$

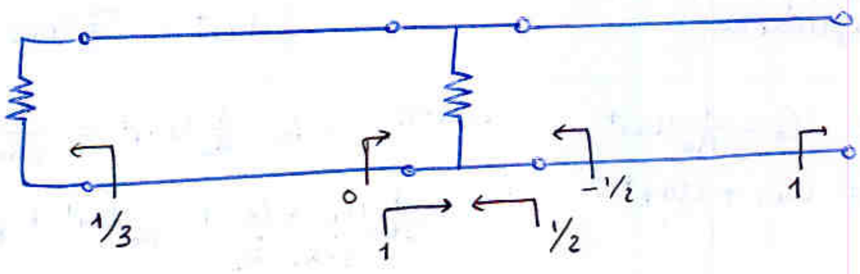
$$U_a^+ + \rho_a U_a^+ = U_b^+$$

$$\frac{U_b^+}{U_a^+} = \eta ab = 1 + \rho a = 1$$

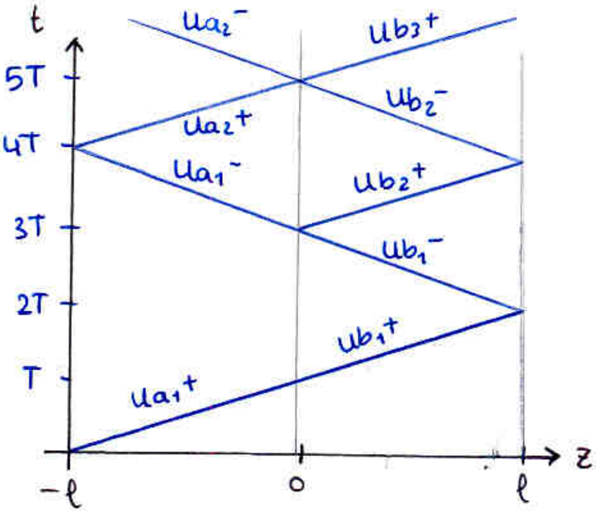
$U_a^+ \rightarrow$ | $\rightarrow U_b^+ = \eta U_a^+$

$U_a^- = \rho U_a^+$

de igual forma $\eta ba = 1 + \rho b = 1/2$



· Diagrama de espacio tiempo



$u_{a_0} = I R_0$

$u_{a_1}^+ = u_{a_1}^+ \qquad = -\frac{2}{3} I R_0$

$u_{b_1}^+ = 1 \cdot u_{a_1}^+ \qquad = -\frac{2}{3} I R_0$

$u_{b_1}^- = 1 \cdot u_{b_1}^+ \qquad = -\frac{2}{3} I R_0$

$u_{a_1}^- = \frac{1}{2} u_{b_1}^- \qquad = -\frac{1}{3} I R_0$

$u_{b_2}^+ = -\frac{1}{2} u_{b_1}^- \qquad = +\frac{1}{3} I R_0$

$u_{b_2}^- = 1 \cdot u_{b_2}^+ \qquad = +\frac{1}{3} I R_0$

$u_{a_2}^+ = \frac{1}{3} \cdot u_{a_1}^- \qquad = -\frac{1}{9} I R_0$

$u_{b_3}^+ = -\frac{1}{2} u_{b_2}^- + 1 \cdot u_{a_2}^+ = -\frac{5}{18} I R_0$

$u_{a_2}^- = \frac{1}{2} \cdot u_{b_2}^- \qquad = \frac{1}{6} I R_0$

⋮

Por tanto, para $z = 0$

$0 < t < T$: $\quad u(z=0, t) = u_{a_0} = I R_0$

$T < t < 3T$: $\quad u(z=0, t) = u_{a_0}\ u_{a_1}^+ = I R_0 + -\frac{2}{3} I R_0 = \frac{1}{3} I R_0$

$3T < t < 5T \quad u(z=0,t) = u_{a_0} + u_{a_1}^+ + (u_{b_1}^- + u_{b_2}^+) = 0$

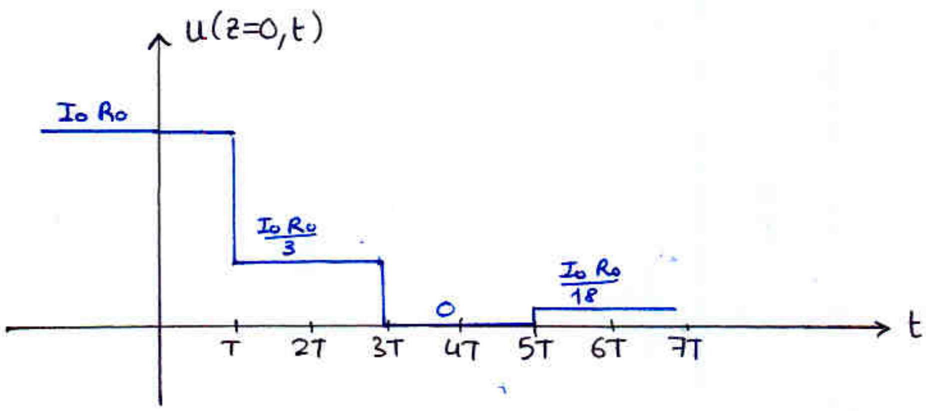
$= u_{a_0} + u_{a_1}^+ + u_{a_1}^- \qquad = 0$

o uno o otro PERO no sumes a los dos lados, ya que la tensión es la misma:

Igual que en $t = T \quad u(z=0,t) = u_{a_0} + u_{a_1}^+$
$\neq u_{a_0} + u_{a_1}^+ + u_{b_1}^+$

$5T < t < 7T \quad u(z=0,t) = \underbrace{u_{a_0} + u_{a_1} + u_{a_1}^-}_{\emptyset} + u_{a_2}^+ + u_{a_2}^- = \frac{1}{18} I R_0$

⋮ $\qquad = \emptyset \qquad + u_{b_2}^- + u_{b_3}^+ = \frac{1}{18} I R_0$



Problema de examen - Todos los temas

EXAMEN FINAL DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES. E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

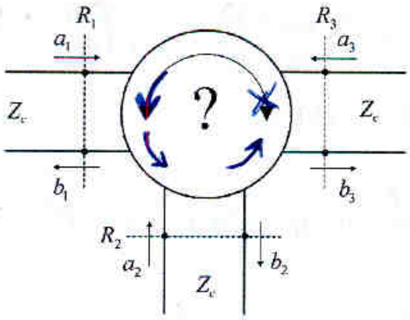
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

PROBLEMAS — Lunes 26 de Enero de 2004

- No se permiten libros ni apuntes.
- Se tendrá en cuenta el orden y la claridad en la resolución.
- Duración: 3 horas 30 minutos. El test se recogerá a los 20 minutos del inicio.
- Puntuación de los problemas sobre el examen: 85%.

PROBLEMA 1 (40%).-

Se dispone de un circulador ideal (ver Figura 1), cuya matriz de parámetros de dispersión (S) presenta el siguiente aspecto:



$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$S_{13} = \left.\frac{b_1}{a_3}\right|_{a_2=0,\ a_1=0} = 1$

$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0,\ a_3=0} = 1$

$S_{32} = \left.\frac{b_3}{a_2}\right|_{a_1=0,\ a_3=0} = 1$

Figura 1. Circulador ideal (red de 3 accesos) y matriz de parámetros S.

Dicho circulador se inserta en un circuito como el mostrado en la figura 2, en el que todas las líneas de transmisión se han implementado en tecnología coplanar (ver datos del problema).

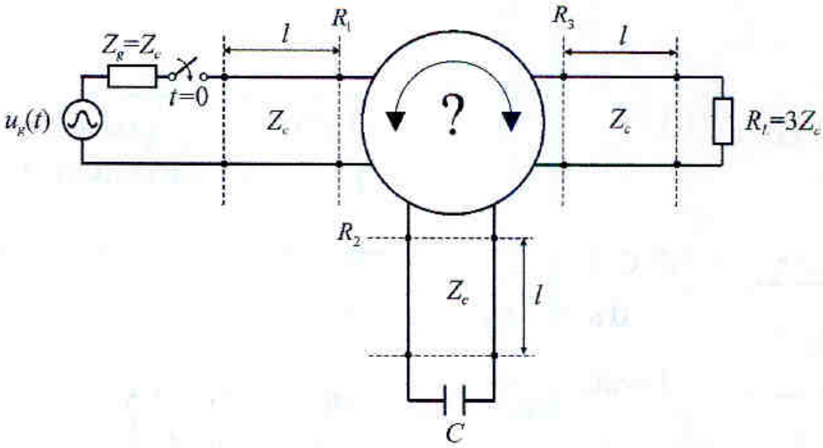
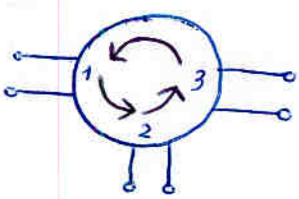


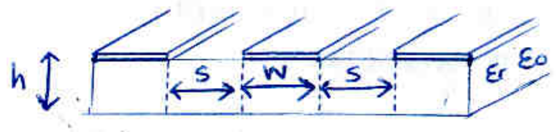
Figura 2. Circuito bajo análisis con circulador y líneas de transmisión coplanares.

Las tres líneas de transmisión coplanares del circuito constan de una tira central de anchura $W = 0{,}9\ \text{mm}$, separadas de los dos planos de masa una distancia $s = 0{,}3\ \text{mm}$, y de un substrato de material dieléctrico de altura $h = 1{,}5\ \text{mm}$. La longitud física de las tres líneas es $l = 8{,}75\ \text{cm}$.

a) $S_{13} = \frac{b_1}{a_3} = 1 \qquad S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = 1 \qquad S_{32} = \frac{b_3}{a_2} = 1 \implies$



b) Valor de $\varepsilon_r < 100$ para que $Z_c = 75\,\Omega$



$h = 1'5\,mm \qquad W = 0'9\,mm$

$s = 0'3\,mm$

Calculamos, utilizando los datos del problema:

$$x = \frac{W}{W+2s} = \frac{0'9}{0'9+2\cdot 0'3} = 0'6$$

$$x^2 = 0'36 < 0'5$$

$$x' = \sqrt{1-x^2} = 0'8$$

$$\frac{K'(x)}{K(x)} = \frac{1}{\pi}\ln\left(2\,\frac{1+\sqrt{x'}}{1-\sqrt{x'}}\right) = 1'1397 \quad Ⓐ$$

$$Z_c = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}\,\frac{K'(x)}{K(x)} = 75\,\Omega \longrightarrow \varepsilon_{ef} = \left(\frac{30\pi}{Z_c}\,\frac{K'(x)}{K(x)}\right)^2 = \left(\frac{30\pi}{75}\cdot 1'1397\right)^2$$

$$\varepsilon_{ef} = 2'0511 \quad Ⓐ$$

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_r+1}{2}\left\{ th\left[0'775\ln\left(\frac{h}{s}\right)+1'75\right] + \frac{x\cdot s}{h}\left[0'04-0'7x+0'01(1-0'1\varepsilon_r)(0'25+x)\right]\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_r+1}{2}\left\{ 0'995 + 0'12\left[-0'38+0'0085(1-0'1\varepsilon_r)\right]\right\} = 2'0511$$

Ⓑ

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon_r+1}{2}\left\{0'950 - 1'02\cdot 10^{-4}\varepsilon_r\right\} = (-5'1\cdot 10^{-5})\varepsilon_r^2 + (0'474949)\varepsilon_r + (0'475) = 2'0511$$

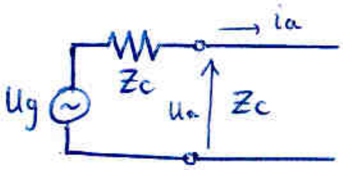
Ⓒ

$$\Rightarrow (\dots) \quad \varepsilon_r = 3'3$$

c) $U_g(t) = 2U_o\,u(t)$

NOTA: Hay que usar $\varepsilon_{ef} = 2'0511$ para los cálculos tipo $c = \frac{c_o}{\sqrt{\varepsilon_{ef}}}$

- $t = 0$



C.C.:

$$U_a = U_g - i_a\cdot Z_c \quad (1)$$

siendo

$$\left.\begin{aligned} U_a &= U_{a0} + U_{a1}^{+} = U_{a1}^{+} \\ i_a &= i_{a0} + i_{a1}^{+} = \frac{U_{a1}^{+}}{Z_c}\end{aligned}\right\} (2)$$

(2) en (1)

$$U_{a1}^{+} = U_g - U_{a1}^{+}$$

$$U_{a1}^{+} = \frac{U_g}{2} = U_o\,u(t)$$

$$u_{a1}^{+}(z,t) = \frac{U_g\left(t-\frac{z}{c}\right)}{2} = U_o\,u\left(t-\frac{z}{c}\right)$$

Se pide responder a las siguientes cuestiones:

a) (1p) Determinar el sentido de paso (a derechas o a izquierdas) de la señal en el circulador a partir de los datos proporcionados en la figura 1.

b) (2.5p) Obtener el valor (inferior a 100) de la permitividad relativa del material dieléctrico de las líneas coplanares para que todas ellas tengan una misma impedancia característica de valor $Z_c = 75\,\Omega$.

c) (4p) Si el generador, que se conecta al circuito en $t=0$, produce una onda continua ($f=0$), es decir $u_g(t) = 2U_0\,\mathrm{U}(t)$ siendo $\mathrm{U}(t)$ la función escalón, y se asume que el circulador ideal se comporta como tal (recordar su matriz de parámetros S en la figura 1) durante el régimen transitorio, deducir los valores del condensador C y de la amplitud U_0 a partir de la evolución temporal de la tensión en el plano de la resistencia de carga R_L mostrada en la figura 3.

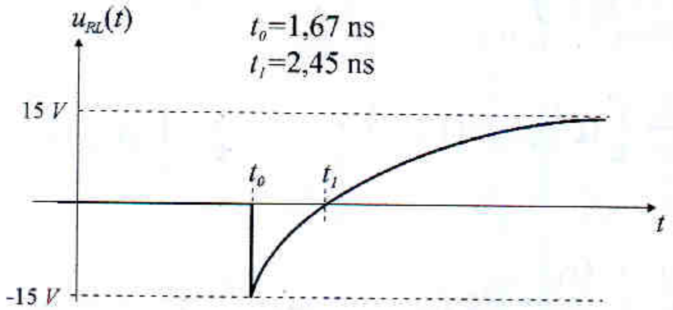
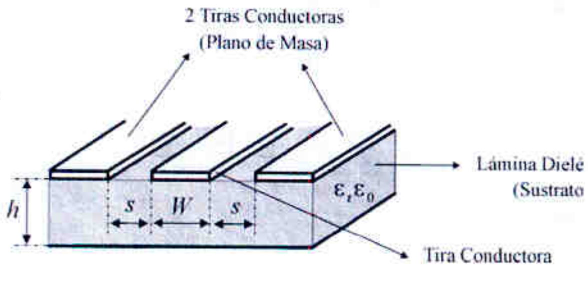


Figura 3. Evolución temporal de la tensión en bornes de la resistencia de carga R_L.

d) (2.5p) Si el generador, que se conecta al circuito en $t=0$, produce una onda sinusoidal ($f = 1{,}8$ GHz) de amplitud 10 V, determinar la potencia que entrega el circuito de la figura 2 a la resistencia de carga R_L (asumir que las líneas de transmisión que llegan a R_1 y a R_2 son ideales, mientras que la línea que llega a R_3 tiene pérdidas bajas, es decir $\alpha_3 = 3\cdot 10^{-3}$ Np/cm). Ayuda: Conviene calcular el factor de reflexión en el acceso 1 (es decir: b_1/a_1) del circulador en función de los factores de reflexión en los accesos 2 (a_2/b_2) y 3 (a_3/b_3).

<u>Datos del Problema</u>.-

Impedancia característica y permitividad relativa efectiva de una línea coplanar:



$$Z_c = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_{ref}}}\frac{K'(x)}{K(x)} \qquad x = \frac{W}{W+2s}$$

$$x' = \sqrt{1-x^2}$$

$$\frac{K'(x)}{K(x)} = \frac{1}{\pi}\ln\left(2\frac{1+\sqrt{x'}}{1-\sqrt{x'}}\right) = F(x') \qquad \text{si } 0 \le x^2 \le$$

$$\frac{K(x)}{K'(x)} = \frac{1}{F(x)} \qquad \text{si } 0{,}5 \le x^2$$

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\varepsilon_r+1}{2}\left\{ th\left[0'775\ln\left(\frac{h}{s}\right)+1'75\right] + \frac{x\cdot s}{h}\left[0'04 - 0'7x + 0'01(1-0'1\varepsilon_r)(0'25+x)\right]\right\}$$

en $t = \frac{l}{c} = \frac{1}{C_0}\sqrt{\varepsilon_{ref}} = \frac{0'0875}{3\cdot 10^8}\sqrt{\varepsilon_{ref}} = 0'4177$ ns

no ε_r

la onda u_{a1}^+ llega al circulador y pasa a la linea 2 u_{b1}^+

en $t = \frac{2l}{c} = 0'8354$ ns

Llega $u_{b1}^+ = U_0\, u(t)$ al condensador

ecuación del condensador $\quad i(t) = C\,\frac{du_c(t)}{dt} \quad (1)$

se genera una onda reflejada

$$\left.\begin{aligned} u_b &= u_{b1}^+ + u_{b1}^- \\ i_b &= \frac{1}{Z_c}\left[u_{b1}^+ - \underbrace{u_{b1}^-}\right] \end{aligned}\right\} (2)$$

recuerda que es aquí donde ponemos la reflejada para poder despejarla

(2) en (1)

$$\frac{1}{Z_c}\left[u_{b1}^+ - u_{b1}^-\right] = C\,\frac{d}{dt}\left[u_{b1}^+ + u_{b1}^-\right]$$

$$\Big\downarrow \mathcal{L}$$

suponiendo origen de tiempos en $\frac{2l}{c}$ para no complicarlo

$$\frac{1}{Z_c}\left[\frac{U_0}{s} - u_{b1}^-(s)\right] = C\Big[s\Big(\frac{U_0}{s} + u_{b1}^-(s)\Big) - \overbrace{u_c(t=0)}^{\text{condición inicial del condensador}}\Big]$$

$$\frac{U_0}{Z_c s} - \frac{u^-(s)}{Z_c} = sC\frac{U_0}{s} + Cs\,u^-(s)$$

$$u^-(s) = \frac{\frac{U_0}{s}\left[\frac{1}{Z_c} - sC\right]}{\left[\frac{1}{Z_c} + sC\right]}$$

hemos obtenido un resultado conocido que podíamos aplicar directamente

$$\boxed{\rho_L = \frac{Z(s) - Z_c}{Z(s) + Z_c} = \frac{Y_c - Y(s)}{Y_c + Y(s)}} = \frac{\frac{1}{Z_c} - sC}{\frac{1}{Z_c} + sC} = \frac{u^-(s)}{u^+(s)}$$

por tanto:

$$u^-(s) = \frac{U_0}{s}\cdot\frac{\frac{1}{Z_c} - sC}{\frac{1}{Z_c} + sC} = \frac{U_0}{s}\cdot\frac{\frac{1}{Z_c C} - s}{s + \frac{1}{Z_c\cdot C}} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{Z_c C}}$$

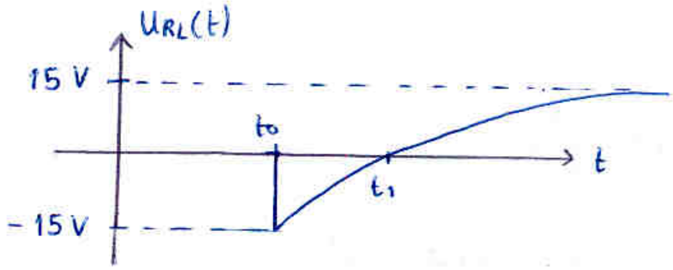
$$A = \left(\frac{U_0}{\cancel{s}}\,\frac{\frac{1}{Z_c C} - s}{s + \frac{1}{Z_c\cdot C}}\right)\cdot\cancel{s}\Big|_{s=0} = U_0$$

$$B = \left(\frac{U_0}{s}\,\frac{\frac{1}{Z_c S} - s}{\cancel{s + \frac{1}{Z_c C}}}\right)\cdot\cancel{\left(s + \frac{1}{Z_c C}\right)}\Big|_{s = -\frac{1}{Z_c C}} = -2U_0$$

$$u^-(s) = U_0\left(\frac{1}{s} - \frac{2}{s + \frac{1}{Z_c C}}\right) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} u^-(t) = U_0\left[1 - 2e^{-\frac{1}{Z_c C}t}\right]u(t)$$

usando t con origen en $\frac{2l}{c}$

en $t = \frac{4l}{c} = t_0 = 1'67$ ns llega esa onda a la carga R_L habiendo pasado de la línea 2 a la 3.



$$u_{RL}(t) = U_0\left[1 - 2e^{-\frac{1}{CZ_c}(t-t_0)}\right]U(t-t_0)$$

se deduce que $U_0 = 15$ V

y:

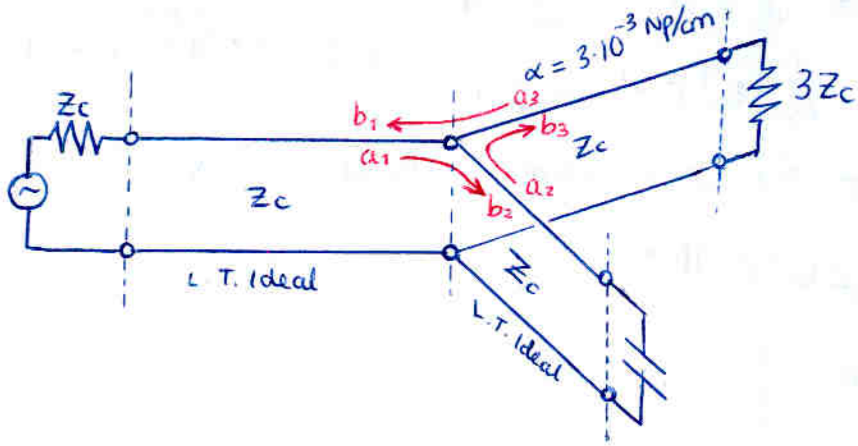
$$\left[1 - 2e^{-\frac{1}{CZ_c}(t_1-t_0)}\right] = 0$$

$$-\frac{1}{CZ_c}(t_1 - t_0) = \ln\frac{1}{2}$$

$$C = -\frac{1}{Z_c \ln\frac{1}{2}}(t_1 - t_0)$$

$$= -\frac{1}{75 \cdot \ln 1/2}(2'45 - 1'67)\cdot 10^{-9} = 15 \text{ pF}$$

d) Generador $U = 10$ V amplitud, $f = 1'8$ GHz



En la tercera línea tenemos

$$\boxed{P_L = P_3^+(0)\cdot e^{-2\alpha l}\cdot(1 - |\rho_L|^2)}$$

siendo $\rho_L = \frac{3Z_c - Z_c}{3Z_c + Z_c} = \frac{1}{2}$

siendo $\boxed{P_3^+(0) = \frac{1}{2}|b_3|^2}$

recuerda
$p^+ = \frac{1}{2}\frac{|U^+|^2}{Z_c}$
$b = \frac{U^+}{\sqrt{Z_c}}$

y $|b_3| = |a_2|$ (del circulador)

coma la L.T. 2 sólo tiene elemento reactivo (no consume potencia) y la L.T. es ideal

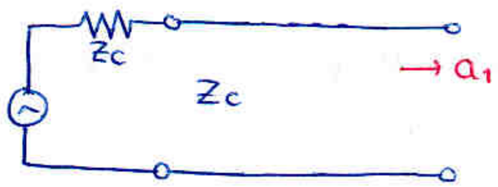
$$|b_2| = |a_2|$$

y de nuevo, del circulador $|b_2| = |a_1|$

Por lo tanto

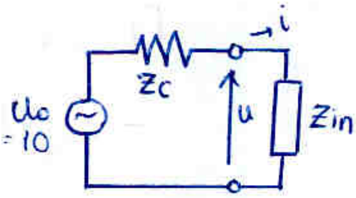
$$P_3^+(0) = \frac{1}{2}|a_1|^2$$

sólo queda hallar $|a_1|^2$



$$a_1 = \frac{u^+}{\sqrt{Z_c}}$$

Para calcular u^+



$$(1)\left\{\begin{aligned} u &= U_o \cdot \frac{Z_{in}}{Z_c + Z_{in}} \\ i &= \frac{U_o}{Z_c + Z_{in}} \end{aligned}\right\}$$

← recuerda que para calcular U^+ en regimen permanente se hace así, equiv. a hacer típica c.c.

$u = U_o - Z_c \cdot i$

¿o sería mejor hacer $U_o = u + Z_c \cdot i$ y despejar u^+? va a ser que sí

siendo:

$$(2)\left\{\begin{aligned} u &= u^+ e^{-j\beta z} + u^- e^{j\beta z} \\ i &= \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{-j\beta z} - u^- e^{j\beta z}\right] \end{aligned}\right\}$$

(2) en (1) y sumando las dos expresiones (la de abajo x Z_c)

$$U_o \frac{Z_c + Z_{in}}{Z_c + Z_{in}} = 2u^+ e^{-j\beta z}$$

$$|u^+| = \frac{U_o}{2}$$

Por tanto $\quad |a_1| = \dfrac{|u^+|}{\sqrt{Z_c}} = \dfrac{U_o}{2\sqrt{Z_c}}$

y $\quad P_3^+(0) = \frac{1}{2}|a_1|^2 = \dfrac{U_o^2}{8Z_c}$ ← Z_c no va al cuadrado (!)

y $\quad P_L = P_3^+(0)\cdot e^{-2\alpha l}\cdot(1-|\rho_L|^2) = \dfrac{U_o^2}{8Z_c}\cdot e^{-2\alpha l}\cdot\left(1-\left(\tfrac{1}{2}\right)^2\right)$

$= \dots = 118'6 \text{ mW}$

PROBLEMA 2 (45%)

Calcule y dibuje la evolución de la corriente con el tiempo en la resistencia R_2. Se valorarán aproximadamente los siguientes resultados intermedios:

A) (0,5 p) Tensión y corriente inicial en los distintos elementos del circuito: líneas de transmisión y resistencias.

B) (3 p) Razonamiento indicando donde, cuando y por qué se generan (o no) ondas de tensión y su valor.

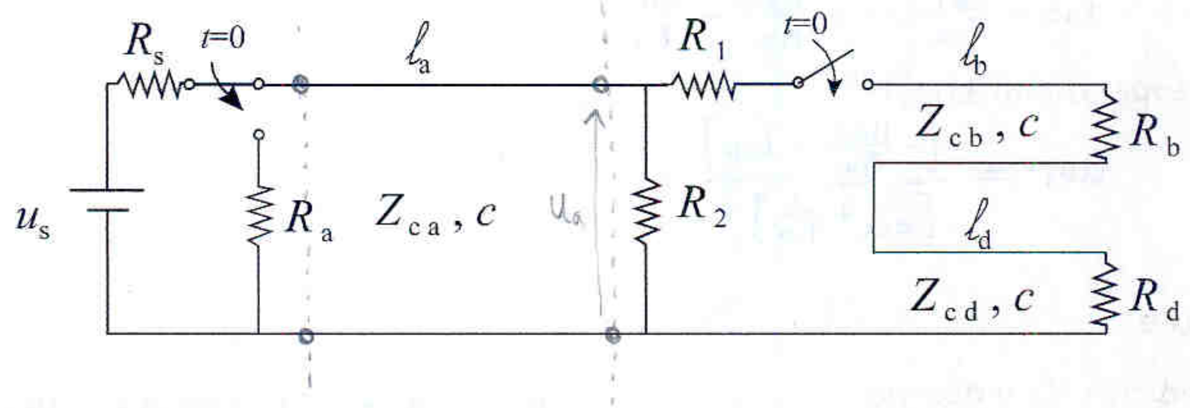
C) (3 p) Cálculo de los factores de reflexión y transmisión necesarios.

D) (0,5 p) Diagrama espacio tiempo del circuito.

E) (0,5 p) Valor de la tensión de las distintas ondas que se generan.

F) (2 p) Cálculo de la evolución de la corriente con el tiempo en la resistencia R_2.

G) (0,5 p) Dibujo de dicha corriente.



$u_s = 1$ V

$R_s = 50\ \Omega$

$R_1 = 50\ \Omega$

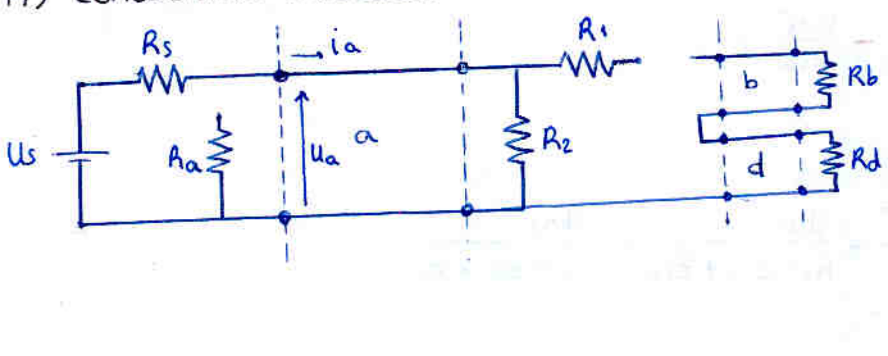
$R_2 = 100\ \Omega$

$R_a = 50\ \Omega$ $\quad Z_{ca} = 50\ \Omega$ $\quad \ell_a = 1$ m

$R_b = 25\ \Omega$ $\quad Z_{cb} = 25\ \Omega$ $\quad \ell_b = 2$ m

$R_d = 25\ \Omega$ $\quad Z_{cd} = 25\ \Omega$ $\quad \ell_d = 2$ m

A) Condiciones Iniciales



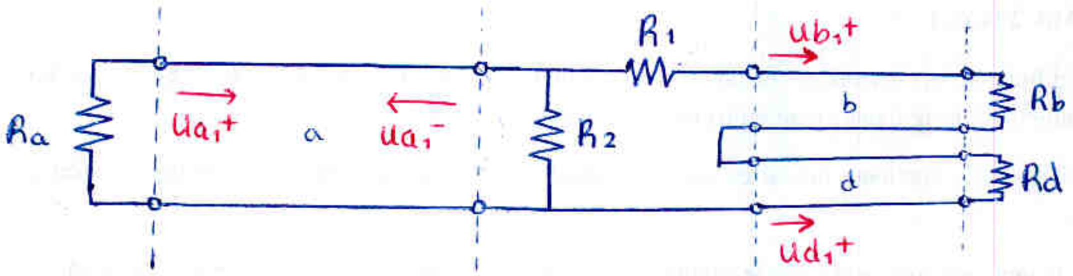
$$i_{R_s} = i_{a_0} = i_{R_2} = \frac{U_s}{R_s + R_2} = \frac{1}{150}\ \text{A}$$

$$u_{a0} = U_s \cdot \frac{R_2}{R_s + R_2} = \frac{2}{3}\ \text{V}$$

$$i_{b_0} = i_{d_0} = i_{R_b} = i_{R_d} = 0\ \text{A}$$

$$u_{b_0} = u_{d_0} = 0\ \text{V}$$

B) En $t = 0$, ondas de tensión allá donde cambien las condiciones de contorno



- $u_{a_1}^+$

Condición contorno: $\quad i_a = -\dfrac{u_a}{R_a} \quad (1)$

siendo
$$\left\{ \begin{array}{l} i_a = i_{a0} + i_{a_1}^+ = i_{a0} + \dfrac{u_{a_1}^+}{Z_{ca}} \\ u_a = u_{a0} + u_{a_1}^+ = u_{a0} + u_{a_1}^+ \end{array} \right\} (2)$$

(2) en (1)

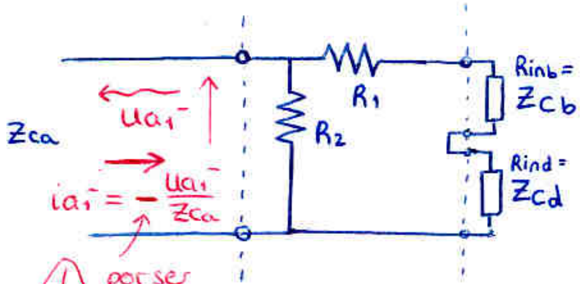
$$i_{a0} + \frac{u_{a_1}^+}{Z_{ca}} = -\frac{u_{a0}}{R_a} - \frac{u_{a_1}^+}{R_a}$$

despejando $u_{a_1}^+$

$$u_{a_1}^+ = \frac{\left[-\dfrac{u_{a0}}{R_a} - i_{a0}\right]}{\left[\dfrac{1}{Z_{ca}} + \dfrac{1}{R_a}\right]} = \ldots = -\frac{1}{2}\,V$$

- $u_{a_1}^-$

condición de contorno:



(!) por ser onda regresiva

Nota: en $t = 0$ (y hasta que no lleguen $u_{b_1}^-$ y $u_{d_1}^-$) las líneas b y d se ven desde esta parte del circuito como impedancias igual a su impedancia característica.

Justificaciones:

- Por definición de resistencia (impedancia)

$$R_{in_b} = \frac{u_b}{i_b} = \frac{u_{b0} + u_{b_1}^+}{i_{b0} + i_{b_1}^+} = \frac{u_{b_1}^+}{i_{b_1}^+} = \frac{u_{b_1}^+}{u_{b_1}^+/Z_{ca}} = Z_{ca}$$

aun no hay onda regresiva

- En $t=0$ no sabemos lo que hay al otro lado de la línea y es equivalente a una línea infinita i.e. $Z_i = Z_c$

$$i_a = \frac{u_{a_1}}{R_2} + \frac{u_{a_1}}{R_1 + Z_{cb} + Z_{cd}} \quad (1)$$

siendo:
$$\left\{ \begin{array}{l} i_a = i_{a0} + i_{a_1}^- = i_{a0} - \dfrac{u_{a_1}^-}{Z_{ca}} \\ u_a = u_{a0} + u_{a_1}^- \end{array} \right\} (2)$$

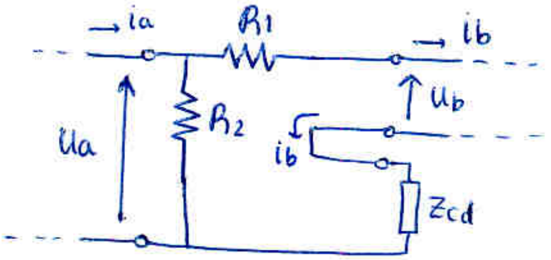
(2) en (1)

$$i_{a0} - \frac{u_{a_1}^-}{Z_{ca}} = \frac{u_{a0}}{R_2} + \frac{u_{a_1}^-}{R_2} + \frac{u_{a0}}{R_1 + Z_{cb} + Z_{cd}} + \frac{u_{a_1}^-}{R_1 + Z_{cb} + Z_{cd}}$$

despejando $u_{a_1}^-$

$$u_{a_1}^- = \frac{\left[i_{a0} - \frac{u_{a0}}{R_2} - \frac{u_{a0}}{R_1 + Z_{cb} + Z_{cd}} \right]}{\left[\frac{1}{R_2} + \frac{1}{Z_{ca}} + \frac{1}{R_1 + Z_{cb} + Z_{cd}} \right]} = \ldots = -\frac{1}{6}\ V$$

- $u_{b_1}^+$



· Podrian haber muchas c.c.
por ejemplo:

$$u_b = -R_1\, i_b + u_a - Z_{cd} \cdot i_b \quad (1)$$

utilizamos resultado anterior

$$u_a = u_{a0} + u_{a_1}^- = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}\ V$$

· siendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_b = i_{b_1}^+ = \frac{u_{b_1}^+}{Z_{cb}} \\ u_b = u_{b_1}^+ \end{array} \right\} \quad (2)$$

· (2) en (1)

$$u_{b_1}^+ = -R_1 \frac{u_{b_1}^+}{Z_{cb}} + u_a - Z_{cd} \cdot \frac{u_{b_1}^+}{Z_c}$$

· despejando $u_{b_1}^+$

$$u_{b_1}^+ = \frac{u_a}{\left[1 + \frac{R_1}{Z_{cb}} + \frac{Z_{cd}}{Z_{cb}}\right]} = \frac{1}{8}\ V$$

- $u_{d_1}^+$

procediendo igual que $u_{b_1}^+$; $u_{d_1}^+ = \frac{1}{8} V$

Curiosidad:

En este caso en que la linea a tiene condiciones iniciales: ¿Podemos en $t=0$ considerarla como una impedancia Z_{ca}?

$$R_{in} = \frac{u_a}{-i_a} = \frac{u_{a0} + u_{a_1}^-}{-i_{a0} - i_{a_1}^-} = \frac{u_{a0} + u_{a_1}^-}{-i_{a0} + \frac{u_{a_1}^-}{Z_{ca}}} \neq Z_{ca}$$

$$= \frac{2/3 - 1/6}{-1/150 - \frac{1/6}{50}} = \frac{1/2}{-1/100} = -50 \neq Z_{ca} = 50$$

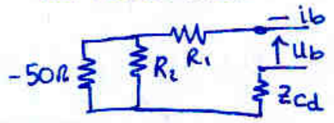
No podemos. → la razon es simple: $-i_a \neq \frac{u_a}{Z_{ca}}$

Curiosidad

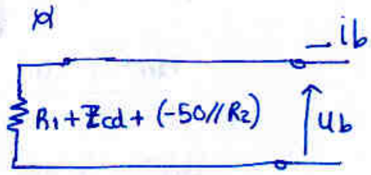
Hemos calculado que en $t=0$ (y hasta que no llegue $u_{a_1}^+$)

$$R_{in_a} = -50\,\Omega$$

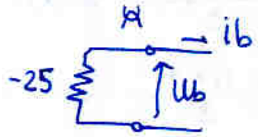
¿Podriamos obtener resultados correctos haciendo: ?



ó



ó



$$u_b = -i_b \cdot (-25)$$

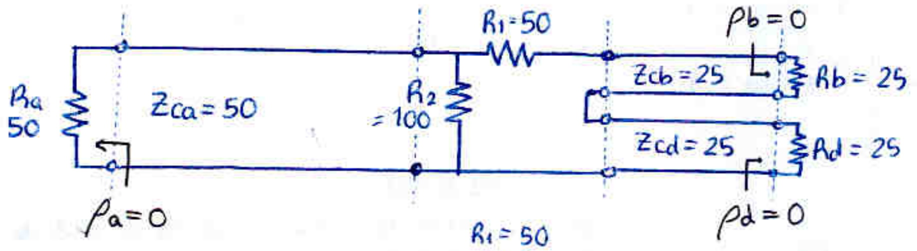
$$u_b = 25\, i_b$$

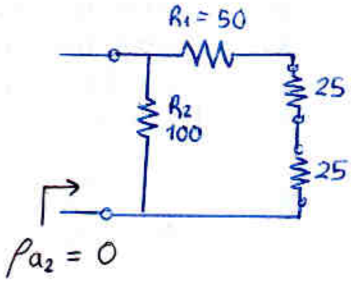
↓

$$u_b^+ = 25 \frac{u_b^+}{Z_{cb}}$$

$u_b^+ = u_b^+ \ldots$ la leche!

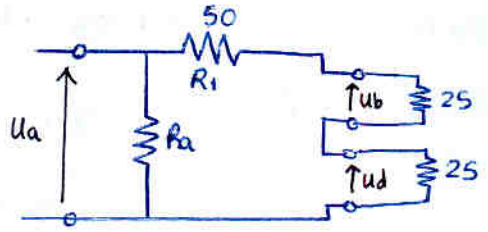
c) Cálculo de los factores de reflexión y transmisión necesarios





En cuanto al factor de transmisión

Al llegar una onda por Ua:



$$U_a = i_{R_1} \cdot R_1 + U_b + U_d$$

$$U_a = \frac{U_a}{R_1 + 25 + 25} R_1 + U_b + U_d$$

$$U_a = \frac{U_a}{2} + U_b + U_d$$

$$\frac{U_a}{2} = U_b + U_d$$

siempresuponer

$$\frac{U_a^+ + U_a^-}{2} = U_b^+ + U_d^+$$

$$\frac{U_a^+ + \rho U_a^-}{2} = U_b^+ + U_d^+$$

$$\frac{U_a^+}{2} = U_b^+ + U_d^+$$

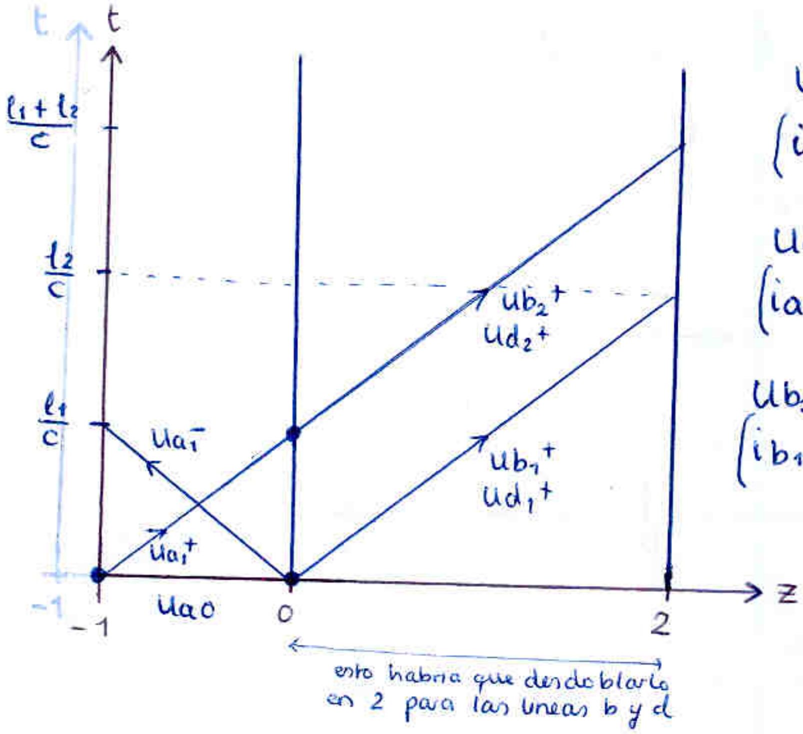
Ya no tenemos en cuenta las CI de A porque ya las habíamos tenido en cuenta, y ahora estamos suponiendo una nueva onda

como se comprueba fácilmente que $U_b^+ = U_d^+$

$$U_b^+ = U_d^+ = \frac{U_a^+}{4}$$

$$\eta_{ab} = \eta_{ad} = \frac{1}{4}$$

D) Diagrama espacio tiempo



E)

$u_{a_1}^+ = -\frac{1}{2}\,V$

$\left(i_{a_1}^+ = +\frac{-1/2}{50} = -\frac{1}{100}\,A\right)$

$u_{a_1}^- = -\frac{1}{6}\,V$

$\left(i_{a_1}^- = -\frac{-1/6}{50} = \frac{1}{300}\,A\right)$

$u_{b_1}^+ = u_{d_1}^+ = \frac{1}{8}\,V$

$\left(i_{b_1}^+ = i_{d_1}^+ = \frac{1}{200}\,A\right)$

$u_{b_2}^+ = u_{d_2}^+ = \left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{4} = -\frac{1}{8}\,V$

Cuidado, las corrientes se calculan

$$i = i_0 + \frac{u^+ - u^-}{Z_c} = i_0 + i^+ + i^-$$

$$i_a(z=0) = \begin{cases} \frac{1}{150} = i_{a0} & t<0 \\ \frac{1}{150} + \frac{-u_1^-}{Z_c} = (i_{a0} + i_{a_1}^-) = \frac{1}{150} + \frac{-(-1/6)}{50} = \frac{1}{100} & 0<t<\frac{l_1}{c} \\ \frac{1}{150} + \frac{u_1^+ - u_1^-}{Z_c} = (i_{a0} + i_{a_1}^- + i_{a_1}^+) = \frac{1}{150} + \frac{(-1/2)-(-1/6)}{50} = 0 & t>\frac{l_1}{c} \end{cases}$$

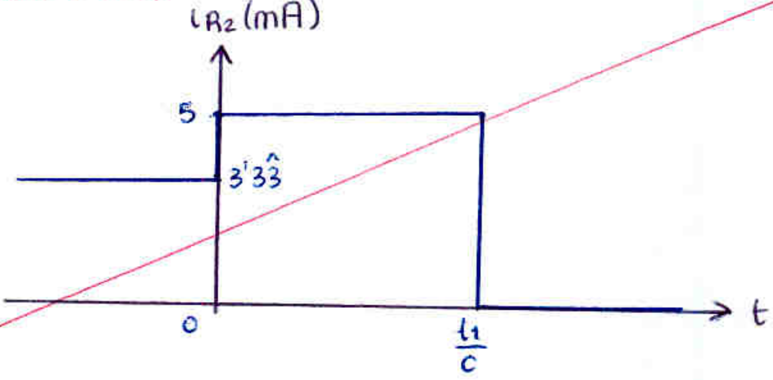
siempre

$$\boxed{i_a = i_{a0} + \frac{1}{Z_c}\left[u_{a\,tot}^+ - u_{a\,tot}^-\right]}$$

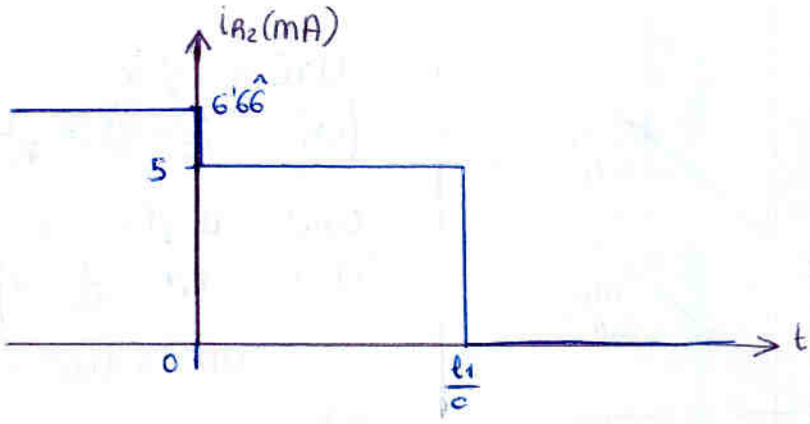
$$i_{R_2} \cancel{=} \frac{i_a(z=0)}{2} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{300}\,A & t<0 \\ \frac{1}{200}\,A & 0<t<\frac{l_1}{c} \\ 0\,A & t>\frac{l_1}{c} \end{Bmatrix} = \begin{cases} 3'3\hat{3}\,mA & t<0 \\ 5\,mA & 0<t<l_1/c \\ 0\,mA & t>l_1/c \end{cases}$$

falso para t<0!!!!

G)



$$i_{R_2} = \begin{cases} i_a(z=0) = \frac{1}{150}\,A & t<0 \\ \frac{i_a(z=0)}{2} = \frac{1}{200}\,A & 0<t<\frac{l_1}{c} \\ \frac{i_a(z=0)}{2} = 0\,A & t>\frac{l_1}{c} \end{cases}$$



a)
$$\left.\begin{array}{l} Z_c = \frac{\eta}{\pi}\, ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right) \\ \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} \end{array}\right\} \quad Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}\, \frac{1}{\pi}\, ch^{-1}\left(\frac{D}{d}\right)$$

Si D y d son iguales en ambas, variaremos Z_c mediante el parámetro ε_r (permitividad relativa)

$$Z_{cb} = 2 Z_{ca}$$
$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{r_b}\varepsilon_0}} = 2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{ra}\varepsilon_0}}$$
$$\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{rb}}} = 2\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{ra}}}$$
$$\boxed{\sqrt{\varepsilon_{rb}} = \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_{ra}}}$$
$$\boxed{\varepsilon_{rb} = \frac{1}{4}\varepsilon_{ra}}$$

La velocidad de propagación $v_p = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}$, por tanto:

$$v_{pa} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{ra}}} \qquad v_{pb} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{rb}}} = \frac{c_0}{\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_{ra}}} = 2\frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{ra}}} = 2 v_{pa}$$

$$\boxed{v_{pb} = 2\cdot v_{pa}}$$

b) Siendo líneas reales se tendría R_s (resistencia superficial del conductor) y $tg\,\delta$ (tangente de pérdidas) distintas de cero.

Sin embargo, como estamos trabajando en $f = 0\,Hz$ (ya que tenemos generadores de continua) vemos que, de acuerdo con las expresiones de la atenuación de la línea bifilar, se tiene

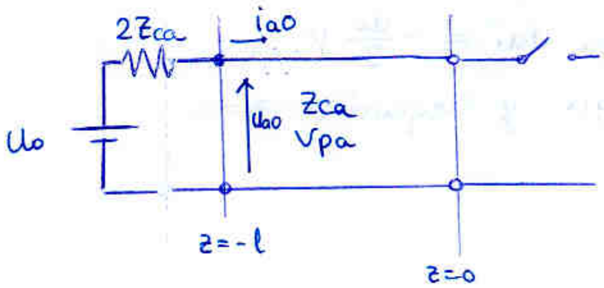
$$\alpha_c = 0 \quad y \quad \alpha_d = 0$$

Por lo tanto podemos considerar las líneas como ideales.

c) $2U_0 = I_0 \cdot Z_{ca}$

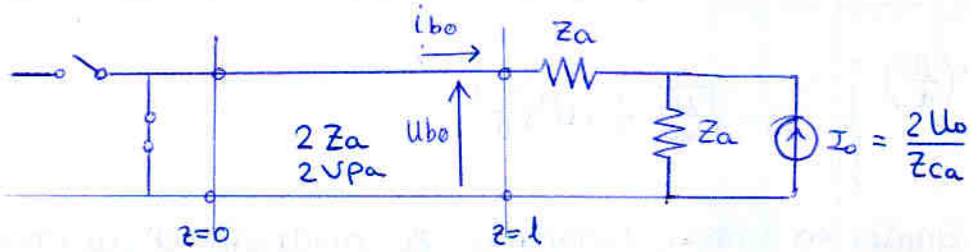
en $t = 0^-$

En la línea a) se tiene:



$$i_{a0} = 0\ A$$
$$u_{a0} = U_0\ V$$

En la linea b se tiene:



$$i_{b0} = -\frac{I_0}{2} = \frac{-U_0}{Z_{ca}} \quad A$$

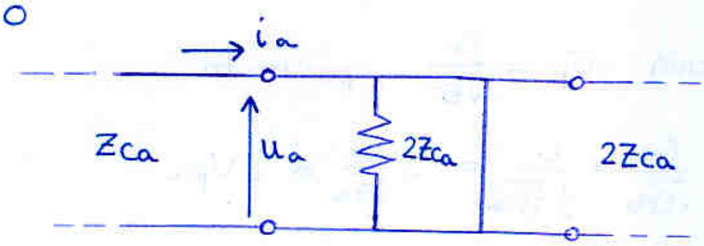
$$u_{b0} = 0 \; V$$

$t = 0^+$

se producirán ondas allá donde cambien las condiciones de contorno.

Linea a: $z = -l \rightarrow$ no se producen ondas

$z = 0$



Las condiciones de contorno son $u_a = 0$

y se tendrá $u_a = u_{a0} + u_{a1}^-$

Por lo tanto: $u_{a1}^- = -u_{a0} = -U_0 \; V$

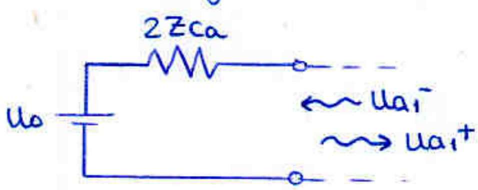
Linea b

en $z = l$ no se producen ondas de tensión

en $z=0$ tampoco, ya que la condición de contorno sigue siendo $u_b = 0$

d) Evolución de las ondas de tensión hasta $t = (2T_a)^-$

La onda u_{a1}^- viajará hacia el generador y llegará a él en $t = T_a^-$ donde se generará una onda reflejada u_{a1}^+



$$\rho_{ga} = \frac{Z_g - Z_{ca}}{Z_g + Z_{ca}} = \frac{2Z_{ca} - Z_{ca}}{2Z_{ca} + Z_{ca}} = \frac{1}{3}$$

$$u_{a1}^+ = \rho_{ga} \cdot u_{a1}^- = -\frac{U_0}{3} \; V$$

Esta nueva onda viajará hacia la carga y llegará a $z=0$ en $t = 2T_a$

queda: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3}U_0 - U_{a2}^- = U_{b1}^+ - U_0 \\ U_{a2}^- - \frac{U_0}{3} = U_{b1}^+ \end{array} \right\}$

sumando: $\frac{1}{3}U_0 = 2U_{b1}^+ - U_0$

$$2U_{b1}^+ = \frac{4}{3}U_0$$

$$\boxed{U_{b1}^+ = \frac{2}{3}U_0}$$

restando:

$$U_0 - 2U_{a2}^- = -U_0$$

$$2U_{a2}^- = 2U_0$$

$$\boxed{U_{a2}^- = U_0}$$

f) U_{b1}^+ tarda $\frac{l}{v_{pb}} = \frac{l}{2v_{pa}} = \frac{1}{2}T_a$ en llegar al generador donde

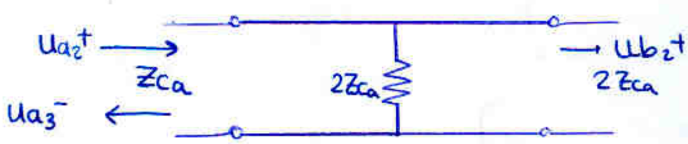
$$\rho_{gb} = \frac{Z_g - 2Z_{ca}}{Z_g + 2Z_{ca}} = \frac{2Z_{ca} - 2Z_{ca}}{2Z_{ca} + 2Z_{ca}} = 0$$

por lo que no hay nueva onda reflejada. $\boxed{U_{b1}^- = 0}$

U_{a2}^- llega al generador en $3T_a$, generándose $U_{a2}^+ = \rho_{ga} \cdot U_{a2}^-$

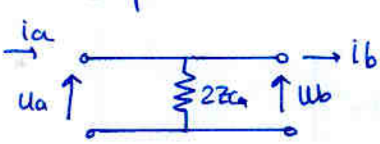
$$\boxed{U_{a2}^+ = \frac{1}{3}U_{a2}^- = \frac{1}{3}U_0}$$

Esta onda U_{a2}^+ llega a $z=0$ en $4T_a$ generando U_{a3}^- y U_{b2}^+



Nota: esta vez sí que podríamos considerar la 2ª línea como Z_{cb} para calcular ρ_a y luego $\eta_{ab} = 1 + \rho_{ab}$

Ya no tenemos en cuenta todas las ondas anteriores porque ya cumplían la condición de contorno



$\left\{ \begin{array}{l} u_a = u_b \\ i_a = \frac{u_b}{2Z_{ca}} + i_b \end{array} \right\}$

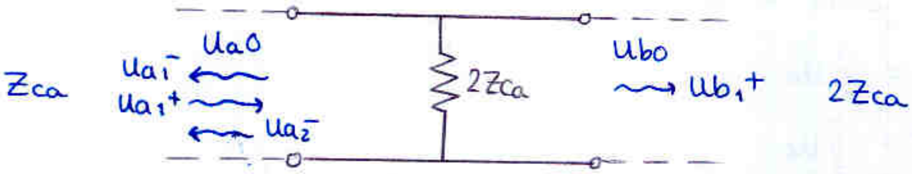
$$\left\{ \begin{array}{l} U_{a2}^+ + U_{a3}^- = U_{b2}^+ \\ \frac{1}{Z_{ca}}\left(U_{a2}^+ - U_{a3}^-\right) = \frac{U_{b2}^+}{2Z_{ca}} + \frac{1}{2Z_{ca}}(U_{b2}^+) \end{array} \right\}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3}U_0 + U_{a3}^- = U_{b2}^+ \\ \frac{1}{3}U_0 - U_{a3}^- = U_{b2}^+ \end{array} \right\}$ sumando: $\frac{2}{3}U_0 = 2U_{b2}^+ \rightarrow U_{b2}^+ = \frac{1}{3}U_0$

restando: $2U_{a3}^- = 0 \rightarrow U_{a3}^- = 0$

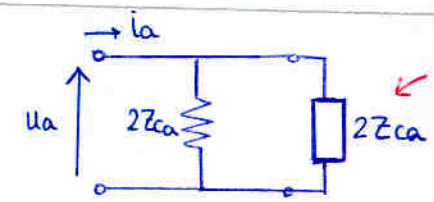
$$\boxed{U_{b2}^+ = \frac{1}{3}U_0 \qquad U_{a3}^- = 0}$$

e) en $t = 2T_a$ se abre el interruptor I_3, por lo que cambian las condiciones de contorno tanto en la linea a como en la b. Recordemos además que llegaba u_{a1}^+



Hay que tener en cuenta todas las ondas incluso las que habiamos tenido en cuenta, ya que han cambiado las condiciones de contorno.

Para la linea a:



falso

En la linea b han habido cambios en las C.C. y se generará onda Ub_1^+ que hay que tener en cuenta además de la Ub_0

$$u_a = i_a \cdot Z_{ca}$$

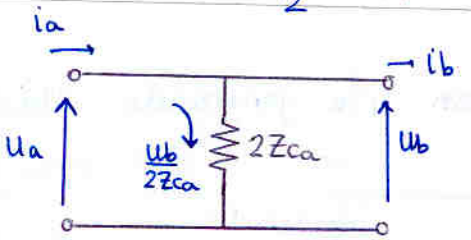
$$(u_{a0} + u_{a1}^- + u_{a1}^+ + u_{a2}^-) = \left(i_{a0} + \frac{1}{Z_{ca}}(u_{a1}^+ - u_{a1}^- - u_{a2}^-)\right) Z_{ca}$$

$$u_0 - u_0 - \frac{u_0}{3} + u_{a2}^- = \left(0 + \frac{1}{Z_{ca}}\left(-\frac{u_0}{3} + u_0 - u_{a2}^-\right)\right) Z_{ca}$$

$$u_{a2}^- - \frac{u_0}{3} = \frac{2}{3}u_0 - u_{a2}^-$$

$$2u_{a2}^- = u_0$$

$$u_{a2}^- = \frac{u_0}{2} \quad \times$$



$$\begin{cases} u_a = u_b \\ i_a = \dfrac{u_b}{2Z_{ca}} + i_b \end{cases}$$

$$\begin{cases} (u_{a0} + u_{a1}^- + u_{a1}^+ + u_{a2}^-) = (u_{b0} + u_{b1}^+) & (1) \\ \left[i_{a0} + \dfrac{1}{Z_{ca}}(u_{a1}^+ - u_{a1}^- - u_{a2}^-)\right] = \dfrac{(u_{b0} + u_{b1}^+)}{2Z_{ca}} + \left[i_{b0} + \dfrac{1}{2Z_{ca}}(u_{b1}^+)\right] & (2) \end{cases}$$

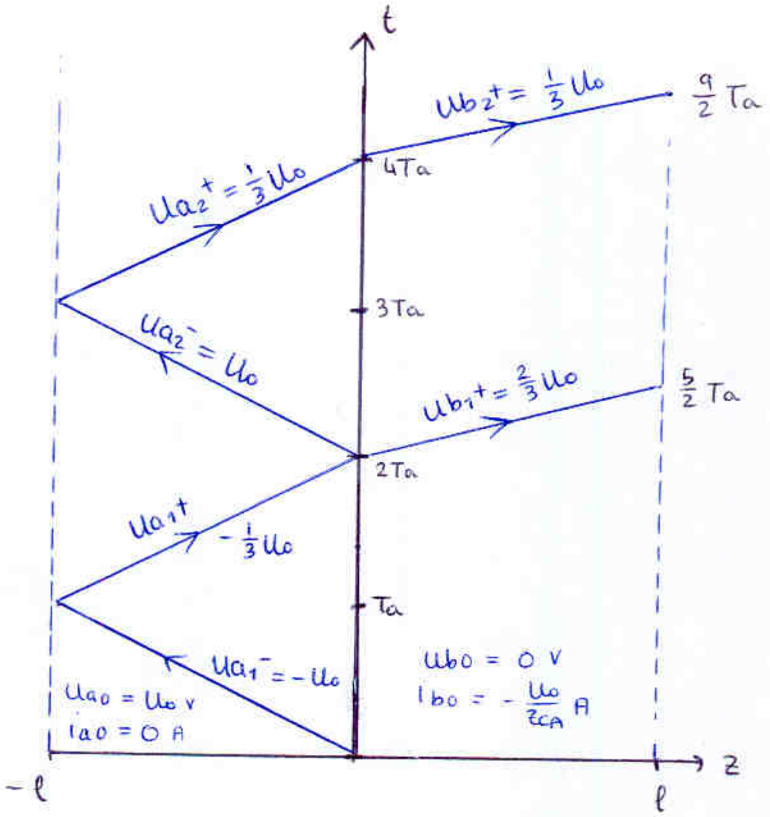
(2) $0 + \frac{1}{Z_{ca}}\left(-\frac{u_0}{3} + u_0 - u_{a2}^-\right) = \frac{u_{b1}^+}{2Z_{ca}} + \left[-\frac{u_0}{Z_{ca}} + \frac{\frac{1}{2}u_{b1}^+}{Z_{ca}}\right]$

$$\frac{1}{Z_{ca}}\left(\frac{2}{3}u_0 - u_{a2}^-\right) = \frac{u_{b1}^+ - u_0}{Z_{ca}}$$

(1) $u_0 - u_0 - \frac{u_0}{3} + u_{a2}^- = u_{b1}^+$

Ese U_{b2}^+ llega al generador b en $4T_a + \frac{T_a}{2}$ donde ya no se generan ondas regresivas y el circuito alcanza el régimen permanente.

g)



en $t = \infty$

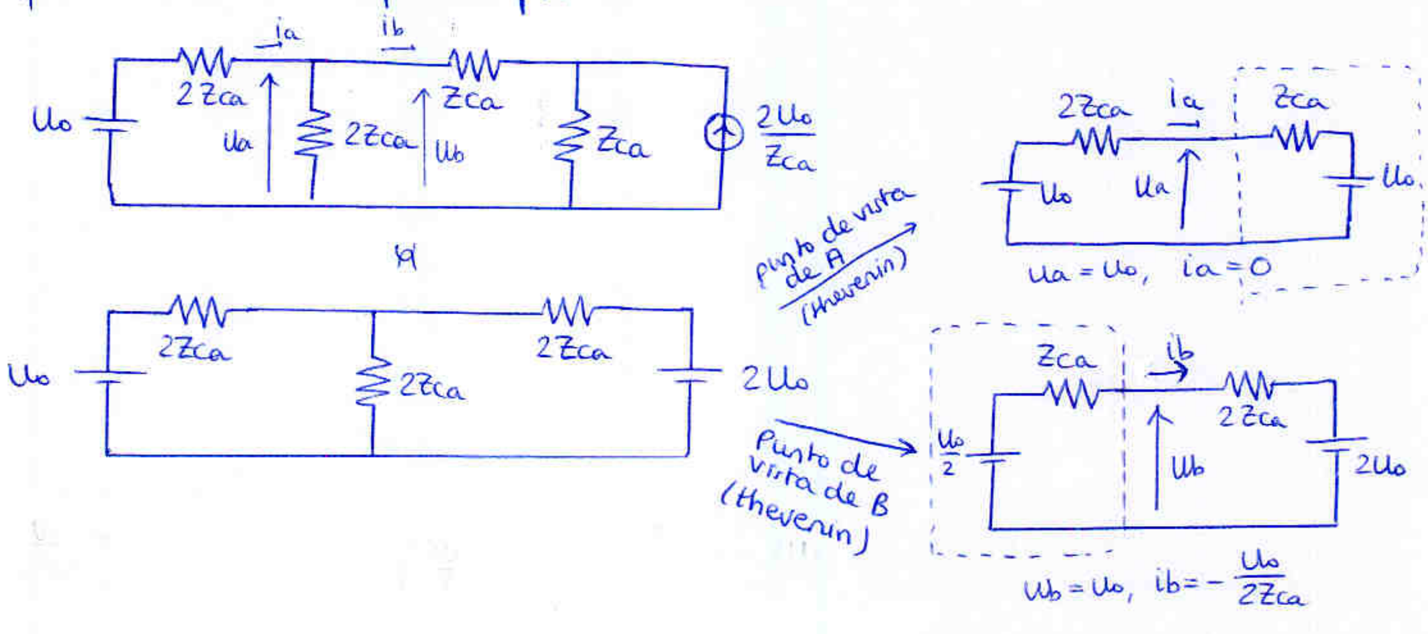
$$U_a = U_{a0} + U_{a1}^+ + U_{a2}^- + U_{a2}^+ = U_o - U_o - \frac{1}{3}U_o + U_o + \frac{1}{3}U_o = U_o \text{ V}$$

$$i_a = i_{a0} + \frac{1}{Z_{ca}}\left(-U_{a1}^- + U_{a1}^+ - U_{a2}^- + U_{a2}^+\right) = \frac{1}{Z_{ca}}\left(U_o - \frac{1}{3}U_o - U_o + \frac{1}{3}U_o\right) = 0 \text{ A}$$

$$U_b = U_o + U_{b1}^+ + U_{b2}^+ = 0 + \frac{2}{3}U_o + \frac{1}{3}U_o = U_o$$

$$i_b = i_{b0} + \frac{1}{Z_{cb}}\left(U_{b1}^+ + U_{b2}^+\right) = -\frac{U_o}{Z_{cA}} + \frac{1}{2Z_{cA}}\left(\frac{2}{3}U_o + \frac{1}{3}U_o\right) = -\frac{U_o}{2Z_{ca}}$$

que coincide con lo esperado para:



PROBLEMA 2 (40%).-

Se pretende adaptar una carga $Z_L = 22.5 + j90\,\Omega$ a un generador de amplitud máxima $V_g = 10$ V, impedancia interna $R_g = 50\,\Omega$ y una frecuencia de trabajo de 100 MHz con un circuito de adaptación que consiste en (ver Figura 1): un elemento reactivo (condensador C_1 o bobina L_1 según sea necesario) a determinar, una línea de transmisión y un condensador C_2. La línea de transmisión tiene una longitud $l = 10$ cm, unas pérdidas de 3 dB/m, una impedancia característica $Z_c = 75\,\Omega$ y una velocidad de propagación en la línea de $c = 2\times10^8$ m/s.

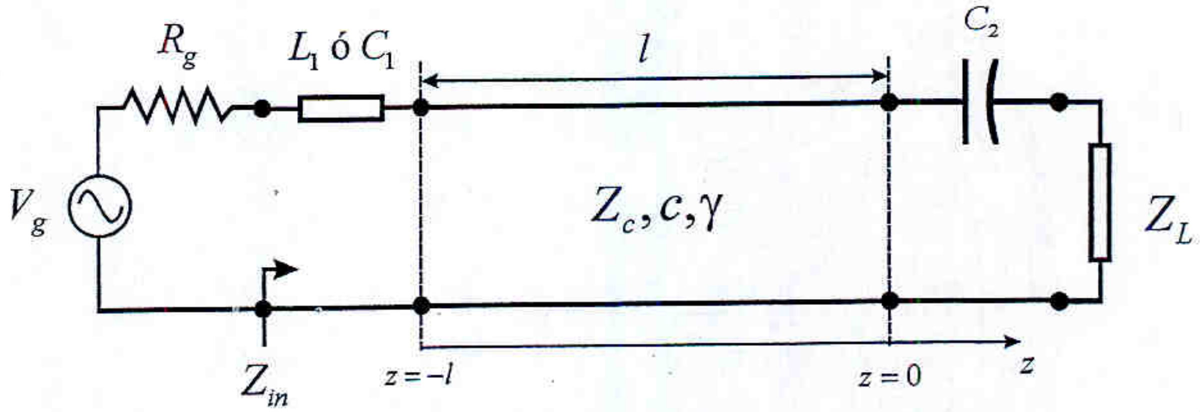


Figura 1. Circuito de adaptación en régimen permanente sinusoidal.

a) (1p) Si se pretende usar la carta de Smith para realizar la adaptación, decida el valor de la impedancia de referencia para normalizar las impedancias a representar en dicha carta. Indicar el valor de la permitividad relativa del dieléctrico que forma la línea de transmisión.

b) (3p) Calcular la capacidad del condensador C_2 para conseguir la adaptación al generador.

c) (2p) Determinar el valor de la inductancia L_1 o capacidad C_1 de la reactancia desconocida necesaria para conseguir la citada adaptación.

d) (1p) ¿Habrá máxima transferencia de potencia hacia Z_{in}? ¿Se entregará toda la potencia disponible del generador a la carga? ¿Por qué?

e) (3p) Calcular la potencia entregada a la carga Z_L usando la expresión proporcionada en los datos del problema.

Notas: Justifíquese cada una de las aproximaciones que efectúe al resolver el problema.

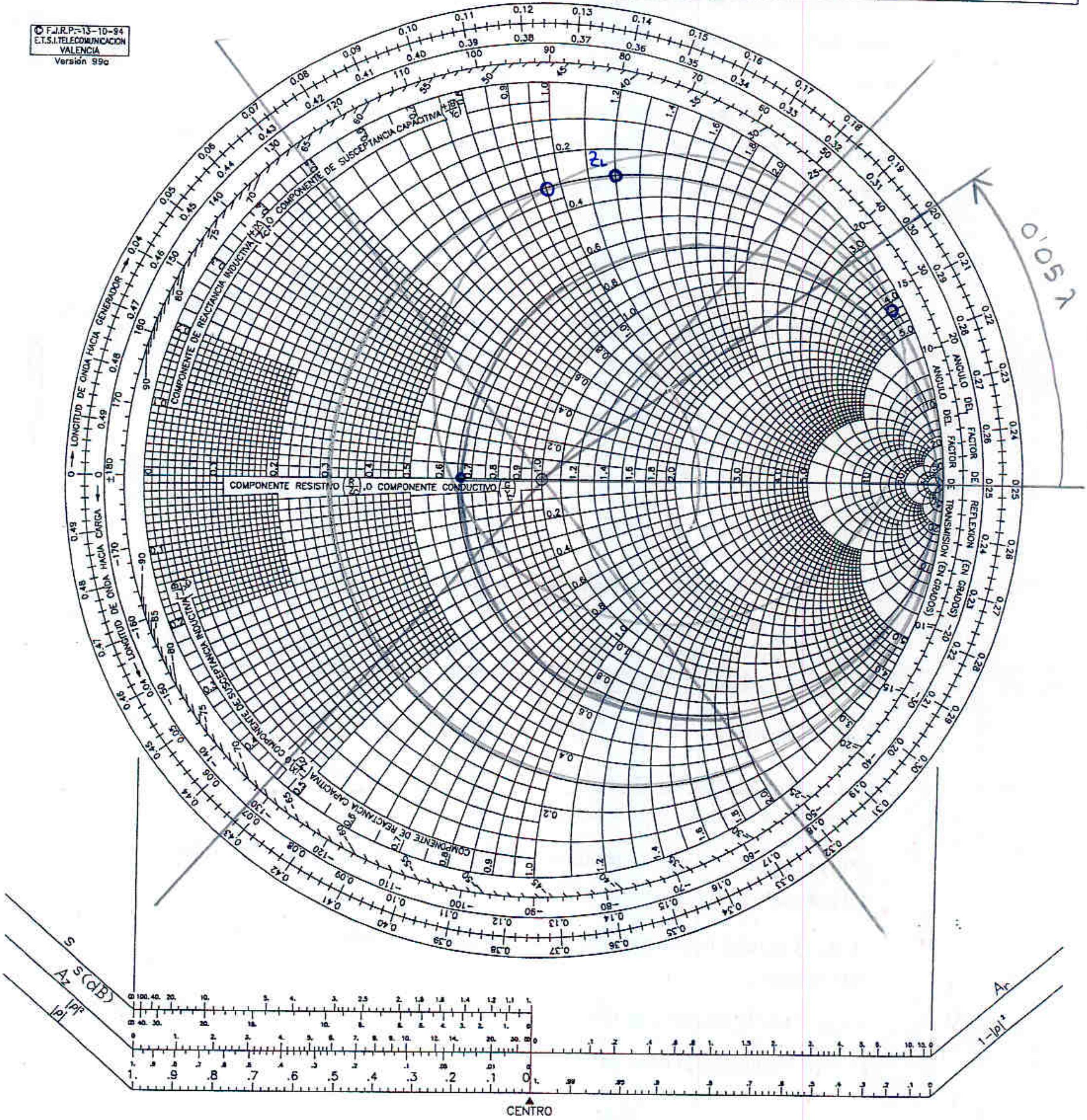
No olvide entregar la carta de Smith.

<u>**Datos del problema.-**</u> $\dfrac{P_T(z_2)}{P_T(z_1)} = e^{-2\alpha d}\,\dfrac{1-|\rho(z_2)|^2}{1-|\rho(z_2)|^2 e^{-4\alpha d}}$; $\quad z_2 - z_1 = d$

1 Np=8,686 dB

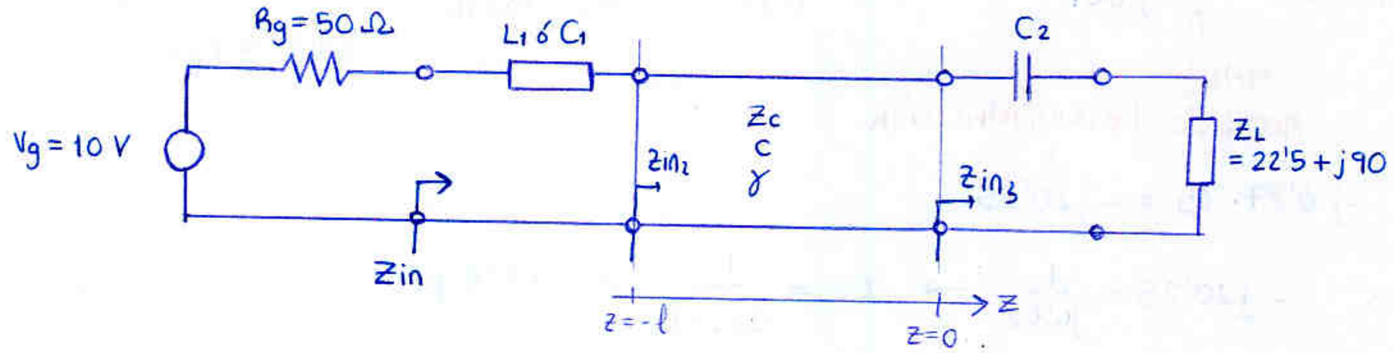
CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS	FECHA



s	Relación de onda estacionaria	Z_c	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_c	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\vert\rho\vert^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

Problema 2



a) Tomamos como referencia $Z_c = 75\,\Omega$ para poder utilizar la carta de Smith en la linea de transmisión.

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = 2\cdot 10^8 \text{ m/s}$$

despejando: $$\varepsilon_r = \left(\frac{c_0}{2\cdot 10^8}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2'25$$

b) Calcular la capacidad del condensador C_2

$$z_g = \frac{R_g}{Z_c} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3} = 0'66\bar{6}$$

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_c} = 0'3 + j1'2$$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\omega}{c_0}\sqrt{\varepsilon_r} = \frac{3}{2}\cdot\frac{2\pi\cdot 100\cdot 10^6}{3\cdot 10^8} = \pi \text{ rad/m}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 2 \text{ m}$$

$$l = 10 \text{ cm} = \frac{10\text{cm}}{\lambda}\cdot\lambda = 0'05\,\lambda$$

Localizando z_L en la carta de smith

se que $z_{in_3} = z_L + jx_2 = 0'3 + j1'2 + jx_2$ → (dibujo circunferencia $\mathrm{Re}(z_L)$)

$z_{in} = 0'66\bar{6}$ (adaptación)

$z_{in_2} = 0'66\bar{6} - jx_1$ → (dibujo circunferencia $\mathrm{Re}(z_g)$)

z_{in_3} será la circunferencia $\mathrm{Re}(z_g)$ desplazada $0'05\lambda$ hacia carga que corta a z_{in_3} (circunferencia $\mathrm{Re}(z_L)$ en 2 puntos)

$$0'3 + j4'2 = (0'3 + j1'2) + j3$$

$$0'3 + j0'93 = (0'3 + j1'2) \underbrace{- j0'27}_{jx_2}$$ ← ésta es la opción valida, ya que corresponde a un condensador

MUCHO cuidado.
Ya que
$z_g = z_{in_2} + jx_1$
↓
$z_{in_2} = z_g - jx_1$

$-j\,0'27 = \frac{1}{j\omega C_2} \longrightarrow C_2 = \frac{1}{0'27\,\omega} = \frac{1}{0'27\cdot 100\cdot 10^6\cdot 2\pi} = 0'037\ldots\mu F$ X

$= 370'37\,pF$ X

MAL!!!
Recuerda DESNORMALIZAR

$-j\,0'27\cdot 75 = -j\,20'25$

$-j\,20'25 = \frac{1}{j\omega C_2} \rightarrow C_2 = \frac{1}{20'25\,\omega} = 78'6\,pF$

c) $Zin_2 = z_g - jx_2$ será el punto $0'3 + j0'93$ desplazado

$= 0'6\bar{6} - jx_2$ $\quad 0'05\lambda$ hacia generador, que es:

$0'6\bar{6} + j\,1'7$

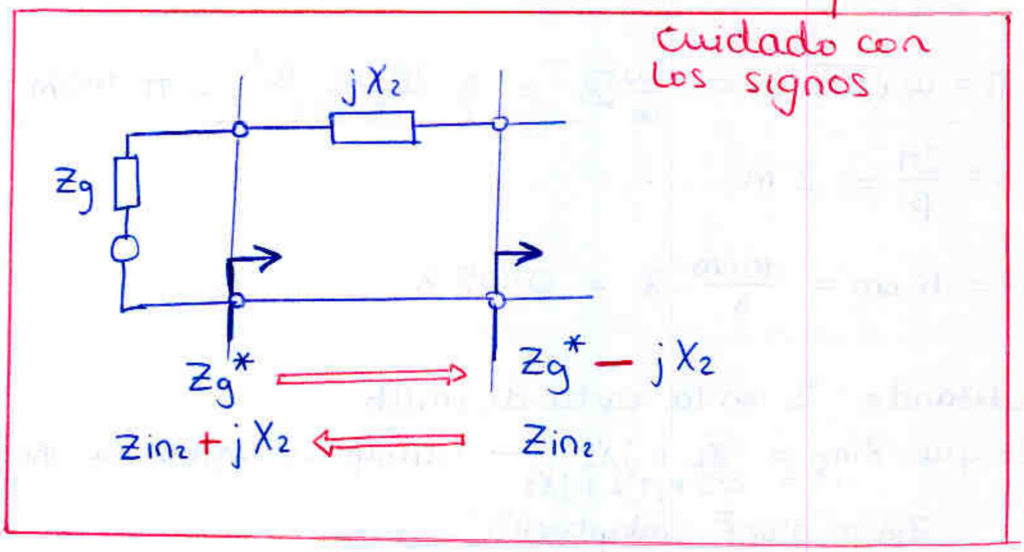
Por tanto $\quad Zin_2 = 0'6\bar{6} - jx_2 = 0'6\bar{6} + j\,1'7$

$-jx_2 = j\,1'7$

$X_2 = -1'7\cdot 75 = -127'5$

$-j\,127'5 = j\omega L \longrightarrow L = \frac{127'5}{\omega} = 0'2029\,mH$ X

$-j\,127'5 = \frac{1}{j\omega C} \longrightarrow C = \frac{1}{127'5\cdot\omega} = 12'48\,pF$

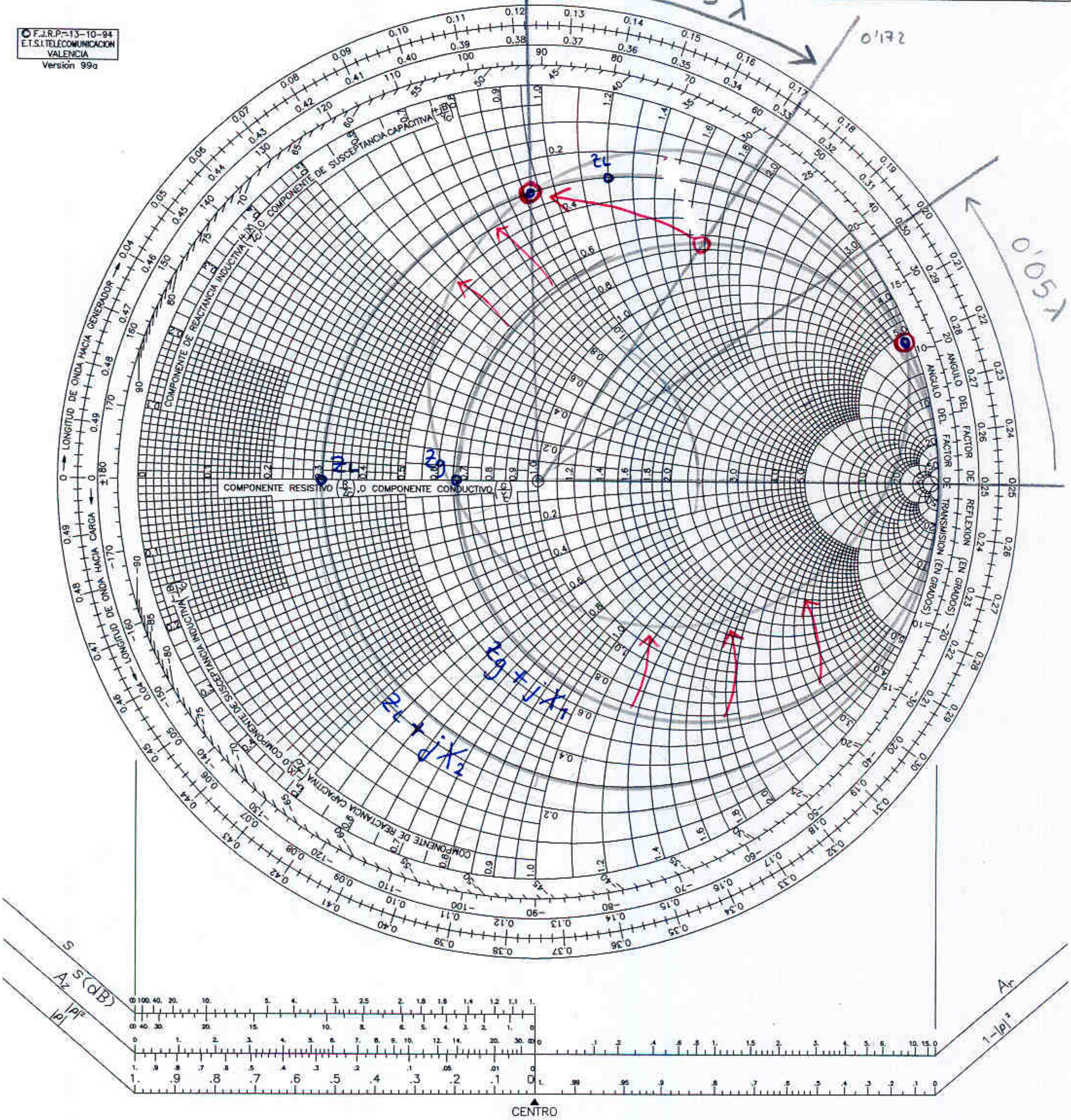


Nota: los movimientos hechos en la carta de smith hay que justificarlos con bajas perdidas. (de lo contrario los giros en la carta de smith no sería por $|\rho|$ cte

$\alpha(^{Np}/m)\cdot l(m) = \frac{3}{8'686}\cdot 0'1 = 0'0345 \ll 1$ $\quad$ ya que $|\rho(z)| = |\rho(0)|e^{2\alpha z}$

CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS		FECHA



s	Relación de onda estacionaria	Z_c	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_c	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\lvert\rho\rvert^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

d) Habrá máxima transferencia de potencia hacia z_{in}, ya que el generador está adaptado. ($z_g = z_{in}^*$)

Como hasta la carga todos los elementos son reactivos, no disipan potencia, a excepción de la potencia disipada a lo largo de la propia línea de transmisión, el resto se entrega a la carga

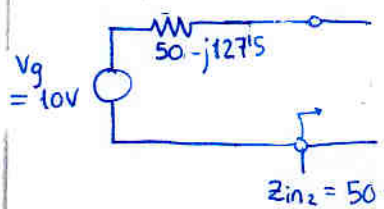
e) Potencia entregada a la carga Z_L

$$\frac{P_T(z=0)}{P_T(z=-\ell)} = e^{-2\alpha\ell}\,\frac{1-|\rho(0)|^2}{1-|\rho(0)|^2 e^{-4\alpha\ell}}$$

$$|\rho(0)| = |\rho_L| = \left|\frac{z_{in_3} - Z_c}{z_{in_3} + Z_c}\right| \underset{\uparrow}{=} \left|\frac{-52'5 + 69'75j}{97'5 + 69'75j}\right| = 0'7282268177$$

$$z_{in_3} = (0'3 + j0'93)\cdot 75$$
$$= 22'5 + 69'75j$$
$$Z_c = 75$$

Potencia entregada por el generador:



$$\left\{\begin{array}{l} u = u_0\,\dfrac{z_{in}}{z_{in}+z_g} \\[2ex] i = \dfrac{u_0}{z_{in}+z_g} \end{array}\right\}$$

Sabiendo:

$$\left\{\begin{array}{l} u = u^+ e^{-\gamma(-\ell)} + u^- e^{+\gamma(-\ell)} \\ i = \frac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{+\gamma\ell} - u^- e^{-\gamma\ell}\right] \end{array}\right\}$$

~~← no sirve ya que no estamos 'atacando' a una línea de tx~~

~~¿serviría si hiciésemos~~
~~$z_g = 50 - j127'5$~~
~~(incluyendo el C en el gen)~~
~~$z_{in} = z_{in_2} = 50 + j127'5$~~
~~$(50 - jX_1)$?~~

Sustituyendo:

$$\left\{\begin{array}{ll} u^+ e^{+\gamma\ell} + u^- e^{-\gamma\ell} = u_0\,\dfrac{z_{in}}{z_{in}+z_g} & (1) \\[2ex] \dfrac{1}{Z_c}\left[u^+ e^{+\gamma\ell} - u^- e^{-\gamma\ell}\right] = \dfrac{u_0}{z_{in}+z_g} & (2) \end{array}\right\}$$

$$(1) + (2)Z_c \rightarrow \quad 2u^+ e^{+\gamma\ell} = \frac{u_0}{z_{in}+z_g}\left[Z_c + z_{in}\right]$$

$$u^+ e^{+\gamma\ell} = \frac{u_0}{2}\,\frac{Z_c + z_{in}}{z_{in}+z_g} \longrightarrow |u^+ e^{\gamma\ell}|^2 = 79'703$$

$$(1) - (2)Z_c \longrightarrow \quad 2u^- e^{-\gamma\ell} = \frac{u_0}{z_{in}+z_g}\, z_{in} - Z_c$$

$$u^- e^{-\gamma\ell} = \frac{u_0}{2}\,\frac{z_{in} - Z_c}{z_{in}+z_g} \longrightarrow |u^- e^{-\gamma\ell}|^2 = 42'203$$

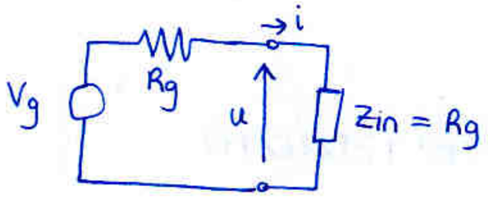
Por tanto

$$P^+(-\ell) = \frac{|U^+|^2}{2 Z_c} e^{2\alpha\ell} = \frac{1}{2}\frac{|U^+ e^{\gamma\ell}|^2}{Z_c} = \frac{5101}{9600}$$

$$P^-(-\ell) = \frac{|U^-|^2}{2 Z_c} e^{-2\alpha\ell} = \frac{1}{2}\frac{|U^- e^{-\gamma\ell}|^2}{Z_c} = \frac{2701}{9600}$$

$$P_T(-\ell) = P^+(-\ell) - P^-(-\ell) = \frac{2400}{9600} = 0'25 \text{ W}$$

Una forma MUCHO mas sencilla sería



$$u = \frac{V_g}{2}$$

$$i = \frac{V_g}{2R_g}$$

Varias formas:

$$P_T(-\ell) = \frac{1}{2}\cdot u \cdot i = \frac{1}{2}\frac{V_g^2}{4R_g} = 0'25 \text{ W}$$

$$P_T(-\ell) = \frac{1}{2}\frac{u^2}{R_g} = \frac{1}{2}\frac{V_g^2}{4R_g} = 0'25 \text{ W}$$

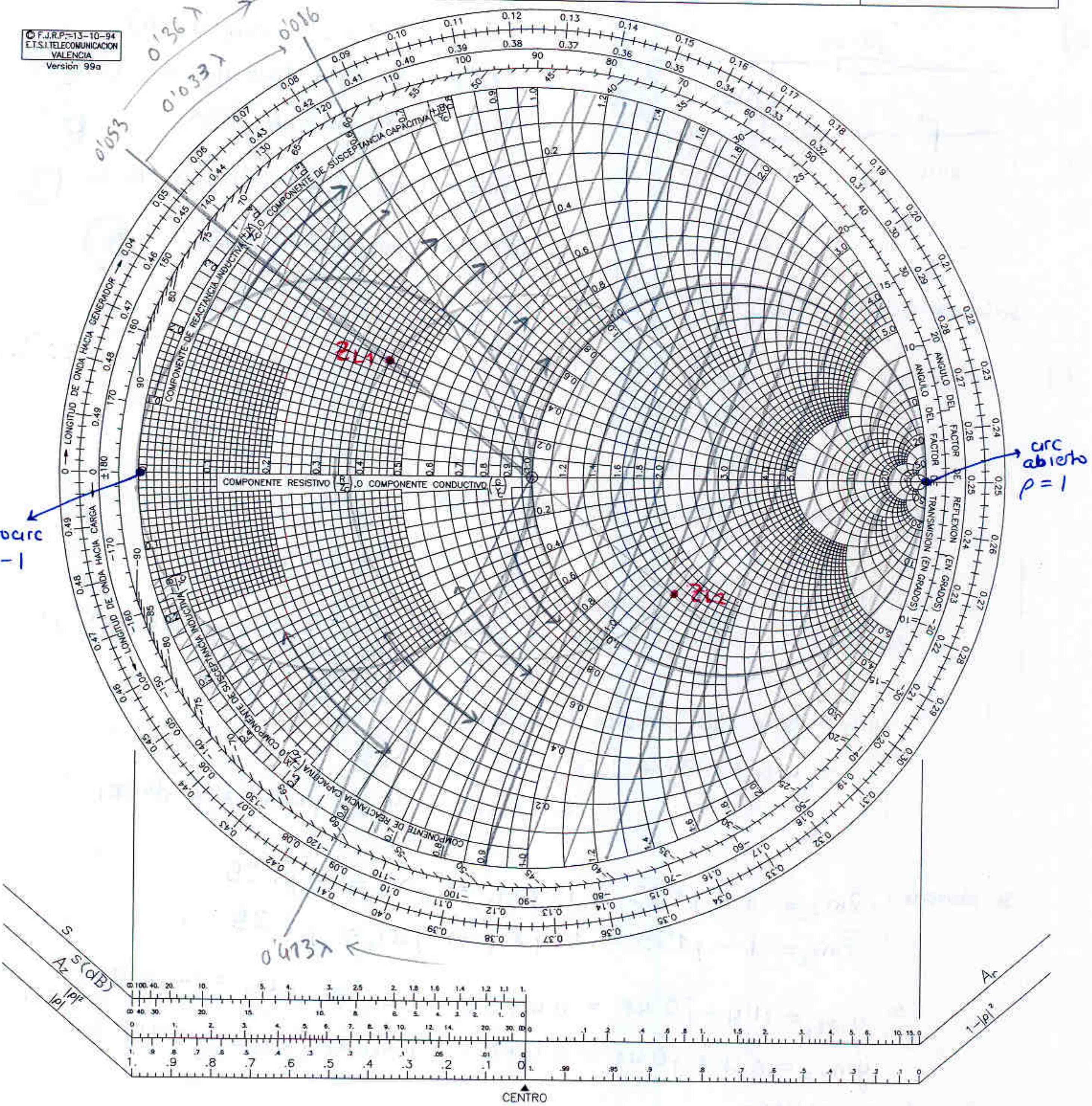
Por lo tanto:

$$P_T(z=0) = P_T(z=-\ell)\, e^{-2\alpha\ell}\, \frac{1-|\rho(0)|^2}{1-|\rho(0)|^2 e^{-4\alpha\ell}} = 0'2037 \text{ W}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_T(z=-\ell) = 0'25 \text{ W} \\ \alpha\ell = 0'0345 \\ |\rho(0)|^2 = 0'5303 \end{array} \right\}$$

CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS	FECHA



s	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\|\rho\|^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

b) $z_{L1} = 20 + j15 \rightarrow \bar{z}_{L1} = 0'4 + 0'3j$

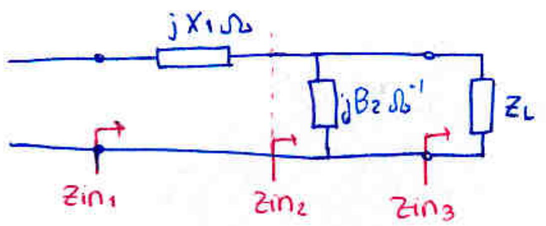
$Y_{L2} = 0'08 + j0'006 \rightarrow y_{L2} = \frac{Y_{L2}}{Y_c} = Y_{L2} \cdot Z_c = 0'4 + 0'3j$

rotando $180°$

$\bar{z}_{L2} = 1'6 - j1'2$

ver carta smith detras

c)



$\bar{z}in_1 = 1$ - (adaptación)

$\bar{z}in_2 = 1 - jx_1$ (dibujo $Re = 1$) 

yin_2 es $\bar{z}in_2$ rotada $180°$ 

$yin_3 = yin_2 - jx_2$ (dibujar zona) 

$\bar{z}in_3$ es yin_3 rotada $180°$ 

sólo se podrá adaptar Z_{L2}

d) Tenemos $\bar{z}in_3 = \bar{z}_{L2} = 1'6 - j1'2$ → ver la otra carta de smith → ésta

$yin_3 = $ rotar $180° = 0'4 + 0'3j$

$yin_2 = yin_3 + jb_2$ → dibujar circulo 

$\bar{z}in_2 =$ dar la vuelta al circulo $180°$ 

$\bar{z}in_1 = zin_2 + jx_1 = 1$

$\bar{z}in_2 = 1 - jx_1$ – dibuja circulo  2 soluciones para jx_1

$yin_2 =$ girar $180°$ las dos soluciones 

$= 0'4 + 0'3j + jb_2$

↳ 1 solución de x_2 para cada de x_1

se obtiene $\bar{z}in_{2_1} = 1 + j1'25 = 1 - jx_{1_1} \Rightarrow jx_{1_1} = -j1'25$

$\bar{z}in_{2_2} = 1 - j1'25 = 1 - jx_{1_2} \Rightarrow jx_{1_2} = j1'25$

$yin_{2_1} = 0'4 - j0'48 = 0'4 + 0'3j + jb_{2_1} \Rightarrow jb_{2_1} = -j0'78$

$yin_{2_2} = 0'4 + j0'48 = 0'4 + 0'3j + jb_{22} \Rightarrow jb_{22} = j0'18$

RECUERDA desnormalizar

2 soluciones

↗ $jX_1 = -j62'5\Omega$ y $jB_2 = -j0'0156\,\Omega^{-1}$

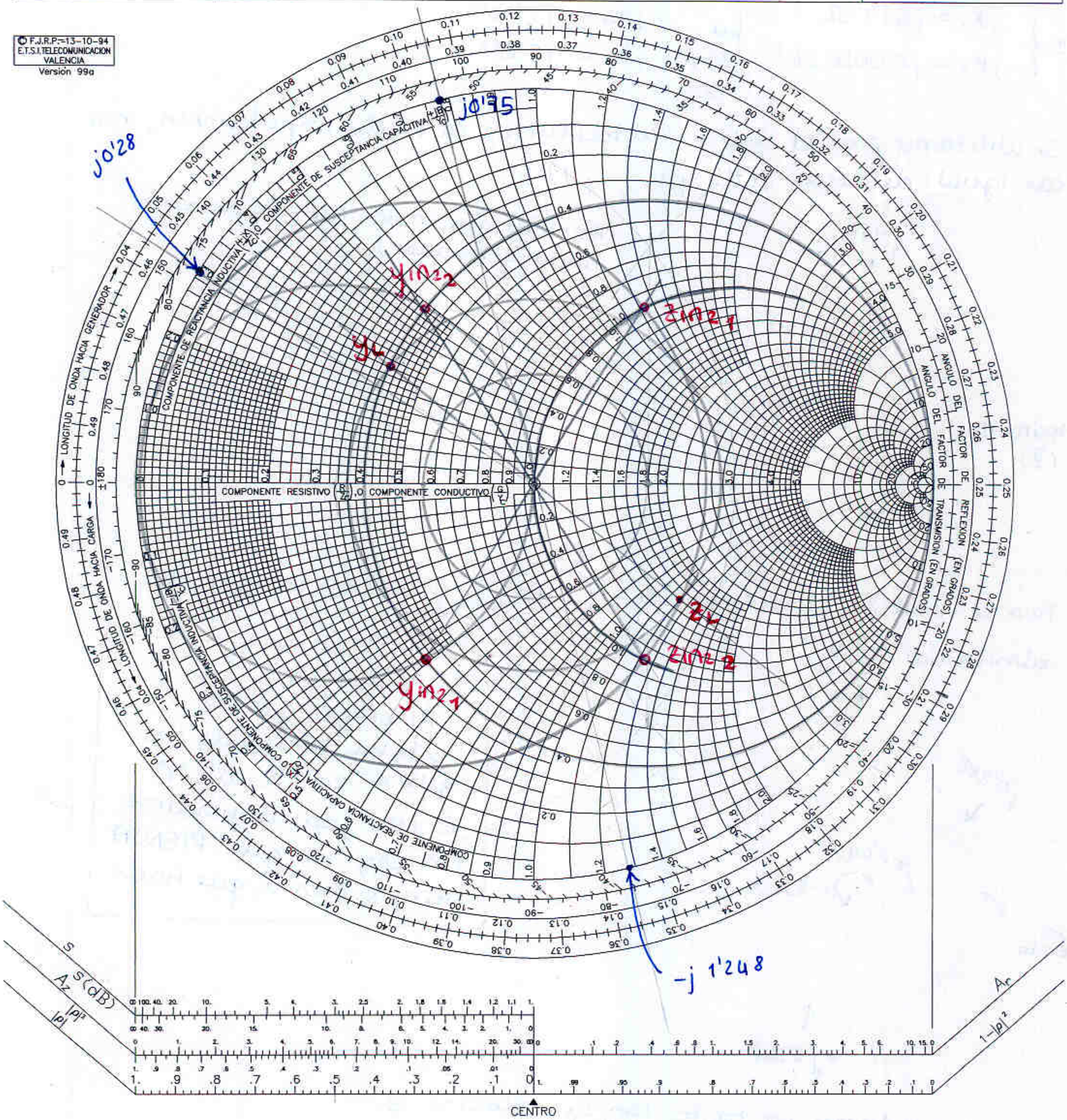
$jX_2 = \frac{1}{jB_2} = j64'10\Omega$

↘ $jX_2 = j62'5\Omega$ y $jB_2 = j0'0036\,\Omega^{-1}$

$jX_2 = \frac{1}{jB_2} = -j277'8\Omega$

CARTA DE SMITH DE IMPEDANCIAS O ADMITANCIAS

NOMBRE	APELLIDOS	FECHA



S	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\|\rho\|^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

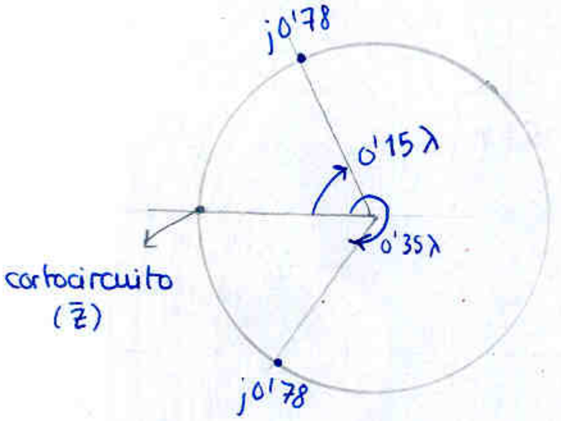
si normalizamos las soluciones de los stubs para sus respectivas Z_c'

$$1 \left\{ \begin{array}{l} jX_1 = -j62'5\,\Omega \\ jB_2 = -j0'0156\,\Omega^{-1} \end{array} \right. \xrightarrow[Z_c'=80]{} \begin{array}{l} jx_1 = -j0'78125 \\ jb_2 = -j1'248 \end{array}$$

Recuerda: al normalizar las admitancias se multiplican por Z_c

$$2 \left\{ \begin{array}{l} jX_1 = j62'5\,\Omega \\ jB_2 = j0'0036\,\Omega^{-1} \end{array} \right. \xrightarrow[Z_c'=80]{} \begin{array}{l} jx_1 = j0'78125 \\ jb_2 = j0'288 \end{array}$$

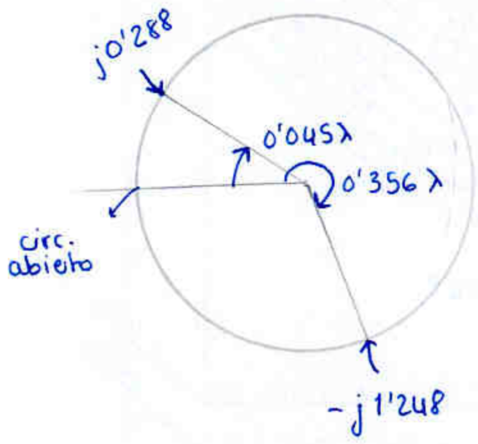
Si utilizamos para el stub 1 (cortocircuito) carta de impedancias, nos cae más cerca $j0'78$ que $-j0'78$



(Recordar que en un stub nos movemos hacia generador)

Para el stub 2 (circuito abierto 

) usamos la carta de admitancias 



Cuidado: Al buscar $j0'288$ estaba buscando sin querer en $\lambda \cdot 0'288$. Es MUY facil confundirse con eso, así que PIENSA siempre bien lo que haces

Nos quedamos por tanto con la solución 2.

stub 1 : $l_1 = 0'15\lambda \longrightarrow l_1 = 0'02236\,m = 22'36\,mm$

stub 2 : $l_2 = 0'045\lambda \longrightarrow l_2 = 6'708\,mm$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi C_0}{\omega\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{C_0}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3\cdot10^8}{900\cdot10^6\cdot\sqrt{5}} = 0'14907\,m$$

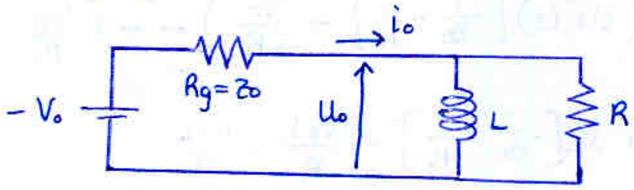
e) Cualquier l que saque a Z_{L1} de la zona de adaptación imposible y que no le vuelva a meter en ésta

$$\boxed{l \in [0'033\lambda,\ 0'36\lambda]}$$

Problema Líneas de Transmisión

Febrero 2000

a) C.I.

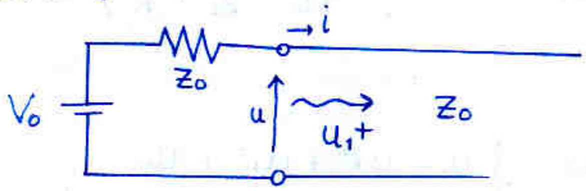


en regimen permanente 

$$i_0 = -\frac{V_0}{Z_0} \text{ (A)}$$

$$u_0 = 0 \text{ (V)}$$

b) en $t=0$



condición de contorno: $i = \dfrac{V_0 - u}{Z_0}$ (1)

siendo
$$\left\{\begin{array}{l} u = u_0 + u_1^+ = u_1^+ \\ i = i_0 + \frac{1}{Z_0} u_1^+ = \dfrac{u_1^+ - V_0}{Z_0} \end{array}\right\} (2)$$

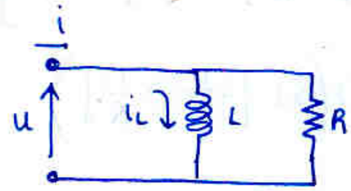
(2) en (1)

$$\frac{u_1^+ - V_0}{Z_0} = \frac{V_0 - u_1^+}{Z_0}$$

$$2u_1^+ = 2V_0$$

$$\boxed{u_1^+ = V_0}$$

c)



Bobina: $u_L = L \cdot \dfrac{\partial i_L}{\partial t}$

siendo
$$\left\{\begin{array}{l} i_L = i - \dfrac{u}{R} \\ u_L = u \end{array}\right.$$

$$u = L \cdot \frac{\partial\left(i - \frac{u}{R}\right)}{\partial t}$$

siendo
$$\left\{\begin{array}{l} u = u_0 + u_1^+ + u_1^- = V_0 + u_1^- \\ i = i_0 + \frac{1}{Z_0}\left(u_1^+ - u_1^-\right) = -\dfrac{u_1^-}{Z_0} \end{array}\right.$$

$$V_0 + u_1^- = L \cdot \frac{\partial\left(-\frac{u_1^-}{Z_0} - \frac{u_1^-}{R} - \frac{V_0}{R}\right)}{\partial t}$$

↓ T.L.

$$\frac{V_0}{s} + U_1^-(s) = L\left(s\left(-\frac{U_1^-(s)}{Z_0} - \frac{U_1^-(s)}{R} - \frac{V_0}{sR}\right) - \underbrace{i_{0L}}_{\text{C.I.}}\right)$$

$$\boxed{\frac{df(t)}{dt} \xrightarrow{TL} s \cdot F(s) - f(0^+)}$$

a la C.I NO LE MULTIPLICA LA s
pero SI LE MULTIPLICA LA L

$$\frac{V_0}{s} + U_1^-(s) = sL\left(U_1^-(s)\left[-\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right] - \frac{V_0}{sR}\right) - - L\frac{V_0}{R}$$

$$\frac{V_0}{s} + U_1^-(s) = U_1^-(s)\, sL\left[-\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right] - \frac{V_0 L}{R} + \frac{V_0 L}{R}$$

$$U_1^-(s)\left[1 + sL\left[\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{R}\right]\right] = -\frac{V_0}{s}$$

$$U_1^-(s) = \frac{V_0}{s}\cdot\left(-\frac{1}{1+sL\left[\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{R}\right]}\right) = \frac{V_0}{s}\cdot\left(-\frac{\frac{1}{sL}}{\frac{1}{sL}+\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{R}}\right)$$

si lo hacemos al completo:

$$u = L\cdot\frac{\partial\left(i-\frac{u}{R}\right)}{\partial t} \qquad \text{siendo: } \begin{cases} u = u_1^+ + u_1^- + u_0 \\ i = i_0 + \frac{1}{Z_0}\left[u_1^+ - u_1^-\right] \end{cases}$$

$$u_1^- + u_1^+ = L\,\frac{\partial\left(i_0 + \frac{1}{Z_0}(u_1^+ - u_1^-) - \frac{u_1^+ + u_1^-}{R}\right)}{\partial t}$$

$$u_1^- + u_1^+ = L\,\frac{\partial\left(u_1^+\left[\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right] + u_1^-\left[-\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right] + i_0\right)}{\partial t}$$

$\downarrow$ TL $\qquad \boxed{\frac{df(t)}{dt} \xrightarrow{TL} s\cdot F(s) - f(0^+)}$

C.I.
- no multiplica a s
- si multiplica a L

$$U_1^-(s) + U_1^+(s) = L\left[s\left(U_1^+(s)\left[\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right] + U_1^-(s)\left[-\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right] + \frac{i_0}{s}\right) - i_0\right]$$

$$U_1^-(s) + U_1^+(s) = U_1^+(s)\cdot\left(sL\left[\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right]\right) + U_1^-(s)\left(sL\left[-\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right]\right)$$

$$U_1^-(s)\left[1 + sL\left(\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{R}\right)\right] = U_1^+(s)\left[sL\left(\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right) - 1\right]$$

$$U_1^-(s) = U_1^+(s)\,\frac{sL\left(\frac{1}{Z_0}-\frac{1}{R}\right)-1}{sL\left(\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{R}\right)+1}$$

$$\boxed{U_1^-(s) = U_1^+(s)\,\frac{\frac{1}{Z_0} - \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{sL}\right)}{\frac{1}{Z_0} + \left(\frac{1}{R}+\frac{1}{sL}\right)}}$$

se podia hacer directamente

$$\rho(s) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{Y_0 - Y_L}{Y_0 + Y_L}$$

d) Expresión temporal de onda reflejada

$$U_1^-(s) = U_1^+(s)\,\frac{\frac{1}{Z_0}-\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{sL}\right)}{\frac{1}{Z_0}+\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{sL}\right)}$$

$$= \frac{V_0}{s}\cdot\frac{s-\left(\frac{Z_0 s}{R}+\frac{Z_0}{L}\right)}{s+\left(\frac{Z_0 s}{R}+\frac{Z_0}{L}\right)} = \frac{V_0}{s}\cdot\frac{s\left(1-\frac{Z_0}{R}\right)-\frac{Z_0}{L}}{s\left(1+\frac{Z_0}{R}\right)+\frac{Z_0}{L}} = \frac{V_0}{s}\cdot\frac{s\,\frac{1-Z_0/R}{1+Z_0/R}-\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}}{s+\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}}$$

$$U_1^-(s) = \frac{A}{s}+\frac{B}{s+\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}}$$

$$A = s\cdot U_1^-(s)\Big|_{s=0} = \frac{-\frac{V_0 Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}}{\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}} = -V_0$$

$$B = \left(s+\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}\right)\cdot U_1^-(s)\Bigg|_{s=-\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}} = \frac{V_0}{s}\cdot\frac{s\,\frac{1-Z_0/R}{1+Z_0/R}-\frac{Z_0}{L(1+Z_0/R)}}{1}\Bigg|_{s=-\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}}$$

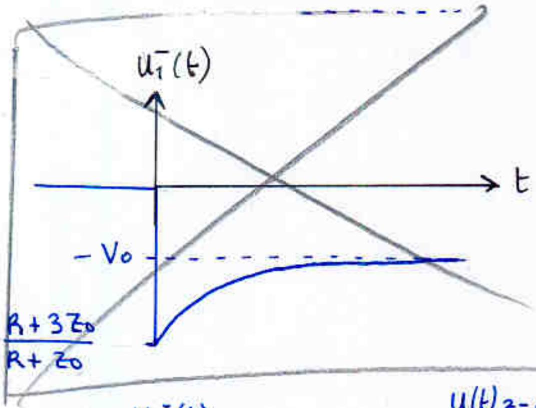
$$= \frac{V_0}{-\frac{Z_0}{L(1+\frac{Z_0}{R})}}\cdot\frac{-\frac{Z_0}{L}\frac{(1-\frac{Z_0}{R})}{(1+Z_0/R)^2}-\frac{Z_0}{L(1+Z_0/R)}}{1} = V_0\left(\frac{1-\frac{Z_0}{R}}{1+\frac{Z_0}{R}}+1\right)$$

$$= V_0\left(\frac{1-\frac{Z_0}{R}+1+\frac{Z_0}{R}}{1+\frac{Z_0}{R}}\right) = V_0\left(\frac{2}{1+\frac{Z_0}{R}}\right) = V_0\left(\frac{2R}{R+Z_0}\right)$$

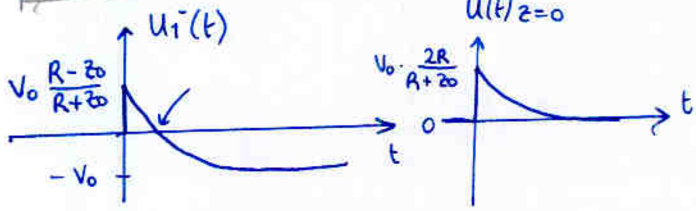
$$U_1^-(s) = V_0\left(-\frac{1}{s}+\frac{\frac{2R}{R+Z_0}}{s+\frac{Z_0 R}{L(Z_0+R)}}\right)$$

$$\Big\downarrow TL^{-1}$$

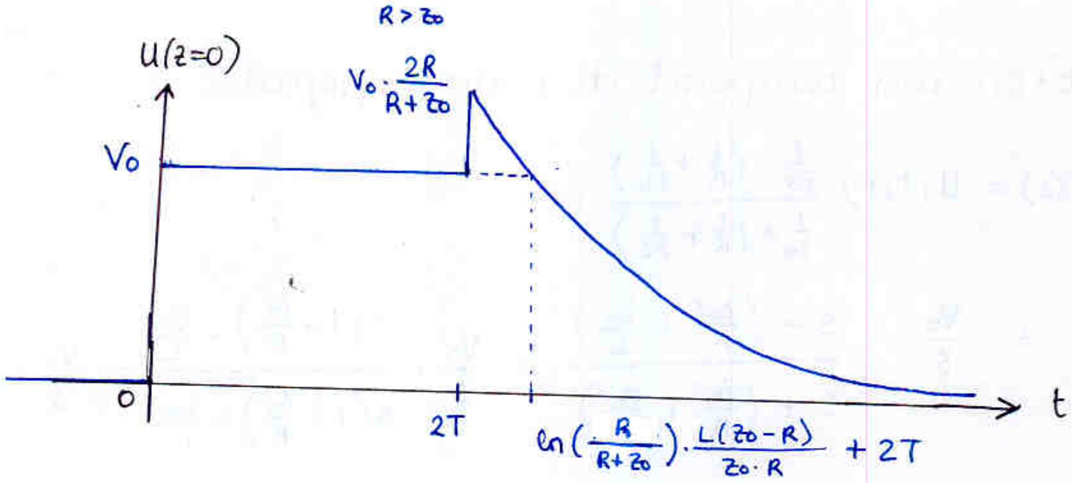
$$U_1^-(t) = +V_0\left(-1+\frac{2R}{R+Z_0}\,e^{-\frac{Z_0 R}{L(Z_0+R)}t}\right)u(t)$$



e) $\rho_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} = 0$



f)



NOMBRE	APELLIDOS

EXAMEN FINAL DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES. E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

PREGUNTAS DE TEORÍA Lunes 26 de Enero de 2004

- La hoja con las soluciones se recogerá a los 20 minutos del inicio del examen. Compruebe que el modelo de su hoja de soluciones coincide con el de su enunciado. Escriba su nº de DNI o identificación alineado a la derecha. Escriba su nombre. No tache ni escriba fuera de los lugares adecuados.
- Puntuación de la Teoría sobre el examen: 15%.
- Puntuación de las Preguntas: Correcto=1; Incorrecto=-1/3; En blanco=0.
- Una sola de las respuestas es la más adecuada. Tenga en cuenta las posibles respuestas: "ninguna es correcta" o "todas son correctas".

1) El modelo de circuito equivalente de un tramo diferencial de una línea de transmisión dispersiva consta de:

a) una bobina en serie y un condensador en paralelo.

b) una bobina en serie, un condensador en paralelo y una bobina en paralelo.

c) una bobina en serie, un condensador en serie y un condensador en paralelo.

d) una bobina en serie, una resistencia en serie, una resistencia en paralelo y un condensador en paralelo.

$Z_{in1} = Z_{in2} = \frac{Z_c^2}{Z_L} = 50\,\Omega$

$Z_{in} = Z_{in1} // Z_{in2} = 25\,\Omega$

2) Dos líneas de transmisión ideales, conectadas en paralelo en uno de su extremos, tienen ambas longitud $l = \lambda/4$ e impedancia característica $50\ \Omega$. En el otro extremo tienen conectadas sendas cargas de valor $Z_L = 50\ \Omega$. El valor de la impedancia de entrada de este conjunto será:

a) $50\ \Omega$. b) $1/50\ \Omega$. c) $1/100\ \Omega$. d) $25\ \Omega$.

3) El valor de la primera onda de tensión reflejada $u^-(z,t)$ en una línea de transmisión de longitud l que tarda un tiempo T en ser recorrida por una onda se puede expresar, siendo u_g la tensión del generador, k un valor dependiente del circuito y el origen de coordenadas (z=0) se sitúa en el plano de generador:

$\boxed{t + \frac{z}{c} \quad l \to \quad (t-T) \quad \frac{z-l}{c}}$

$t - T + \frac{z}{c} - \frac{l}{c}$ T

$t + \frac{z}{c} - 2T$

a) $ku_g(t + z/c - 2T)$. b) $ku_g(t - z/c + 2T)$. c) $ku_g(t + z/c - T)$. d) $ku_g(t - z/c + T)$.

4) El exponente lineal de propagación, γ, de una línea de transmisión ideal, se puede expresar como:

a) $j\omega/c$. b) $\alpha + j\beta$ con $\alpha \neq 0 \neq \beta$. c) $\omega\sqrt{LC}$. d) $j\beta l$.

$j\beta$

5) Para el cálculo de la tensión reflejada en una bobina situada en el extremo de una línea de transmisión, si inicialmente circulaba por ella una corriente $i(0^-)$ la tensión en dicha bobina, en el dominio transformado de Laplace $U(s)$ será:

a) $Ls(I(s)+i(0^-))$. b) $L(sI(s)-i(0^-))$. c) $s(LI(s)-i(0^-))$. d) $s(LI(s)+i(0^-))$.

6) El producto de la impedancia de entrada de una línea acabada en cortocircuito por la impedancia de entrada de esa línea acabada en circuito abierto es igual a:

a) 1. b) Z_c^2. c) $jZ_c\operatorname{tg}(\beta l)$. d) $-jZ_c\operatorname{cotg}(\beta l)$.

7) La línea microtira:

a) permite la conexión sencilla de componentes conectados a masa.

b) es una línea con dieléctrico homogéneo.

c) tiene una frecuencia de corte distinta de 0 Hz. (tiene 2 conductores)

d) puede ocasionar problemas de radiación o de interferencias electromagnéticas.

8) En una línea de transmisión con bajas pérdidas:

a) $\alpha \approx \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ Np. b) $\beta \approx \omega\sqrt{LC}$ rad. c) $Z_c \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$ Ω.

d) todas son correctas.

9) En un cable coaxial, siendo *a* el radio del conductor exterior y *b* el del conductor interior, la atenuación debida a conductores:

$\alpha_c = \frac{R}{2Z_c} = \frac{R}{2\frac{\eta}{2\pi}\ln\left(\frac{a}{b}\right)}$

a) aumenta al aumentar a/b.

b) disminuye al aumentar a/b.

c) disminuye al aumentar a siendo constante a/b.

d) es independiente de b.

10) El cable RG-223 es un coaxial de impedancia característica:

a) 50 Ω y opera hasta una frecuencia máxima de 1 GHz.

b) 50 Ω y opera hasta una frecuencia máxima de 10 GHz.

c) 50 Ω y puede operar a frecuencias superiores a 10 GHz

d) 75 Ω y opera hasta una frecuencia máxima de 1 GHz.

1515

EXAMEN FINAL DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES. E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

MODELO A

PREGUNTAS DE TEORÍA | Lunes 10 de Enero de 2005

- La hoja con las soluciones se recogerá a los 20 minutos del inicio del examen. Compruebe que el modelo de su hoja de soluciones coincide con el de su enunciado. Escriba su nº de DNI o identificación alineado a la derecha. Escriba su nombre. No tache ni escriba fuera de los lugares adecuados.
- Puntuación de la Teoría sobre el examen: 15%.
- Puntuación de las Preguntas: Correcto=1; Incorrecto=-1/3; En blanco=0.
- Una sola de las respuestas es la más adecuada. Tenga en cuenta las posibles respuestas: "ninguna es correcta" o "todas son correctas".

---

1) Si se alimenta una guía rectangular ideal, de anchura $a = 19.05\text{ mm}$, altura $b = 9.525\text{ mm}$ y rellena de aire $(\varepsilon_r = 1)$, con un tono de frecuencia $f = 7\text{ GHz}$, se puede afirmar que:

$f_c = \frac{c_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = \frac{c_0}{2a} = 7'87\cdot 10^9\text{ Hz}$

a) la velocidad de fase es mayor que la velocidad de grupo.

b) la velocidad de fase es menor que la velocidad de grupo.

c) las velocidades de fase y de grupo son iguales a la velocidad de la luz en el vacío.

d) ninguna es correcta. ?

2) Un transformador ideal con relación de transformación n:1 es una red de 2 accesos:

a) pasiva, recíproca, con pérdidas y no simétrica.

b) pasiva, recíproca, sin pérdidas y simétrica.

c) activa, recíproca, sin pérdidas y simétrica.

d) ninguna es correcta.

3) Si en una línea de transmisión ideal el módulo del fasor tensión $(|U|)$ varía como $|U| = |U^+|\sqrt{1+|\rho_L|^2+2|\rho_L|\cos(2\beta z+\phi_L)}$, el módulo del fasor corriente $(|I|)$ evoluciona como:

a) $|I| = |I^+|\sqrt{1+|\rho_L|^2+2|\rho_L|\cos(2\beta z+\phi_L)}$.

b) $|I| = \frac{|U^+|}{Z_c}\sqrt{1+|\rho_L|^2+2|\rho_L|\operatorname{sen}(2\beta z+\phi_L)}$.

c) $|I| = \frac{|U^+|}{Z_c}\sqrt{1+|\rho_L|^2-2|\rho_L|\cos(2\beta z+\phi_L)}$.

d) ninguna es correcta.

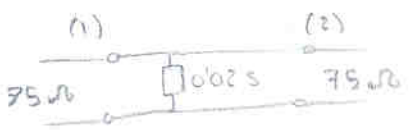
4) Para obtener el parámetro S_{12} de una admitancia de valor $Y = 0.02\text{ S}$ conectada en paralelo a 2 accesos de impedancia característica $Z_c = 75\,\Omega$, se debe cargar:

a) el acceso 1 con una admitancia de 0.02 S.

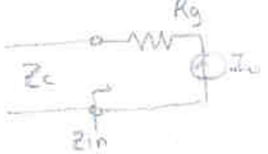
b) el acceso 2 con una admitancia de $1/75$ S.

c) el acceso 1 con una impedancia de $75\,\Omega$.

d) ninguna es correcta.



$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$ hay que terminar el acceso 1.



$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{-R_g \cdot I_o}{-I_o} = R_g$$

$$\rho = \frac{Z_{in} - Z_c}{Z_{in} + Z_c}$$

5) Un generador de corriente continua de amplitud I_0 tiene una resistencia interna R_g conectada en serie (es decir, siempre circula por ella I_0). Si este generador se conecta a una línea de transmisión de impedancia característica Z_c, en régimen transitorio el factor de reflexión en el plano de generador será igual a:

a) $\rho_g = 1$. b) $\rho_g = -1$. c) $\rho_g = (R_g - Z_c)/(R_g + Z_c)$. d) ninguna es correcta.

6) Respecto a las características de las guías de ondas circular y rectangular, indique la frase correcta

a) La guía rectangular se comporta mejor ante las pérdidas. al contrario

b) La guía circular consigue el mejor rango de frecuencias monomodo. al contrario

c) La guía rectangular tiene un cociente entre la frecuencia de corte del segundo modo superior y la frecuencia de corte del modo fundamental constante e igual a 2 (máximo posible).

d) Ninguna de las anteriores.

7) La dispersión en una guía rectangular ideal de anchura $a = 19.05$ mm, altura $b = 9.525$ mm y rellena de aire $(\varepsilon_r = 1)$, alimentada con una señal de 1 GHz de ancho de banda centrado a 17 GHz es del tipo:

$f_{cTE_{10}} = \frac{c_0}{2a} = 7'87$ GHz $f_{cTE_{21}} =$

$f_{cTE_{20}} = \frac{c_0}{a} = 15'74$

$= f_{cTE_{01}}$

a) No existe dispersión. b) Hay dispesión intramodal sólamente.

c) Hay dispersión intermodal e intramodal. d) Hay dispersión intermodal sólamente.

8) Respecto a la ROE en una lineal ideal terminada con una carga:

a) Nunca puede ser mayor que la unidad.

b) Es constante a lo largo de la línea.

c) Varía a lo largo de una línea entre 1 e ∞.

d) Es la misma en módulo si la carga es una bobina o un condensador aunque la fase es diferente.

9) De una línea de transmisión conocemos únicamente que requiere una longitud mínima de 5 cm para adaptar una carga de 25 Ω a un generador de 50 Ω a una frecuencia de 500 MHz; ¿Cuál es la permitividad relativa de la línea?

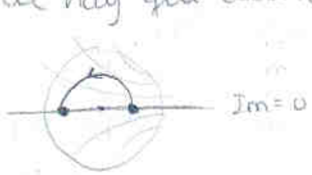
a) 36 b) 9 c) 2,25 d) 0,5625

10) Para el mismo enunciado de la pregunta anterior, ¿Cuál es aproximadamente la capacidad por unidad de longitud de la línea?

a) 0,28 nF/m b) 2,4 pF/m c) 12 pF/m d) 28 nF/m

$\beta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r}$

Para poder pasar de un valor real a otro valor real hay que avanzar mínimo $\lambda/4$



por tanto $\lambda = 4 \cdot 5\text{cm} = 20$ cm

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega/c} = \frac{c_0 2\pi}{\omega\sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$\varepsilon_r = \left(\frac{c_0 \cdot 2\pi}{2\pi f \cdot \lambda}\right)^2 = 9$$

$$\sqrt{LC} = \sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{c_0} \quad (1)$$

y por ser inversor de impedancias

$$Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_L} \rightarrow 2Z_L = \frac{Z_c^2}{Z_L} \rightarrow 2Z_L^2 = Z_c^2$$

$$Z_c = \sqrt{2Z_L^2} = \sqrt{2}Z_L = 25\sqrt{2}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = 25\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{LC} = \frac{3}{3 \cdot 10^8} \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} = C = \frac{1 \cdot 10^{-8}}{25\sqrt{2}} = 0'2828 \times 10^{-9} \text{ F/m}$$

EXAMEN FINAL DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES. E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

PREGUNTAS DE TEORÍA — Viernes 4 de Febrero de 2000

NOMBRE	APELLIDOS

- Esta hoja se recogerá a los 20 minutos del inicio del examen.
- Puntuación de la Teoría sobre el examen: 15%.
- Puntuación de las Preguntas: Correcto=1; Incorrecto=-1/3; En blanco=0.
- Una sola de las respuestas es la más adecuada. Indíquela claramente con un círculo. Tenga en cuanta las posibles respuestas: "ninguna es correcta" o "todas son correctas".

1) En el extremo de una línea de transmisión se tiene una resistencia R en serie con un condensador C. Si sobre dicha carga incide un escalón de tensión de amplitud V_0 (el generador está adaptado a la línea), la tensión en el plano de carga tiende en régimen permanente a:

a) V_0.

b) $2V_0$.

c) V_0/R.

d) ninguna es correcta.

2) Un transformado en $\lambda/4$ de impedancia característica Z_C cargado con una impedancia Z_L consigue a su entrada una impedancia:

a) Z_L/Z_C.

b) $1/Z_L$.

c) Z_L.

d) Z_C^2/Z_L.

$$P_{ji} = \frac{|b_j|^2}{|a_i|^2} = \left|\frac{b_j}{a_i}\right|^2$$

3) La ganancia en potencia del acceso i hacia el j de un dispositivo es linealmente proporcional a:

a) $|S_{ii}|$. b) $|S_{ji}|$. c) $|S_{ii}|^2$. d) $|S_{ji}|^2$.

→ ? **4) Señale cuál de las siguientes líneas de transmisión es no dispersiva:**

a) stripline.

b) fibra óptica.

c) guía de ondas.

d) ninguna es correcta.

5) Si se añade un tramo de línea de transmisión de impedancia característica Z_C y longitud l al acceso i de un dispositivo, el cociente entre el nuevo valor S'_{ji} y el antiguo S_{ji} es:

a) $e^{-j\beta l}$. b) $e^{-j2\beta l}$. c) $e^{j\beta l}$. d) $e^{j2\beta l}$.

6) Señale cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:

a) El modo fundamental de una línea slotline es una solución TEM pura.

b) Las líneas formadas por 1 solo conductor no tienen soluciones TEM.

c) El modo fundamental de una línea stripline es una solución quasi-TEM.

d) ninguna es correcta.

7) En un circulador en el que la potencia introducida por el acceso 1 sale por 2, los parámetros S iguales a 1 son:.

a) S_{11}, S_{12}, S_{13}. b) S_{11}, S_{22}, S_{33}. c) S_{21}, S_{32}, S_{13}. d) S_{12}, S_{23}, S_{31}.

$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = 1$

$S_{32} = 1$

S_{13}

8) El valor numérico de la ROE coincide con:

a) el valor máximo del módulo de la impedancia a lo largo de la línea de transmisión.

b) el valor máximo de la parte real (resistencia) de la impedancia a lo largo de la línea de transmisión.

c) el cociente entre el valor máximo y el mínimo del módulo de la tensión a lo largo de la línea de transmisión.

d) todas son correctas.

9) En una línea dispersiva, al transmitir una señal con un ancho de banda pequeño:

a) la velocidad de fase no supera c_0 (velocidad de propagación de las ondas en el vacío).

b) la velocidad de grupo es igual a la de fase.

c) la velocidad de propagación de la energía puede superar c_0.

d) la velocidad de grupo coincide con la de propagación de la energía.

10) La línea stripline o triplaca:

a) se suele utilizar en la fabricación de circuitos activos que requieren la inserción de componentes.

b) consta de 3 tiras conductoras situadas en la misma cara del sustrato dieléctrico.

c) es una línea con dieléctrico inhomogéneo.

d) ninguna es correcta.

EXAMEN FINAL DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES. E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

MODELO A

PREGUNTAS DE TEORÍA

Jueves 7 de Abril de 2005

- La hoja con las soluciones se recogerá a los 20 minutos del inicio del examen. Compruebe que el modelo de su hoja de soluciones coincide con el de su enunciado. Escriba su nº de DNI o identificación alineado a la derecha. Escriba su nombre. No tache ni escriba fuera de los lugares adecuados.
- Puntuación de la Teoría sobre el examen: 15%.
- Puntuación de las Preguntas: Correcto=1; Incorrecto=-1/3; En blanco=0.
- Una sola de las respuestas es la más adecuada. Tenga en cuenta las posibles respuestas: "ninguna es correcta" o "todas son correctas".

1) En una línea de transmisión con bajas pérdidas, terminada en una cierta impedancia de carga, y operando a frecuencias típicas de microondas, se cumple que:

a) el módulo del factor de reflexión no varía a lo largo de la línea.

puede ser dispersiva b) la velocidad de fase y de grupo son iguales e independientes de la frecuencia de operación.

c) la impedancia característica tiene parte imaginaria no nula.

d) ninguna es correcta.

2) En una línea dispersiva ideal:

a) el coeficiente de atenuación tiene un valor no nulo.

b) la velocidad de fase es independiente de la frecuencia de trabajo. $v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}\sqrt{1-(\frac{\omega_c}{\omega})^2}}$

c) la velocidad de propagación de la energía y la velocidad de fase son iguales.

d) ninguna es correcta.

3) En un cable coaxial real (con pérdidas en los conductores y el material dieléctrico):

a) las pérdidas aumentan cuando el diámetro del conductor exterior crece.

b) las pérdidas disminuyen cuando la resistencia superficial de los conductores crece.

c) las pérdidas son independientes de la frecuencia de operación.

d) ninguna es correcta.

$|S|<1$ matriz S simétrica $S \cdot S^T = I$

4) Los parámetros S_{11} y S_{22} de una red de 2 accesos, pasiva, recíproca y sin pérdidas cumplen:

a) $S_{11} = S_{22}$. b) $|S_{11}| = |S_{22}|$. c) $S_{11} = S_{22}^*$. d) ninguna es correcta.

5) ¿Cuántas ranuras (o muescas) tiene una línea slotline?

a) 0. b) 1. c) 2. d) ninguna es correcta.

sin perdidas y reciproca

$\Downarrow$

$|S_{11}| = |S_{22}|$

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{12} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$S_{11} \cdot S_{11} + S_{12} \cdot S_{12} = 1$

$S_{11}^2 + S_{12}^2 = 1$ (1)

$S_{11} \cdot S_{21} + S_{12} \cdot S_{22} = 0$

$S_{21} = S_{12}$ $S_{21}(S_{11} + S_{22}) = 0$

$S_{21} \cdot S_{21} + S_{22} \cdot S_{22} = 1$

$S_{21}^2 + S_{22}^2 = 1$

$S_{22}^2 + \underset{S_{12}^2}{S_{21}^2} = 1$ (2)

restando (1) y (2)

$S_{11}^2 + S_{22}^2 = 0$

R

6) **Dos líneas de transmisión iguales, excepto que tienen permitividad relativa $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$, si se conectan a sendos generadores de frecuencia f, igual para los dos, la longitud de onda en cada línea de transmisión será:**

$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega}\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ si $\varepsilon_{r1} > \varepsilon_{r2}$ $\lambda_1 < \lambda_2$

a) mayor en la línea 1.

b) mayor en la línea 2.

c) igual en ambas líneas.

d) no podemos relacionar la longitud de onda de ambas líneas.

7) El circuito equivalente de una línea de transmisión dispersiva ideal:

a) tiene una bobina en paralelo.

b) no tiene un condensador en serie.

c) tiene dos condensadores, uno en serie y otro en paralelo.

d) tiene una resistencia en paralelo.

8) En una línea de transmisión ideal, al desplazarse a lo largo de la misma:

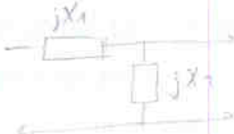
a) la longitud de onda varía.

b) la relación de onda estacionaria varía.

c) la tensión de la onda incidente varía. $U^{+}e^{-j\beta z}$

d) el módulo de la corriente de la onda incidente varía.

9) Si se duplica la frecuencia: ¿Qué ocurre con una red adaptadora formada por un elemento reactivo en serie y otro en paralelo?



a) no se modifica la situación de adaptación.

b) el módulo del factor de reflexión pasa a ser 0,5.

c) la relación de onda estacionaria pasa de 1 a 2.

d) el módulo del factor de reflexión aumenta. → sí, porque $|\rho| \neq 0$

10) La impedancia característica de una línea de transmisión con un conductor y dieléctrico homogéneo:

guía onda

a) es un valor real independiente de la frecuencia de la señal que se transmite.

b) es un valor complejo independiente de la frecuencia de la señal que se transmite.

c) es un valor real dependiente de la frecuencia de la señal que se transmite.

d) es un valor complejo dependiente de la frecuencia de la señal que se transmite.

SOLUCIÓN PROBLEMA 2

A) (8p)
(De modo orientativo se encuentra entre paréntesis a la derecha la puntuación otorgada a cada paso de la realización del problema, sin perjuicio de una valoración global del mismo)

Dado que se plantean dos posibles adaptadores para realizar la adaptación, dependiendo del valor normalizado de la impedancia a adaptar se podrán utilizar ambos o sólo uno de ellos, ya que dichos adaptadores tienen una zona de adaptación imposible.

El valor normalizado de la carga es:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_c} = \frac{25 - j\,20}{50} = 0{,}5 - j\,0{,}4 \qquad (0{,}5p)$$

Los dos posibles adaptadores a emplear son:

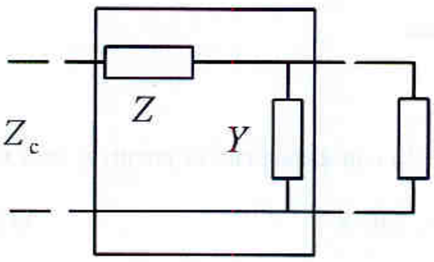


Figura 1. Adaptador serie paralelo.

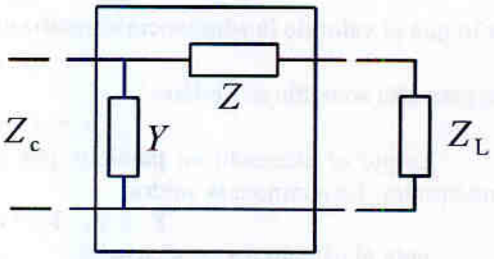


Figura 2. Adaptador paralelo serie.

La carga está dentro de la zona de adaptación imposible del adaptador serie paralelo, por lo tanto se utilizará el tipo paralelo serie.

Recordemos que los elementos a emplear, Z e Y, sólo tendrán parte imaginaria pues si tuvieran parte real presentarían pérdidas.

Llamando plano A al plano entre las impedancias paralelo y serie, sabemos que la parte real de la impedancia normalizada z_A será 0,5 y la imaginaria puede ser cualquiera:

$$z_A = z + z_L = jX + 0{,}5 - j\,0{,}4 = 0{,}5 + j\,(X - 0{,}4) \qquad (0{,}5p)$$

Como el siguiente elemento está en paralelo, habrá que realizar cambio de carta. Veamos cual hacemos.

A la entrada se tiene:

$$y_i = 1 = y + y_A$$

luego en el plano A

$$y_A = 1 - y \qquad (0{,}5p)$$

Teniendo en cuenta que y sólo tiene parte imaginaria y en principio puede tener cualquier valor positivo o negativo, esto corresponde a la circunferencia de parte real igual a 1 en la carta de admitancias.

Tenemos dos condiciones, pero cada una en una carta distinta. Por comodidad, trasladaré la circunferencia de parte real 1 de admitancias a la carta de impedancias. (0,5p)

Los puntos de corte de esta circunferencia con la de z_A procedente de la carga nos dan los dos valores solución:

$$z_{A1} = 0{,}5 + j\,0{,}5$$
$$z_{A2} = 0{,}5 - j\,0{,}5 \qquad (1p)$$

Dado que vimos antes la condición:

$$z_A = z + z_L$$

se puede despejar el valor de la impedancia en serie como:

$$z = z_A - z_L$$

Para la primera solución

$$z_1 = z_{A1} - z_L = 0{,}5 + j\,0{,}5 - (0{,}5 - j\,0{,}4) = j\,0{,}9 \qquad (0{,}5p)$$

Como nos indican que se empleen elementos concentrados, serán bobinas y condensadores los dispositivos a emplear. En este caso, una impedancia con reactancia positiva es una bobina. La impedancia será de valor:

$$Z_1 = z_1 \cdot Z_c = j\,0{,}9 \cdot Z_c = j\,45\,\Omega \qquad (\text{*Ver nota 1})\ (1p)$$

Para el cálculo de la bobina:

$$Z_1 = j\,\omega L$$

$$L = \frac{Z_1}{j\,\omega} = \frac{Z_1}{j\,2\,\pi f} = \frac{j\,45}{j\,2\,\pi 1{,}85 \cdot 10^9} = 3{,}871 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{H} = 3{,}871\,\mathrm{nH} \qquad (0{,}5p)$$

Para obtener el elemento paralelo habrá que cambiar z_{A1} de la carta de impedancias a la de admitancias con un giro de 180°. Se obtiene:

$$y_{A1} = 1 - j \qquad (1p)$$

Como hemos visto antes

$$y_i = 1 = y + y_A$$

por lo que el valor de la admitancia normalizada en paralelo será

$$y = 1 - y_A$$

que para esta solución se obtiene

$$y_1 = 1 - y_{A1} = 1 - (1 - j) = j$$

Luego el elemento en paralelo, por ser una admitancia con susceptancia positiva, será un condensador. La admitancia valdrá:

$$Y_1 = y_1 \cdot Y_c = j \cdot Y_c = j / Z_c = j\,0{,}02\,\mathrm{S} \qquad (1p)$$

para el cálculo del condensador:

$$Y_1 = j\,\omega C$$

$$C = \frac{Y_1}{j\,\omega} = \frac{Y_1}{j\,2\,\pi f} = \frac{j\,0{,}02}{j\,2\,\pi 1{,}85 \cdot 10^9} = 1{,}721 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} = 1{,}721\,\mathrm{pF} \qquad (0{,}5p)$$

por lo que el adaptador queda:

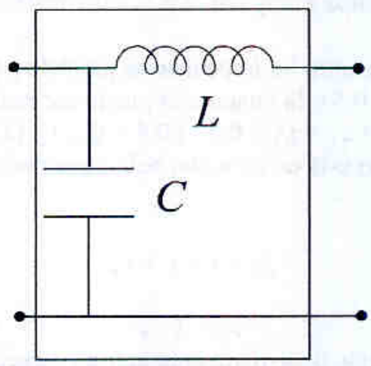


Figura 3. Solución del adaptador.

Si hubiésemos tomado la segunda solución, para el valor de

$$z_{A2} = 0{,}5 - j\,0{,}5$$

se hubiera llegado a un valor de

$$z_2 = z_{A2} - z_L = 0{,}5 - j\,0{,}5 - (0{,}5 - j\,0{,}4) = -j\,0{,}1$$

$$Z_2 = z_2 \cdot Z_c = -j\,0{,}1 \cdot Z_c = -j\,5\,\Omega$$

Dado que la reactancia es negativa el elemento serie será un condensador. Luego:

$$Z_2 = \frac{1}{j\,\omega C}$$

$$C = \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega \cdot Z_2} = \frac{1}{\mathrm{j}\,2\,\pi f \cdot Z_2} = \frac{1}{\mathrm{j}\,2\,\pi 1{,}85 \cdot 10^9 \cdot (-\mathrm{j}\,5)} = 17{,}21 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} = 17{,}21\,\mathrm{pF}$$

y para el elemento en paralelo:

$$y_2 = 1 - y_{A2} = 1 - (1 + \mathrm{j}) = -\mathrm{j}$$

$$Y_2 = y_2 \cdot Y_c = -\mathrm{j} \cdot Y_c = -\mathrm{j} / Z_c = -\mathrm{j}\,0{,}02\,\mathrm{S}$$

Al ser una susceptancia negativa el elemento paralelo será una bobina. Luego:

$$Y_2 = \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega L}$$

$$L = \frac{1}{\mathrm{j}\,\omega \cdot Y_2} = \frac{1}{\mathrm{j}\,2\,\pi f \cdot Y_2} = \frac{1}{\mathrm{j}\,2\,\pi 1{,}85 \cdot 10^9 \cdot (-\mathrm{j}\,0{,}02)} = 4{,}301 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{H} = 4{,}301\,\mathrm{nH}$$

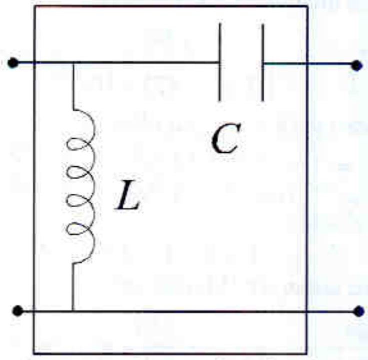


Figura 4. Segunda solución.

B) (2p) Para obtener dicho ancho de banda habrá que obtener las frecuencias por encima y por debajo de la de trabajo que hacen que el factor de reflexión, en vez de ser 0 sea -20 dB (módulo del factor de reflexión).

Primero pasamos a lineal el factor de reflexión máximo:

$$\rho_m = 10^{\frac{-20}{20}} = 0{,}1 \qquad \text{(*Ver nota 2)}$$

Dibujamos en la carta la circunferencia de ρ_m.

Luego en el margen de frecuencias dentro del ancho de banda, desde Z_L tras atravesar el adaptador, habrá que situarse en el interior de dicha circunferencia.

Los siguientes cálculos se van a realizar empleando la primera solución del adaptador.

Partiendo de Z_L, al variar la frecuencia, el efecto de la Z serie hará que en vez de llegar a z_{A1} el valor de impedancia normalizada en el plano A estará antes o después de dicho punto, pero siempre en la circunferencia de parte real Re $z_L = 0{,}5$.

Ese valor, girado 180° (paso a carta de admitancias) y tras añadirle el elemento paralelo (Y) deberá caer en el interior de la circunferencia mencionada de ρ_m.

Por ello, puesto que la zona o área conocida es dicho círculo, vamos a partir de él. El sentido a recorrer es desde la entrada hacia la carga. El primer elemento que se encuentra es la admitancia en paralelo. Por tanto trabajamos en admitancia. Los posibles valores de y_A serán aquellos que, sin variar la parte real, puedan llegar al círculo destino. El límite vendrá dado por el valor de y_A que tenga una parte real comprendida entre los límites de parte real del círculo. Este límite lo forman la circunferencia de parte real 0,82 y la de parte real 1,23.

Puesto que el siguiente elemento está en serie y nos plantea una condición clara como impedancia, estas dos circunferencias las podemos pasar a la carta de impedancias. La condición que tenemos, es la de que la parte real del valor de z_A ha de ser 0,5, que es la misma que la de la carga. Por ello, si con las dos circunferencias nos limita los valores máximo y mínimo de impedancia z_A, nos está limitando los valores que la impedancia Z (z_1 para la impedancia normalizada en su primera solución) en serie podrá ofrecer, consecuencia de la variación en frecuencia.

Estos valores límite de impedancia normalizada en el plano A, leyendo en la carta de Smith, son:

$$z_{A1m} = 0{,}5 + j\,0{,}6$$
$$z_{A1min} = 0{,}5 + j\,0{,}4$$

Para obtener el valor de z_{A1m} el valor de Z a emplear es

$$z_{1m} = z_{A1m} - z_L = 0{,}5 + j\,0{,}6 - (0{,}5 - j\,0{,}4) = j$$
$$Z_{1m} = z_{1m} \cdot Z_c = j \cdot Z_c = j\,50\ \Omega$$

En la bobina se cumple la relación:

$$Z_{1m} = j\,\omega L = j\,2\,\pi f_{1m}\,L$$

por lo que la frecuencia máxima para alcanzar el límite será:

$$f_{1m} = \frac{Z_{1m}}{j\,2\,\pi L} = \frac{j\,50}{j\,2\,\pi\,3{,}871 \cdot 10^{-9}} = 2{,}056\ \text{GHz}$$

Siguiendo este mismo proceso para z_{A1min} se obtiene:

$$z_{1min} = z_{A1min} - z_L = 0{,}5 + j\,0{,}4 - (0{,}5 - j\,0{,}4) = j\,0{,}8$$
$$Z_{1min} = z_{1min} \cdot Z_c = j\,0{,}8 \cdot Z_c = j\,40\ \Omega$$

En la bobina se cumple la relación:

$$Z_{1min} = j\,\omega L = j\,2\,\pi f_{1min}\,L$$

por lo que la frecuencia mínima para alcanzar el límite será:

$$f_{1min} = \frac{Z_{1min}}{j\,2\,\pi L} = \frac{j\,40}{j\,2\,\pi\,3{,}871 \cdot 10^{-9}} = 1{,}645\ \text{GHz}$$

por lo que en una primera aproximación el ancho de banda sería:

$$B = f_{1m} - f_{1min} = 2{,}056 - 1{,}645 = 0{,}411\ \text{GHz} = 411\ \text{MHz}$$

Pero falta comprobar que a las frecuencias obtenidas, los valores de la admitancia en paralelo hacen que la impedancia normalizada a la entrada pertenezca al círculo deseado.

Al pasar z_{A1m} a admitancia se obtiene

$$y_{A1m} = 0{,}82 - j\,0{,}98$$

Aplicando la frecuencia máxima al elemento en paralelo su admitancia normalizada vale

$$y_m = j\,\omega C Z_c = j\,2 \cdot \pi\,2{,}056 \cdot 10^9 \cdot 1{,}721 \cdot 10^{-12} \cdot 50 = j\,1{,}11$$

por lo que se llegará al punto

$$y_{im} = y_m + y_{A1m} = j\,1{,}11 + 0{,}82 - j\,0{,}98 = 0{,}82 + j\,0{,}13$$

que queda fuera del círculo deseado.

Para aproximarnos más a la solución pedida, viendo la forma de la variación de z_{A1} y por tanto de y_{A1}, podemos, partiendo del valor de y_{im} de la primera aproximación y siguiendo aproximadamente la dirección de la variación de y_{A1}, ir hasta cortar con la circunferencia de ρ_m. Este punto de corte es

$$y_{im}' = 0{,}86 - j\,0{,}13$$

La parte real, 0,86, es la que interesa, pues será la de y_{A1} que sí conducirá ahora al círculo deseado. El nuevo valor de y_{A1} será

$$y'_{A1m} = 0{,}86 - j\,0{,}98$$

que lleva a un

$$z'_{A1m} = 0{,}5 + j\,0{,}57$$

por lo que el valor de la impedancia serie ahora será

$$z'_{1m} = z'_{A1m} - z_L = 0{,}5 + j\,0{,}57 - (0{,}5 - j\,0{,}4) = j\,0{,}97$$

y la frecuencia máxima

$$f'_{1\,m} = \frac{Z'_{1\,m}}{j\,2\,\pi\,L} = \frac{j\,0{,}97 \cdot 50}{j\,2\,\pi\,3{,}871 \cdot 10^{-9}} = 1{,}994 \text{ GHz}$$

Siguiendo un proceso similar para la frecuencia mínima obtenemos:

$$y_{A\,1\,min} = 1{,}23 - j\,0{,}97$$

Aplicando la frecuencia mínima al elemento en paralelo su admitancia normalizada vale

$$y_{min} = j\,\omega\,C\,Z_c = j\,2 \cdot \pi \cdot 1{,}645 \cdot 10^{9} \cdot 1{,}721 \cdot 10^{-12} \cdot 50 = j\,0{,}89$$

por lo que se llegará al punto

$$y_{i\,min} = y_{min} + y_{A\,1\,m}\text{in} = j\,0{,}89 + 1{,}23 - j\,0{,}97 = 1{,}24 - j\,0{,}08$$

que queda fuera del círculo deseado.

Para aproximarnos más a la solución pedida, viendo la forma de la variación de $z_{A\,1}$ y por tanto de $y_{A\,1}$, podemos, partiendo del valor de $y_{i\,min}$ de la primera aproximación y siguiendo aproximadamente la dirección de $y_{A\,1}$, ir hasta cortar con la circunferencia de ρ_m. Este punto de corte es

$$y_{i\,min}' = 1{,}2 - j\,0{,}1$$

La parte real, 1,2, es la que interesa, pues será la de $y_{A\,1}$ que sí conducirá ahora al círculo deseado. El nuevo valor de $y_{A\,1}$ será

$$y'_{A\,1\,min} = 1{,}2 - j\,0{,}98$$

que lleva a un

$$z'_{A\,1\,min} = 0{,}5 + j\,0{,}41$$

por lo que el valor de la impedancia serie ahora será

$$z'_{1\,min} = z'_{A\,1\,min} - z_L = 0{,}5 + j\,0{,}41 - (0{,}5 - j\,0{,}4) = j\,0{,}81$$

y la frecuencia mínima

$$f'_{1\,min} = \frac{Z'_{1\,min}}{j\,2\,\pi\,L} = \frac{j\,0{,}81 \cdot 50}{j\,2\,\pi\,3{,}871 \cdot 10^{-9}} = 1{,}665 \text{ GHz}$$

por lo que el ancho de banda será

$$B = f'_{1\,m} - f'_{1\,min} = 1{,}994 - 1{,}665 = 0{,}329 \text{ GHz} = 329 \text{ MHz}$$

o si lo queremos poner de una forma relativa

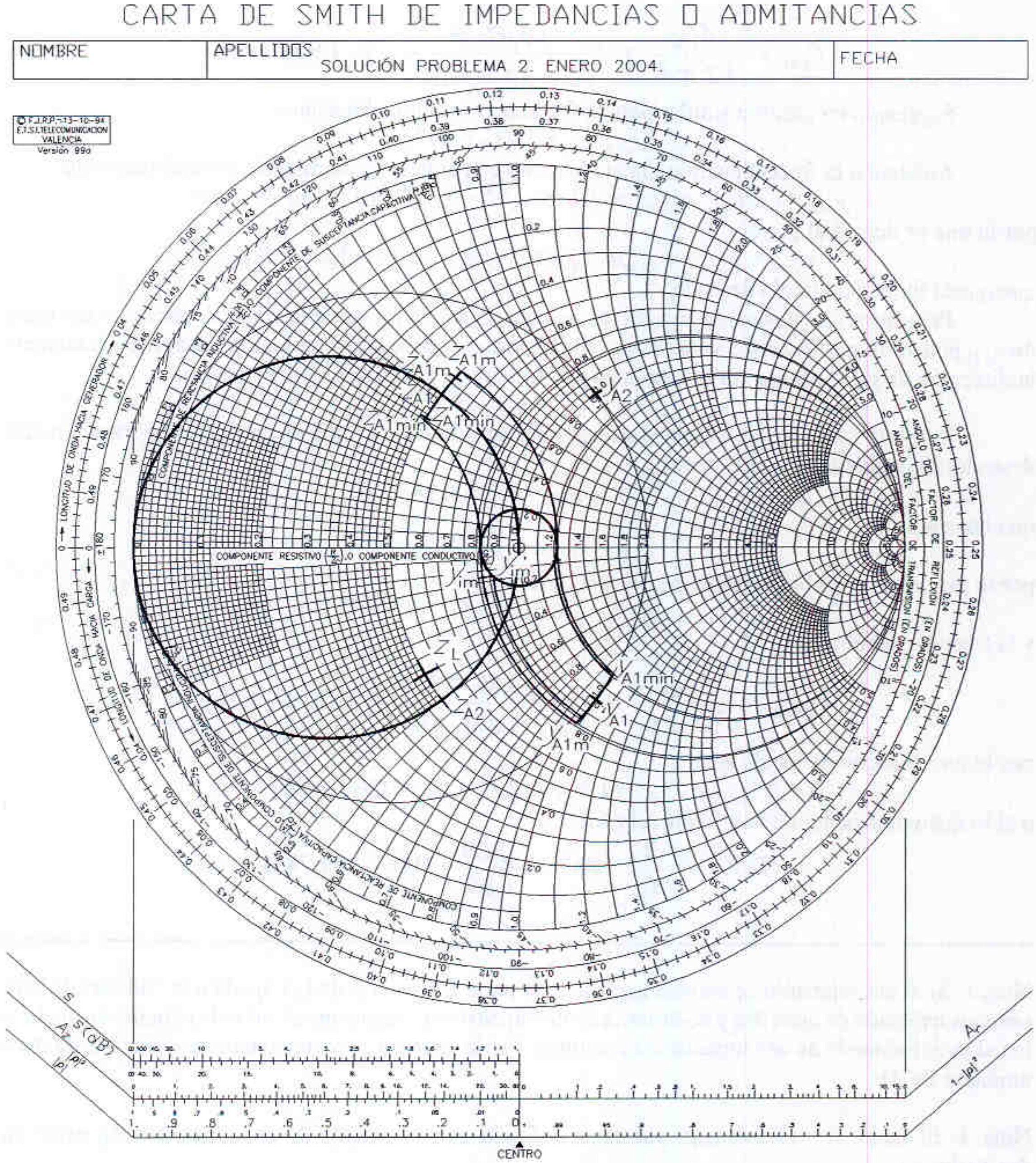
$$B(\%) = \frac{B}{f_c} \cdot 100 = \frac{0{,}329}{1{,}85} \cdot 100 = 17{,}78\%$$

Nota 1: Si al despejar sólo se emplea la cifra de la parte imaginaria de la impedancia (sin incluir la j), estamos hablando de una cifra y no de un valor de impedancia, puesto que el valor de impedancia incluye la j al estar hablando de una impedancia compleja. Por lo tanto no es correcto indicar que esa cifra tiene unidades de Ω.

Nota 2: El factor de reflexión, ρ, por estar definido como cociente de tensiones, su expresión en decibelios es

$$\rho\,(\text{dB}) = 20 \log \rho$$

y no 10 log como por desgracia se ha visto demasiado en la corrección del examen.



s	Relación de onda estacionaria	Z_C	Impedancia característica
A_z	Atenuación de adaptación (Return loss)	Y_C	Admitancia característica
ρ	Factor de reflexión	R	Resistencia
A_r	Atenuación de reflexión	X	Reactancia
$1-\lvert\rho\rvert^2$	Factor de transmisión	G	Conductancia
		B	Susceptancia

Figura 5. Carta para la solución del problema.

EXAMEN FINAL DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES. E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

PROBLEMAS — Lunes 10 de Enero de 2005

- No se permiten libros ni apuntes.
- Se tendrá en cuenta el orden y la claridad en la resolución.
- Duración: 3 horas. El test se recogerá a los 20 minutos del inicio.
- Puntuación de los problemas sobre el examen: 85%.

PROBLEMA 1 (45%).-

Se pretende analizar el comportamiento en régimen transitorio del circuito mostrado en la figura 1, en el cual, desde $t = -\infty$, los interruptores I_1 e I_2 están abiertos y el interruptor I_3 se encuentra cerrado. En el instante $t = 0$ los interruptores I_1 e I_2 se cierran, manteniéndose en dicha posición hasta $t = \infty$. Finalmente, en el instante temporal $t = 2T_a$ (donde $T_a = l/v_{pa}$) el interruptor I_3 se abre, y permanece abierto también hasta $t = \infty$.

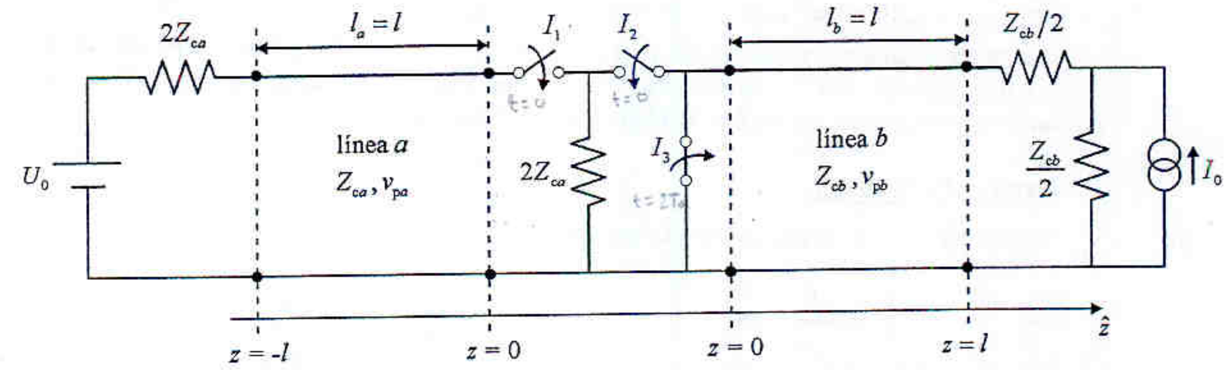


Figura 1. Circuito del que se pretende analizar su comportamiento en régimen transitorio.

Para implementar este circuito se escogen dos líneas bifilares, cuya geometría y expresiones típicas se muestran en los datos del problema. Se pretende que $Z_{cb} = 2Z_{ca}$ siendo iguales en ambas líneas los valores de los diámetros de los conductores ($d_a = d_b$) y la separación entre ambos ($D_a = D_b$). Responder pues a las siguientes cuestiones:

a) (1p) Indicar mediante qué parámetro se podrá implementar la condición $Z_{cb} = 2Z_{ca}$ y la relación necesaria entre sus valores en ambas líneas. ¿Cómo afectará esta elección a la relación entre las velocidades de propagación v_{pa} y v_{pb}?

b) (0.5p) Si las dos líneas bifilares fueran reales (es decir, si se implementaran con conductores y materiales dieléctricos con pérdidas), ¿se debería considerar dichas pérdidas en el análisis en régimen transitorio del circuito mostrado en la figura 1? ¿Por qué?

A continuación se estudiará el comportamiento en régimen transitorio del circuito propuesto, para lo cual se asumirá que las dos líneas bifilares son ideales (sin pérdidas) y que las amplitudes del generador de tensión (U_0) y del generador de corriente (I_0) cumplen la relación $2U_0 = I_0 Z_{ca}$. Se pide pues contestar a las siguientes preguntas:

c) (2p) Obtener los valores de tensión y corriente en el instante $t=0^-$ en ambas líneas (u_{a0}, i_{a0}, u_{b0} e i_{b0}). A partir de estos valores, indicar si en $t=0^+$ se generan nuevas ondas de tensión en $z=-l$ y $z=0$ (línea a) y en $z=0$ y $z=l$ (línea b), así como sus respectivas amplitudes. Como criterio para designar las ondas, usar en ambas líneas el superíndice + para aquéllas que viajen hacia z crecientes.

d) (1p) Estudiar la evolución de las diversas ondas de tensión que se generan en ambas líneas hasta el instante $t=(2T_a)^-$.

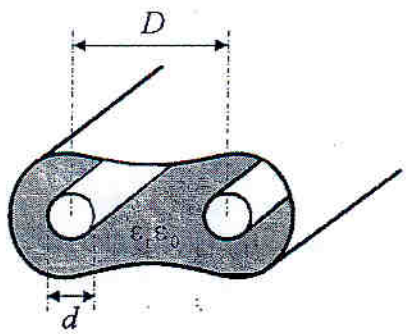
e) (1.5p) Indicar en qué posiciones de ambas líneas se generan nuevas ondas de tensión en $t=(2T_a)^+$, y expresar todas sus amplitudes únicamente en función de U_0.

f) (2p) Resolver el resto de ondas de tensión que se generan en ambas líneas, indicando todas sus amplitudes, hasta que se alcance el régimen permanente en el circuito bajo estudio. ¿En qué instante temporal se produce dicha situación?

g) (2p) Dibujar un diagrama espacio-tiempo con la evolución de todas las ondas de tensión deducidas previamente. Expresar todos los instantes de tiempo del diagrama en función de T_a. A la vista de este diagrama, deducir los valores de la tensión y la corriente en cualquier posición de ambas líneas del circuito cuando $t \to \infty$. Comprobar que dichos valores coinciden con los deducidos a partir de un análisis en régimen permanente del circuito mostrado en la figura 1.

Datos del Problema.-

Geometría y Expresiones de una Línea Bifilar:



$$Z_c = \frac{\eta}{\pi}\,\mathrm{ch}^{-1}\left(\frac{D}{d}\right) \qquad \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}}$$

$$\alpha_c\,(\mathrm{Np/m}) = \frac{R_s}{d\eta\,\mathrm{ch}^{-1}(D/d)} \qquad R_s(\Omega) = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}}$$

$$\alpha_d\,(\mathrm{Np/m}) = \pi f \sqrt{\mu_0 \varepsilon_r \varepsilon_0}\,\mathrm{tg}\delta$$

SOLUCIÓN EXAMEN L. DE TX.

CONVOC.: FEB. 2005

TEORÍA:

Mod. A: 1d, 2d, 3c, 4c, 5a, 6d, 7c, 8b, 9b, 10a

PROBL. 1:

(1) a) De acuerdo con las expresiones de la línea bifilar, se tiene que:

$$Z_{ca} = \frac{1}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{ra}\varepsilon_0}}\cdot ch^{-1}\left(\frac{D_a}{d_a}\right) \quad y \quad Z_{cb} = \frac{1}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{rb}\cdot\varepsilon_0}}\cdot ch^{-1}\left(\frac{D_b}{d_b}\right)$$

y como en el enunciado indican que $d_a = d_b$, y $D_a = D_b$, pa

conseguir implementar la condición $Z_{cb} = 2 Z_{ca}$:

0'5

$$Z_{cb} = \frac{1}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{rb}\varepsilon_0}}\cdot ch^{-1}\left(\frac{D_b}{d_b}\right) = 2\cdot\frac{1}{\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{ra}\varepsilon_0}}\cdot ch^{-1}\left(\frac{D_b}{d_b}\right)$$

se observa que el único parámetro que nos queda disponi

en ambas expresiones es la permitividad relativa del mat

rial dieléctrico empleado en cada línea, cumpliéndose:

0'25 $$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{rb}}} = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_{ra}}} \Longrightarrow \boxed{\varepsilon_{ra} = 4\cdot\varepsilon_{rb}}$$

En cuanto a las velocidades de propagación en ambas lír

se tendrá que:

$$V_{pa} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_{ra}}} = \frac{c_0}{\sqrt{4\cdot\varepsilon_{rb}}} = \frac{c_0}{2\cdot\sqrt{\varepsilon_{rb}}} = \frac{V_{pb}}{2}$$

0'25

por lo que su relación será:

$$\boxed{V_{pa} = \frac{V_{pb}}{2}} \quad ó \quad \boxed{V_{pb} = 2\cdot V_{pa}}$$

(0'5) b) Si los materiales conductores y dieléctricos de ambas líneas fueran reales (tuvieran pérdidas), tendrían asociados valores no nulos para σ y $tg\delta$, respectivamente.

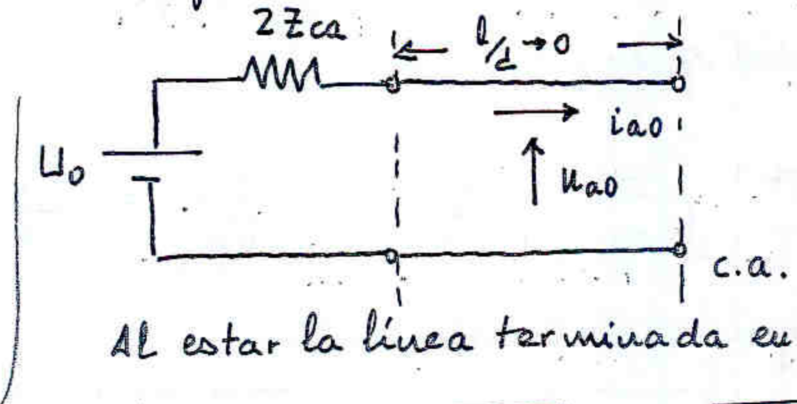
Ahora bien, si se observan las expresiones para α_c y α_d en una línea bifilar (ver datos del problema), se descubre que $\alpha_c \propto \sqrt{f}$ y $\alpha_d \propto f$. En el circuito que

0'25 nos ocupa, al tener generadores de tensión y corriente continua, el valor de la frecuencia de trabajo (f) es 0. Por tanto, para este tipo de excitación y según las expresiones de α_c y α_d, ambos coeficientes de atenuación son nulos.

Por tanto, aunque los materiales de ambas líneas fueran

0'25 reales, NO sería necesario considerar los efectos de las pérdidas en el análisis en régimen transitorio del circuito propuesto.

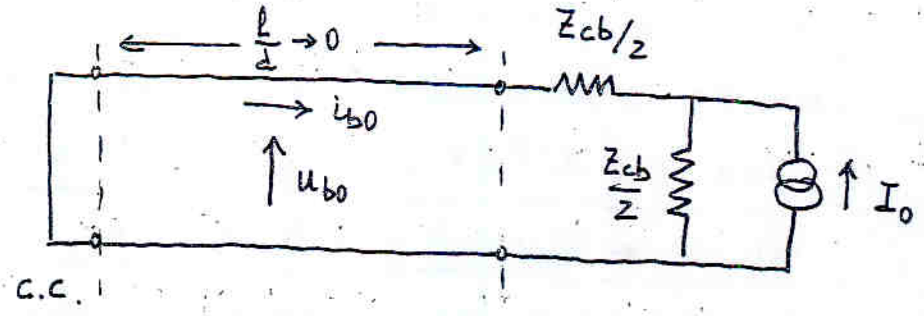
(2) c) Para obtener las condiciones iniciales de tensión y de corriente en la línea a (u_{a0} e i_{a0}) se debe analizar el siguiente circuito:



0'25 Al estar la línea terminada en circuito abierto:

$$\boxed{i_{a0} = 0 \quad y \quad u_{a0} = U_0}$$

Por su parte, en la línea b se tiene en $t=0^-$ la siguiente co[n]figuración circuital:



0'25

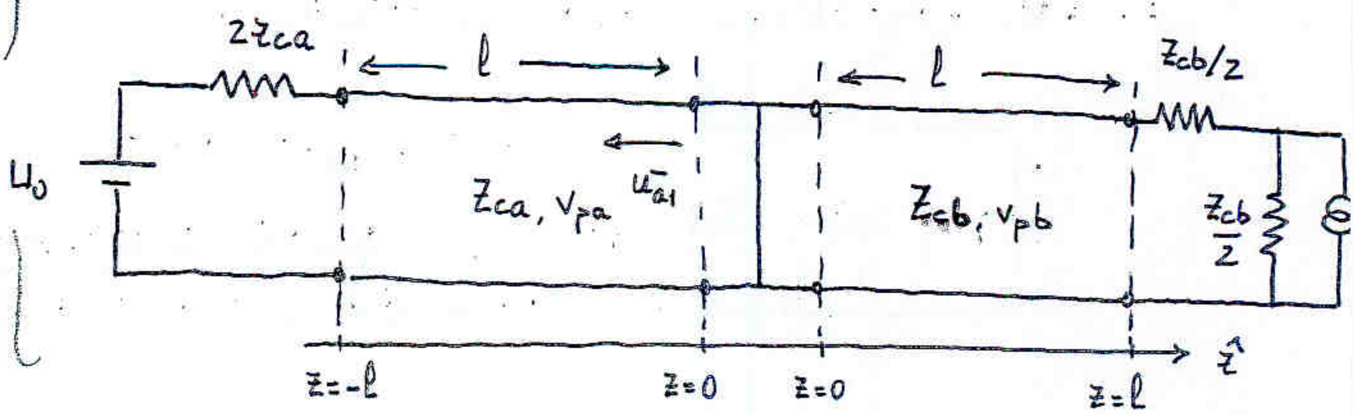
Habiendo escogido para i_{b0} también el sentido de z creciente se deduce fácilmente del circuito los siguientes valores

$$\boxed{u_{b0} = 0 \;\; (c.c.) \quad e \quad i_{b0} = -\,I_0/2}$$

al tener la línea b terminada en cortocircuito y ser las 2 resistencias del plano de generador idénticas.

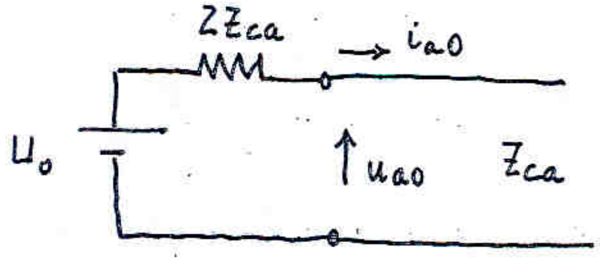
Estudiemos a continuación lo que ocurre en el instante $t=$
Se debe tener en cuenta que en $t=0$ se cierran los interru[p]tores I_1 e I_2; mientras que I_3 sigue cerrado (pues el enunciado no indica que este interruptor cambia su posición).
Por tanto, en el extremo de ambas líneas (posición $z=0$) se tiene el paralelo de $2Z_{ca}$ y 0 (cortocircuito), que equivale a una condición de cortocircuito. Se tiene p[or tanto] en $t=0^+$ el siguiente circuito:

0'25



Si se compara la nueva configuración circuital que se tiene en $t=0^+$ con los circuitos utilizados para deducir u_{a0}, i_{a0} y u_{b0} e i_{b0}, se observa que la única posición circuital donde se alteran las condiciones iniciales es en la posi-
0'5 ción $z=0$ de la línea a, donde se generará una nueva onda de tensión que llamaremos u_{a1}^- (al viajar hacia z decrecientes. Podemos comprobar todo esto:

En $z=-l$ tenemos en $t=0^+$:

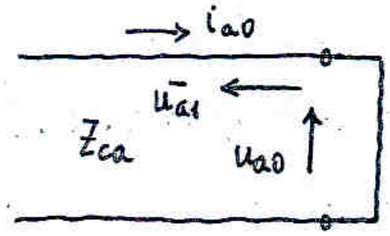


Se cumple que:

$$U_0 = 2Z_{ca}\cdot i_{a0} + u_{a0}$$

por lo que NO hace falta que se genere ninguna nueva onda

En $z=0$ (línea a), tenemos en $t=0^+$:

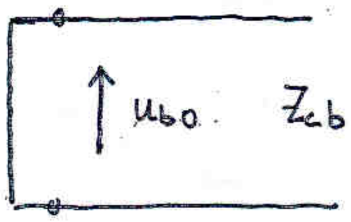


0'75 Como $u_{a0} \neq 0$ se ha de generar una primera onda que será u_{a1}^-

$$u_{a1}^- + u_{a0} = 0$$

$$\boxed{u_{a1}^- = -u_{a0} = -U_0}$$

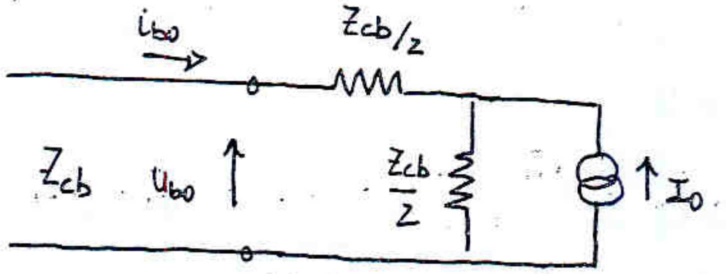
En $z=0$ (línea b), se tiene en $t=0^+$:



Se cumple que: $u_{b0}=0$

por lo que NO hace falta que se genere ninguna nueva onda.

y en $z=l$ (línea b) se tiene en $t=0^+$ que:



Se cumple que:

$$u_{b0} = \frac{Z_{cb}}{2} \cdot i_{b0} + \frac{Z_{cb}}{2} (i_{b0} -$$

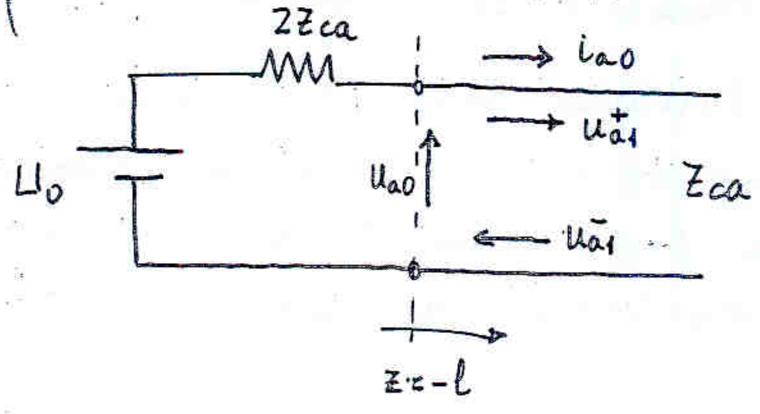
$$0 = -\frac{Z_{cb} \cdot I_0}{4} + \frac{Z_{cb} \cdot I_0}{4}$$

por tanto <u>NO hace falta</u> que se genere ninguna nueva

(1) d) Según los resultados del apartado anterior, la única l
dónde pueden surgir nuevas ondas es la a, que es en
que se ha generado una primera onda de tensión (u_{a}^-
En la línea b, al no generarse en $t=0^+$ ninguna pri
ra onda de tensión, seguirá en reposo (sin generar
ondas nuevas) hasta $t=(2T_a)^-$.

Así pues, en $z=0$ (línea a) se genera una primera onda de amplitud u_{a1}^- que viaja hacia z decrecientes con velocidad de propagación $v_{pa} = c_0/\sqrt{\varepsilon_{ra}}$.

0'5 En $t=T_a$ (donde $T_a = l/v_{pa}$) alcanzará el plano de generador de la línea a ($z=-l$), alterando el cump
limiento de las condiciones de contorno que ya satisfa
cían por sí solas las ondas u_{a0} e i_{a0}. Será nece
sario pues que se genere una nueva onda (u_{a1}^+):



$$u_{a1}^+ = \rho_g(z=-l) \cdot u_{a1}^-$$
$$= \rho_{ga} \cdot u_{a1}^-$$

Para deducir el valor de ρ_{ga}, escribiremos las condiciones de contorno a satisfacer por todas las ondas de tensión y corriente en $z=-l$:

$$U_0 = 2Z_{ca} \cdot \left(i_{a0} + \frac{u_{a1}^+ - u_{a1}^-}{Z_{ca}} \right) + u_{a0} + u_{a1}^+ + u_{a1}^-$$

y recordando que en $t=0^+$ ya se cumplía:

$$U_0 = 2Z_{ca} \cdot i_{a0} + u_{a0}$$

se tiene la siguiente ecuación que relaciona u_{a1}^+ y u_{a1}^-:

$$0 = \frac{2Z_{ca}}{Z_{ca}}(u_{a1}^+ - u_{a1}^-) + u_{a1}^+ + u_{a1}^-$$

de donde se concluye que:

0'25

$$\boxed{u_{a1}^+ = \frac{1}{3} u_{a1}^- \quad \text{y por tanto} \quad \rho_{ga} = \frac{1}{3} \qquad u_{a1}^+ = -\frac{U_0}{3}}$$

Se puede comprobar que el valor demostrado para ρ_{ga} coincide con el obtenido a partir de la expresión:

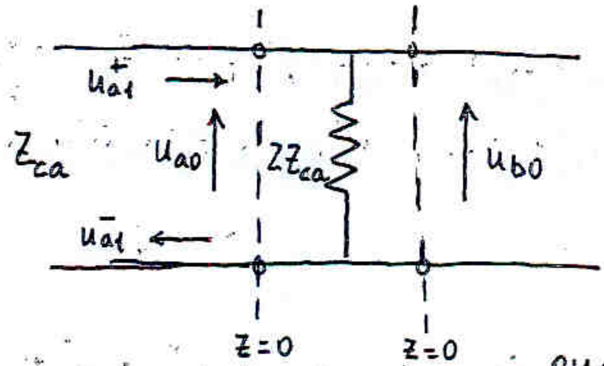
$$\rho_{ga} = \left. \frac{R_{ga} - Z_{ca}}{R_{ga} + Z_{ca}} \right|_{R_{ga} = 2Z_{ca}} = \frac{Z_{ca}}{3 \cdot Z_{ca}} = \frac{1}{3}$$

Esta nueva onda (u_{a1}^+) viaja en el sentido de z crecien con velocidad v_{pa}, y alcanza por tanto el plano $z=0$ en el instante $t = 2T_a$ (donde $T_a = l/v_{pa}$).

0'25 Como en el enunciado de este apartado indica que estudiemos la evolución en el circuito hasta $t=(2T_a)^-$, podemos afirmar que la única nueva onda que aparece hasta ese instante en ambas líneas es u_{a1}^+.

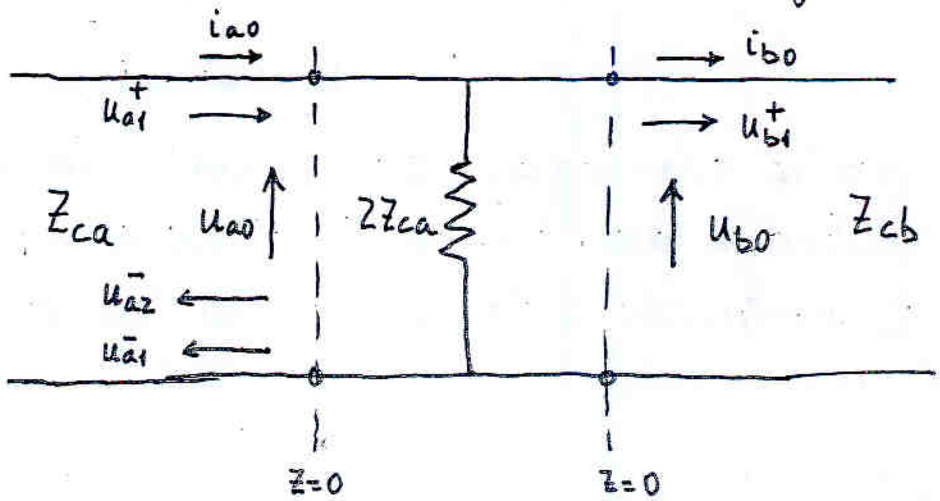
(1'5) e) En $t = 2T_a$, según indica el enunciado se abre el interruptor I_3, por lo que en el extremo de ambas líneas (posición $z=0$) se pasa a tener conectada en paralelo una resistencia de valor $2Z_{ca}$. Esta nueva situación al[illegible] el cumplimiento de las condiciones de contorno en $z=$[illegible] de ambas líneas, por lo que es de esperar que tanto en $z=0$ (línea a) como en $z=0$ (línea b) se generen nuevas ondas de tensión. Para comprobar esto, s[illegible]

0'5 no se generan nuevas ondas en $z=0$, se tiene



Como: $u_{a0} + u_{a1}^- + u_{a1}^+ \neq u_{b0}$ debido a que en $t = (2T_a)^+$ la onda u_{a1}^+ ha llegado a $z=0$ se deben generar 2 nuevas ondas en $z=0$ (línea a) y $z=0$ (línea [illegible]) que llamaremos u_{a2}^- y u_{b1}^+.

Para encontrar el valor de estas 2 nuevas ondas, plantearemos el cumplimiento de las 2 leyes de Kirchoff en el plano $z=0$ con la siguiente configuraci[illegible]



Las dos ecuaciones a satisfacer en $z=0$ son:

$$u_{a0} + u_{a1}^- + u_{a1}^+ + u_{a2}^- = u_{b0} + u_{b1}^+$$

0'5 $$i_{a0} + \frac{1}{Z_{ca}}\left(-u_{a1}^- + u_{a1}^+ - u_{a2}^-\right) = \frac{u_{b0} + u_{b1}^+}{2Z_{ca}} + i_{b0} + \frac{u_{b1}^+}{Z_{cb}}$$

Sustituyendo los valores ya conocidos para u_{a0}, u_{a1}^-, u_{a1}^+, u_{b0}, las 2 ecuaciones anteriores se reescriben como:

$$-\frac{U_0}{3} + u_{a2}^- = u_{b1}^+$$

$$\frac{1}{Z_{ca}}\left(\frac{2U_0}{3} - u_{a2}^-\right) = \frac{u_{b1}^+}{2Z_{ca}} - \frac{I_0}{2} + \frac{u_{b1}^+}{Z_{cb}}$$

resolución y valores

Teniendo en cuenta que $Z_{cb} = 2Z_{ca}$ y que $I_0 = \frac{2U_0}{Z_{ca}}$ (pu

0'5 piden las amplitudes de u_{a2}^- y u_{b1}^+ en función de U_0:

$$u_{a2}^- - u_{b1}^+ = U_0/3$$

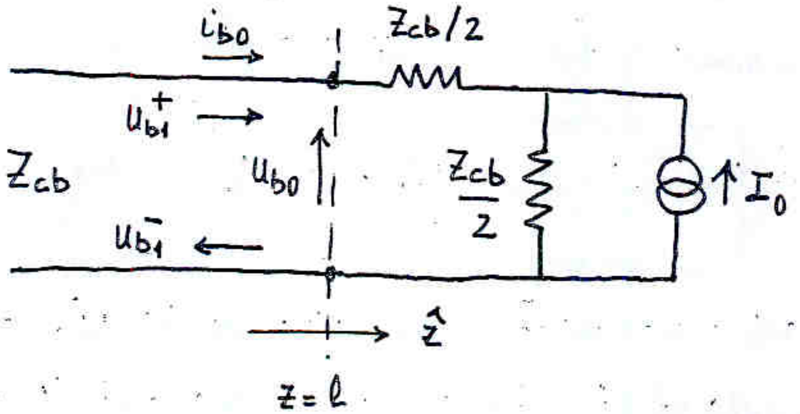
$$\frac{1}{\cancel{Z_{ca}}}\left(\frac{2U_0}{3} - u_{a2}^-\right) = \frac{u_{b1}^+}{\cancel{Z_{ca}}} - \frac{U_0}{\cancel{Z_{ca}}} \Rightarrow u_{a2}^- + u_{b1}^+ = 5U_0/3$$

Resolviendo el sistema de 2 ec. con 2 incógnitas, se ti

$$2u_{a2}^- = 2U_0 \rightarrow \boxed{u_{a2}^- = U_0}$$
$$2u_{b1}^+ = \frac{4U_0}{3} \rightarrow \boxed{u_{b1}^+ = \frac{2U_0}{3}}$$

(2) f) Ahora se han generado nuevas ondas de tensión en ambas líneas (a y b), por tanto habrá que estudiar la evolución de las ondas en las dos líneas.

Comenzando por la línea b, donde la onda de tensión u_{b1}^+ viaja con velocidad v_{pb} (recordar que $v_{pb} = 2v_{pa}$), se tiene que en $t = 2T_a + T_b$ (donde $T_b = l/v_{pb} = l/(2v_{pa}) = T_a/2$), es decir en $t = 5T_a/2$ la onda u_{b1}^+ alcanza el plano de generador de la línea b ($z = l$). Esto altera el cumplimiento de las condiciones de contorno que satisfacían l ondas u_{b0} e i_{b0}, por lo que deberá generarse una nueva onda que llamaremos u_{b1}^-:



$$u_{b1}^- = \rho_g(z=l) \cdot u_{b1}^+$$

$$u_{b1}^- = \rho_{gb} \cdot u_{b1}^+$$

0'75

Para deducir el valor de ρ_{gb} escribiremos las condiciones contorno a satisfacer:

$$u_{b0} + u_{b1}^+ + u_{b1}^- = \frac{Z_{cb}}{2}\left(i_{b0} + \frac{u_{b1}^+ - u_{b1}^-}{Z_{cb}}\right) + \frac{Z_{cb}}{2}\left(I_0 + i_{b0} + \frac{u_{b1}^+ - u_{i}}{Z_{cb}}\right.$$

y recordando que en $t = 0^+$ ya se cumplía: 0'5

$$u_{b0} = \frac{Z_{cb}}{2} \cdot i_{b0} + \frac{Z_{cb}}{2} \cdot (I_0 + i_{b0})$$

se obtiene la siguiente ecuación:

$$u_{b1}^+ + u_{b1}^- = \frac{Z_{cb}}{2}\left(\frac{u_{b1}^+ - u_{b1}^-}{Z_{cb}}\right) + \frac{Z_{cb}}{2}\left(\frac{u_{b1}^+ - u_{b1}^-}{Z_{cb}}\right)$$

$$\boxed{u_{b1}^- = 0 \quad \text{y por tanto } \rho_{gb} = 0}$$ 0'25

Este valor para ρ_{gb} coincide con el que se obtendría

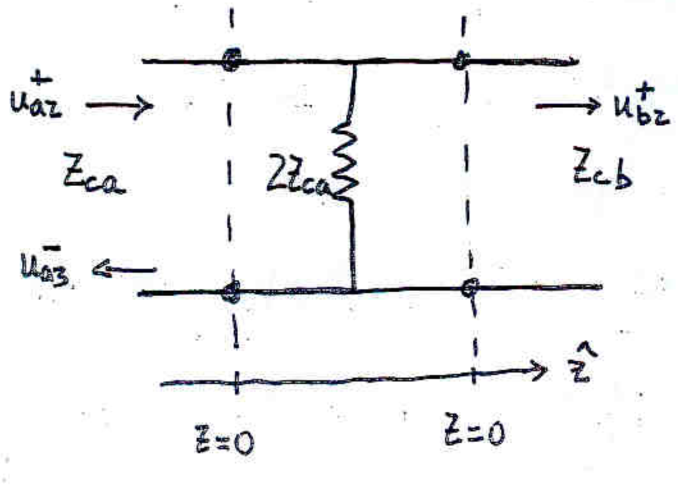
8

según la definición de ρ_g considerando en este caso R_{gb} com la combinación serie de $Z_{cb}/2$ y $Z_{cb}/2$, es decir $R_{gb} = Z_{cb}$ y por tanto $\rho_{gb} = 0$.

0'25 Sigamos estudiando pues lo que sucede en la línea a. La onda u_{a2}^- (generada en $z=0$ en $t = 2T_a$) alcanza el plano de generador ($z=-\ell$) en $t = 3T_a$, dando lugar a una nueva onda u_{a2}^+ de amplitud:

$$\boxed{u_{a2}^+ = \rho_{ga} \cdot u_{a2}^- = \frac{1}{3} \cdot U_0 = U_0/3}$$

Esta nueva onda (u_{a2}^+) alcanza en $t = 4T_a$ el plano $z=0$ alterando el cumplimiento de las condiciones de contorno que se cumplían en $t = 2T_a$. Por tanto, se generará una nueva onda reflejada en la línea a (u_{a3}^-) y una onda transmitida en la línea b (u_{b2}^+) que deberán cumplir las siguientes ecuaciones:



$$u_{a3}^- = \rho_a(z=0) \cdot u_{a2}^+$$

$$u_{b2}^+ = \tau_{ab}(z=0) \cdot u_{a2}^+$$

Se prescinde de las ondas manejadas en $t = 2T_a$ en $z=0$ porque ya cumplían las condiciones de contorno.

Así pues, las ecuaciones a satisfacer por u_{a2}^+, u_{a3}^- y u_{b2}^+ son

$$u_{a2}^+ + u_{a3}^- = u_{b2}^+$$

$$\frac{1}{Z_{ca}}\left(u_{a2}^+ - u_{a3}^-\right) = \frac{u_{b2}^+}{2Z_{ca}} + \frac{u_{b2}^+}{Z_{cb}} = \frac{u_{b2}^+}{Z_{ca}}$$

0'5 Se tiene pues el sistema de ecuaciones:

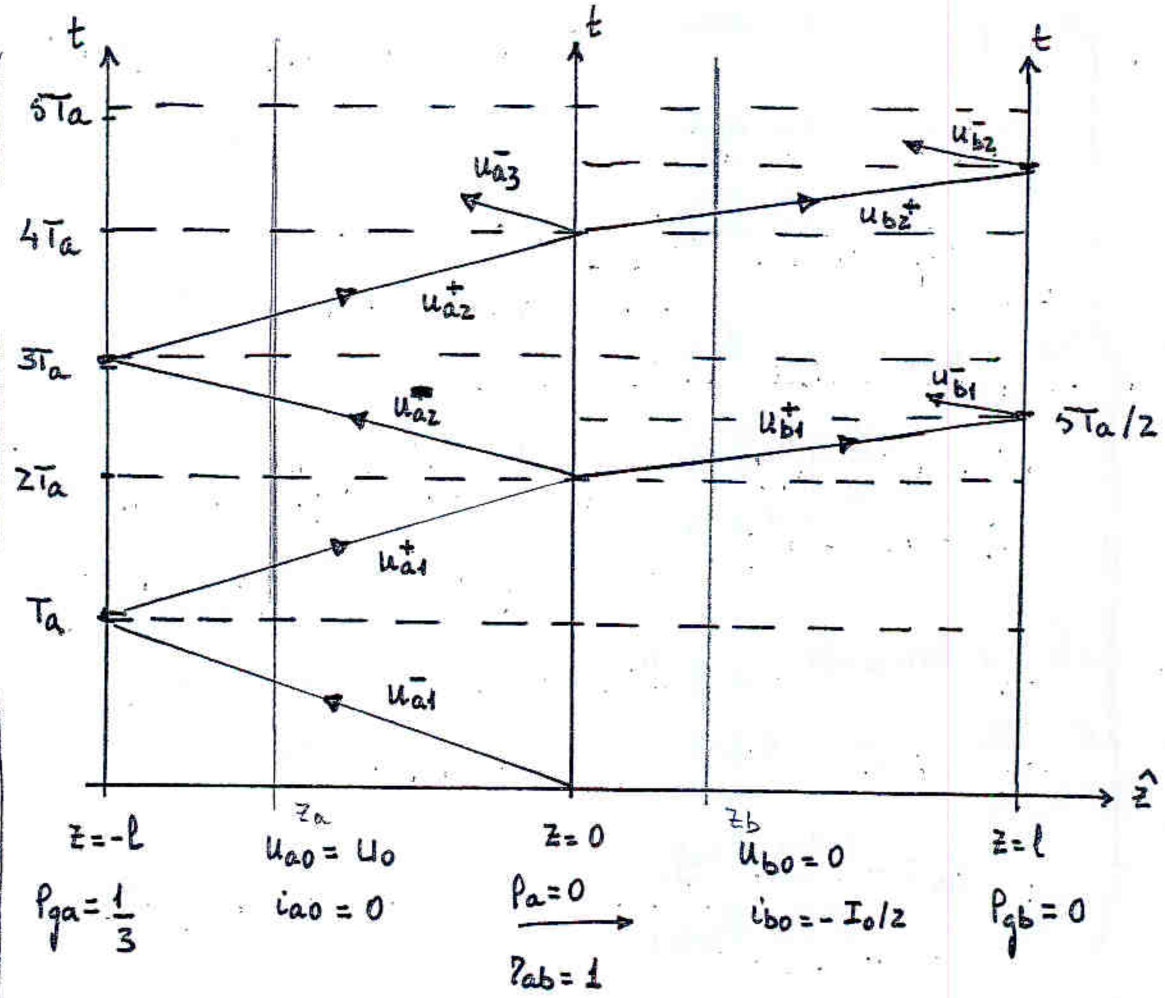
$$\left.\begin{array}{l} u_{a2}^+ + u_{a3}^- = u_{b2}^+ \\ u_{a2}^+ - u_{a3}^- = u_{b2}^+ \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} u_{b2}^+ = u_{a2}^+ \\ u_{a3}^- = 0 \end{array}} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \Rightarrow \end{array} \boxed{\begin{array}{l} \tau_{ab} = 1 \\ \rho_a = 0 \end{array}}$$

Los valores de ρ_a y τ_{ab} coinciden con los deducidos a partir de las expresiones vistas en Teoría:

$$\rho_a = \frac{(2Z_{ca} \,//\, Z_{cb}) - Z_{ca}}{(2Z_{ca} \,//\, Z_{cb}) + Z_{ca}} = 0 \quad \text{y} \quad \tau_{ab} = 1 + \rho_a = 1$$

Por tanto, en $t = 4T_a$ sólo se genera la onda u_{b2}^+ en la línea que alcanza el plano de generador en línea b ($z = \ell$) en el instante $t = 4T_a + T_b = 9T_a/2$ donde ya no se genera ninguna onda nueva al ser $\rho_{gb} = 0$ (deducido antes).
0'5 Como $u_{a3}^- = 0$, en la línea a tampoco se genera ninguna onda nueva, pudiéndose afirmar que el régimen permanente se alcanza en el circuito en el instante temporal $t = \dfrac{9T_a}{2}$ (donde $T_a = \ell/v_{pa}$).

(2) g) A partir de los resultados deducidos en el apartado anterior, se puede construir el siguiente diagrama espacio-tiempo.



0'5

$u_{a1}^- = -U_0$ $\quad u_{a1}^+ = -U_0/3$ $\quad u_{a2}^- = U_0$ $\quad u_{b1}^+ = 2U_0/3$

$u_{b1}^- = 0$ $\quad u_{a2}^+ = U_0/3$ $\quad u_{a3}^- = 0$ $\quad u_{b2}^+ = U_0/3$

$u_{b2}^- = 0$

En cualquier posición de la línea a (z_a), cuando $t \to \infty$:

$$u_a(t\to\infty) = u_{a0} + u_{a1}^- + u_{a1}^+ + u_{a2}^- + u_{a2}^+ + u_{a3}^- = U_0 - U_0 - \frac{U_0}{3} + U_0 + \frac{U_0}{3} = U_0$$

$$i_a(t\to\infty) = i_{a0} + \frac{(-u_{a1}^- + u_{a1}^+ - u_{a2}^- + u_{a2}^+ - u_{a3}^-)}{Z_{ca}} = \frac{U_0 - \frac{U_0}{3} - U_0 + \frac{U_0}{3}}{Z_{ca}} = 0$$

0'5

y en cualquier posición de la línea b (z_b), cuando $t \to \infty$

$$u_b(t\to\infty) = u_{b0} + u_{b1}^+ + u_{b1}^- + u_{b2}^+ + u_{b2}^- = 0 + \frac{2U_0}{3} + 0 + \frac{U_0}{3} + 0 = U_0$$

$$i_b(t\to\infty) = i_{b0} + \frac{u_{b1}^+ - u_{b1}^- + u_{b2}^+ - u_{b2}^-}{Z_{cb}} = -\frac{I_0}{2} + \frac{U_0}{Z_{cb}} = -\frac{U_0}{Z_{ca}} + \frac{U_0}{2Z_{ca}}$$

$$= -\frac{U_0}{2Z_{ca}}$$

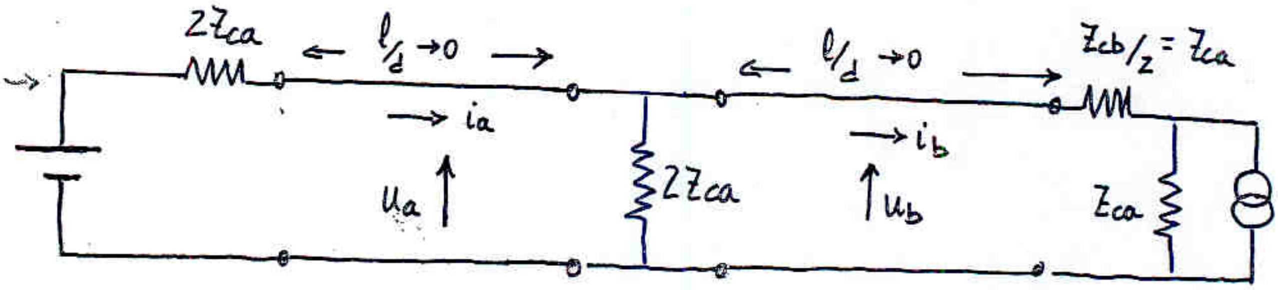
Obsérvese que si las posiciones z_a y z_b se hacen coincidir con $z=$ se cumplen las condiciones de contorno en bornes de $2Z_{ca}$:

$$u_a = U_0 = u_b = U_0$$

$$i_a = 0 = i_b + \frac{u_b}{2Z_{ca}} = -\frac{U_0}{2Z_{ca}} + \frac{U_0}{2Z_{ca}} = 0$$

En condiciones de régimen permanente ($t \to \infty$), el circuito a analizar es el siguiente:

0'25 →



Aplicando las leyes de Kirchoff (nodos y mallas) en este circ se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

$$U_0 = 2Z_{ca} \cdot i_a + u_a \quad (1) \qquad u_a = u_b \quad (3)$$

0'5 →

$$i_a = \frac{u_a}{2Z_{ca}} + i_b \quad (2) \qquad u_b = Z_{ca} \cdot i_b + Z_{ca}(I_0 + i_b) \quad (4)$$

Teniendo en cuenta que $Z_{ca} \cdot I_0 = 2U_0$, se puede resolver el sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas que se tien para deducir finalmente que:

0'25 →

$$\boxed{\begin{array}{l} u_a = u_b = U_0 \\ i_a = 0 \quad e \quad i_b = -\dfrac{U_0}{2Z_{ca}} \end{array}}$$

expresiones que coinciden con las deducidas a partir del análisis en régimen transitorio.